Aufgabe 1. Gegeben ist die normalverteilte Zufallsvariable X mit Erwartungswert $\mu = 5$ und Varianz $\sigma^2 = 2$. Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:

a) $Pr[X \leq 5]$

b) $Pr[X \geq 6.31]$

c) $Pr[4.01 \leq X \leq 5.14]$

d) $Pr[X \leq 3.01 \text{ oder } X \geq 4.27]$

Aufgabe 2. Angenommen, ein Paket durchläuft in einem Netzwerk insgesamt 15 Leitungen. Bei zehn Leitungen wurden die Werte $\mu_1 = 30$ und $\sigma_1^2 = 300$ für den Erwartungswert und die Varianz der Übertragungsdauer geschätzt. Für die restlichen fünf Leitungen gelte $\mu_2 = 70$ und $\sigma_2^2 = 100$. Wir nehmen an, dass die Übertragungszeiten auf den Verbindungen unabhängig und normalverteilt sind.

a) Wie viel Zeit benötigt das Paket für die gesamte Strecke im Mittel?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es mindestens 110% der erwarteten Gesamtzeit unterwegs?

Aufgabe 3. Bei einem Einwahlserver für $n = 1000$ Teilnehmer nehmen wir an, dass zu einem festen Zeitpunkt jeder Teilnehmer mit Wahrscheinlichkeit $p = 0.05$ Zugriff auf den Server wünscht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit treten gleichzeitig mindestens 49 und höchstens 52 Verbindungswünsche auf?

a) Berechnen Sie die exakte Wahrscheinlichkeit mittels der Binomialverteilung.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit näherungsweise mit der Normalverteilung.

Aufgabe 4. In einem Rechnernetz befinden sich n Router, die im Mittel t Zeiteinheiten zuverlässig laufen, bis es zu einem Absturz oder ähnlichen Problemen kommt. Es wird angenommen, dass die Zeitdauer bis zum Absturz eines einzelnen Routers exponentialverteilt ist. Die Abstürze der Router erfolgen unabhängig voneinander. Alle Router werden für einen reibungslosen Netzbetrieb benötigt.

a) Geben Sie die Verteilung der Zeitdauer T bis zur ersten Störung des Netzes an.

b) Berechnen Sie den Erwartungswert von T.