

Diskrete Mathematik und Lineare Algebra

Dr.-Ing. Miriam Hommel



Wiederholung – Woche 1



Quiz-Name:

DMLA_SoSe24_02_Teilbarkeit1

https://arsnova.click/quiz/dmla_sose24_02_teilbarkeit1



Diskrete Mathematik und Lineare Algebra

- 1. Zahlentheorie
- 1.1 Teilbarkeit Anwendungen

Dr.-Ing. Miriam Hommel



1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

- Programmierung
- Zufallszahlengenerator
- Prüfziffern:
 - EAN (Europäische Artikelnummer / European Article Number)
 - ISBN (Internationale Standardbuchnummer / International Standard Book Number)
 - IBAN (International Bank Account Number)
- ...



1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

Programmierung:

- mod oder %
- Überprüfung, ob eine Zahl gerade ist oder nicht
- Bestimmter Programmcode soll nur bei jedem x-ten Durchlauf einer Schleife ausgeführt werden

• . . .



1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

Zufallszahlengenerator (vgl. u.a. Steger, 2001):

- Lineare Kongruenzmethode
 - Startwert: x_0
 - sukzessive Berechnung weiterer Werte: $x_{n+1} = ax_n + c \mod m$
 - Parameter a, c, m müssen bestimmte Bedingungen erfüllen, damit die x_n möglichst "zufällig" verteilt sind
 - Beispiel: nrand48() in C++



1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

Prüfziffern:

- Erkennung der häufigsten Fehler:
 - Eingabe einer falschen Ziffer ("Einzelfehler")
 - Vertauschung von zwei Ziffern ("Vertauschungsfehler")



1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- EAN (Europäische Artikelnummer/ European Article Number):
 - Strichcode bzw. 13-stellige Ziffernfolge auf vielen Artikeln

Erste beiden Ziffern: Herkunftsland

Folgende 5 Ziffern: Hersteller

Folgende 5 Ziffern: Produkt

Letzte Ziffer: Prüfziffer



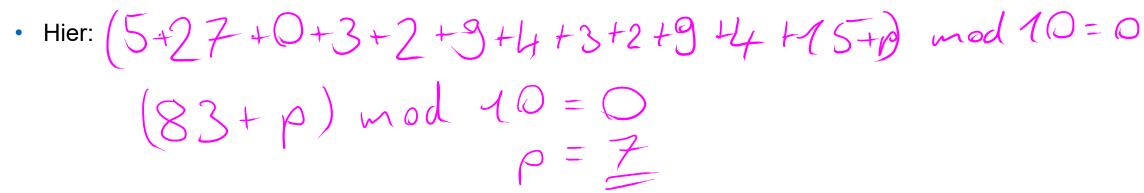
Quelle:; Von VaGla - own work created in Inkscape based on the graphics by Grzexs, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1642759

Erlaubt Detektion von Einzelfehlern, aber nicht von allen Vertauschungsfehlern



1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- EAN (Europäische Artikelnummer/ European Article Number):
 - Berechnung der Prüfziffer
 - Berechne gewichtete Quersumme der ersten 12 Ziffern
 - Gewichte: abwechselnd 1 und 3 beginnend mit der 1
 - Prüfziffer = kleinste Zahl, die man zur Quersumme addieren muss, damit die Summe durch 10 teilbar ist





Quelle:; Von VaGla - own work created in Inkscape based on the graphics by Grzexs, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1642759



1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- EAN (Europäische Artikelnummer/ European Article Number):
 - Berechnen Sie die Prüfziffer p des Buchs
 "Diskrete Strukturen 1" von Angelika Steger:

EAN: 9 783540 46660*p*



Quelle: M. Hommel



1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

ISBN (Internationale Standardbuchnummer / International Standard Book Number):

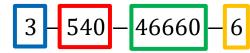
10-stellige Nummer zur eindeutigen Identifizierung von Büchern unterteilt in 4 mit Bindestrichen getrennte Segmente

- Erstes Segment: Herkunftsland
- Zweites Segment: Verlag
- Drittes Segment: Titel
- Viertes Segment: Prüfziffer
- Erlaubt Detektion von Einzel- und Vertauschungsfehlern

Beispiel:

"Diskrete Strukturen 1"

von Angelika Steger





1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- ISBN (Internationale Standardbuchnummer / International Standard Book Number):
 - Berechnung der Prüfziffer
 - Berechne gewichtete Quersumme der ersten 9 Ziffern
 - Gewichte: 1. Ziffer: 1; 2. Ziffer: 2; 3. Ziffer: 3; ...
 - Prüfziffer = gewichtete Quersumme modulo 11
 - · Hier: 171 mod 11 = 6

Beispiel:

"Diskrete Strukturen 1"

von Angelika Steger

$$3 - 540 - 46660 - 6$$

Wenn Prüfziffer gleich 10, notiere X.



1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- ISBN (Internationale Standardbuchnummer / International Standard Book Number):
 - "Diskrete Strukturen 1" von Angelika Steger:

$$3 - 540 - 46660 - 6$$

Einzelfehler:

$$3 - 540 - 49660 - 6$$

Vertauschungsfehler:

$$3 - 504 - 46660 - 6$$



Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- Neue ISBN-13 (seit 2007):
 - Überführung der ISBN-10 in die zum Buch gehörende 13-stellige EAN durch Voranstellen der Ziffernfolge 978 (bzw. 979) und Neuberechnung der Prüfziffer
 - "Diskrete Strukturen 1" von Angelika Steger:

Ziffernfolge 978 (bzw. 979) und Neuberechnung der Prufziffer

"Diskrete Strukturen 1" von Angelika Steger:

• ISBN-10:
$$3-540-46660-6$$
 $= (96+p) \mod 10$

• ISBN-13: 978 $3-540-46660-4$ $= (96+p) \mod 10$

• EAN: $9783540 + 466604$



Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- Neue ISBN-13 (seit 2007):
 - "Diskrete Strukturen 1" von Angelika Steger: 978 - 3 - 540 - 46660 - 4
 - Problem: Vertauschungsfehler
 - **ISBN-13**:
 - 973 8 540 46660 4 116 mod 10 = 4 9738540466604 tehler nicht erkann t EAN: