Wahrscheinlichkeitstheorie & Statistik — Übungsblatt 3

Thema: Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung III — Wintersemester 2024/2025

Prof. Dr. Christoph Karg — Hochschule Aalen

Aufgabe 1. Eine Fluggesellschaft geht davon aus, dass 5% aller für einen Flug gebuchten Passagiere nicht zum Abflug erscheinen. Sie überbucht daher einen Flug mit 50 Sitzplätzen, indem sie 52 Tickets verkauft. Es wird angenommen, dass ein Passagier unabhängig von den anderen seinen Flug storniert.

a) Modellieren Sie den Sachverhalt als Wahrscheinlichkeitsraum.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass k Passagiere nicht zum Flug erscheinen, wobei $k \in \{0, 1, \ldots, 52\}$.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Passagier nicht befördert wird, obwohl er ein reguläres Ticket besitzt.

Aufgabe 2. Im Rahmen ihres Informatikstudiums muss Sabine Klugeskind eine Mathematikprüfung absolvieren. In der Prüfung werden sowohl einfache als auch schwere Aufgaben gestellt. Die Wahrscheinlichkeit, eine einfache Aufgabe zu lösen, liegt erfahrungsgemäß bei e. Eine schwierige Aufgabe wird in der Regel mit Wahrscheinlichkeit s gelöst, wobei $s < e$ ist. Sabine muss zum Bestehen der Prüfung drei Aufgaben bearbeiten. Die Aufgaben müssen in der vorgegebenen Reihenfolge bearbeitet werden. Sabine hat dabei die Wahl zwischen *einfach-schwer-einfach* und *schwer-einfach-schwer*. Die Prüfung ist bestanden, wenn Sabine zwei aufeinander folgende Aufgaben erfolgreich bearbeitet. Es wird angenommen, dass die drei Aufgaben unabhängig von einander erfolgreich bearbeitet werden. Welche Reihenfolge sollte Sabine wählen, um die Erfolgswahrscheinlichkeit zum Bestehen der Klausur zu maximieren?

Aufgabe 3. Gegeben sind zwei Kisten. In der blauen Kiste befinden sich eine schwarze und drei weisse Murmeln. In der roten Kiste befinden sich zwei schwarze und vier weisse Murmeln. Es wird zuerst zufällig eine der beiden Kisten ausgewählt und dann aus dieser eine Murmel gezogen.

a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gezogene Murmel schwarz ist?

b) Angenommen, die Murmel ist weiss. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt die Murmel aus der roten Kiste?

Aufgabe 4. Beweisen Sie: Für beliebige Ereignisse A und B gilt

$$Pr\,[\,A \cap B\,] \geq Pr\,[\,A\,] + Pr\,[\,B\,] - 1.$$

Aufgabe 5. Beweisen Sie: Für alle $n \in \mathbb{N}$ und alle $p \in [0; 1]$ gilt:

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = 1.$$