Aufgabe 1. Die Hochschulen A, B und C planen die gemeinsame Verlosung eines hochwertigen Smartphones. Der Gewinner soll zufällig unter den Studierenden der Hochschulen ermittelt werden. In der Hochschule A sind 100, in der Hochschule B 400 und in der Hochschule C 500 Studierende eingeschrieben. Zur Auswahl stehen zwei Verfahren.

Verfahren A: Es wird eine Liste aller 1000 Studierenden erstellt. Aus dieser Liste wird zufällig unter Gleichverteilung eine Person ausgewählt.

Verfahren B: Jede der Hochschulen erstellt eine separate Liste der Studierenden. Zuerst wird eine Hochschule zufällig unter Gleichverteilung ausgewählt. Anschließend wählt die Hochschule zufällig unter Gleichverteilung eine der bei ihr eingeschriebenen Personen als Gewinner aus.

Verfahren C: Jede der Hochschulen erstellt eine separate Liste der Studierenden. Zuerst wird eine Hochschule zufällig ausgewählt mit folgender Wahrscheinlichkeit gewählt:

Hochschule	*Wahrscheinlichkeit*
A	p_A
B	p_B
C	p_C

Dabei gilt: $p_A + p_B + p_C = 1$. Anschließend wählt die gezogene Hochschule zufällig unter Gleichverteilung eine der bei ihr eingeschriebenen Personen als Gewinner aus.

a) Sind Verfahren A und B äquivalent? Oder anders gefragt: Stimmen die durch die Verfahren A und B festgelegten Zufallsexperimente überein?

b) Wie müssen die Wahrscheinlichkeiten p_A, p_B und p_C gewählt werden, dass Verfahren C mit Verfahren A übereinstimmt?

Aufgabe 2. Gegeben sind drei gezinkte Münzen. Die Wahrscheinlichkeiten für Kopf sind $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ beziehungsweise $\frac{4}{5}$. Eine Münze wird zufällig ausgewählt und dann zweimal geworfen. M_k bezeichnet das Ereignis, dass die k-te Münze gewählt wurde, wobei $k = 1, 2, 3$. K_j steht für das Ereignis, dass beim j-ten Wurf Kopf erscheint, wobei $j = 1, 2$. Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:

a) $Pr\,[\,K_j\,]$ für $j = 1, 2$

b) $Pr\,[\,M_i | K_1\,]$ für $i = 1, 2, 3$

c) $Pr\,[\,K_2 | K_1\,]$

Aufgabe 3. In einem Hut befinden sich 10 Karten mit folgenden Eigenschaften:

- 3 Karten besitzen eine weiße Seite und eine weiße Seite.
- 5 Karten besitzen eine weiße Seite und eine schwarze Seite.
- 2 Karten besitzen eine schwarze Seite und eine schwarze Seite.

Zuerst werden die Karten im Hut gemischt. Dann wird der Hut auf einen Tisch gestellt, mit einem nicht durchsichtigen Tuch abgedeckt. Nun wird unterhalb des Tuchs eine Karte gezogen und auf dem Tisch platziert. Danach wird das Tuch entfernt. Angenommen, die sichtbare Seite der gezogenen Karte ist schwarz. Wie hoch ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass auch die Unterseite der Karte schwarz ist?

Aufgabe 4. Wie lautet die Siebformel zur Berechnung von $Pr\left[\, A \cup B \cup C \cup D \,\right]$?

Aufgabe 5. Eine faire mit Null und Eins beschriftete Münze wird wiederholt geworfen. Das Ergebnis ist eine unendlich lange Folge $a_1, a_2, a_3, \ldots$, wobei $a_i \in \{0, 1\}$ für alle $i = 1, 2, 3, \ldots$.

Beweisen Sie, dass mit Wahrscheinlichkeit 1 irgendwann bei einem der Münzwürfe eine Eins erscheint.