Theoretische Informatik I — Prof. Dr. Thomas Thierauf
Sommersemester 2023 — Fak. Elektronik und Informatik

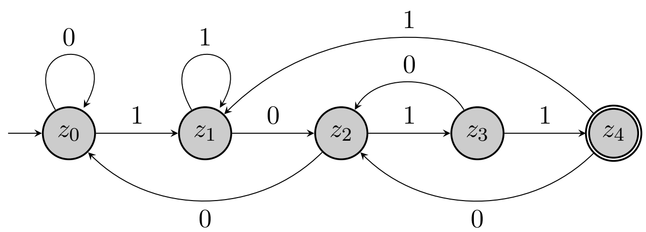
Lösungshinweise zur Klausur
vom 10. Juli 2023

1.

a)

$$
\begin{aligned}
S &\to 0S \mid 1S \mid 1A \\
A &\to 0B \\
B &\to 1C \\
C &\to 1
\end{aligned}
$$

b)



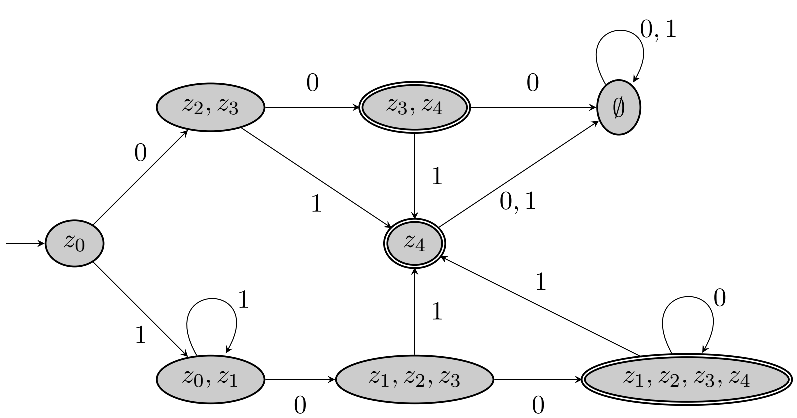
c) $(0 \cup 1)^* \, 1011$

d) $\equiv_A$ hat genau 5 Äquivalenzklassen: Der DFA in Teil b) hat 5 Zustände. Damit hat $\equiv_A$ höchstens 5 Äquivalenzklassen.

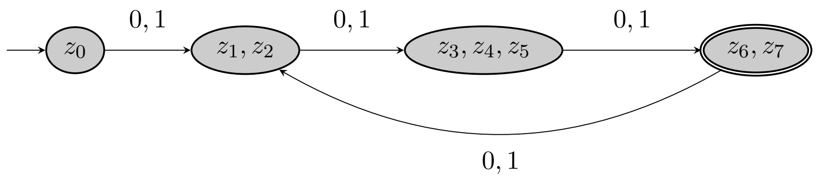
Anderseits hat $\equiv_A$ hat mindestens 5 Äquivalenzklassen, da die Wörter $\varepsilon, 1, 10, 101, 1011$ paarweise nicht äquivalent sind. Dazu geben wir für je 2 dieser Wörter x, y ein w an, so dass entweder $xw \in A$ oder $yw \in A$.

	ε	1	10	101
1	011			
10	11	11		
101	1	1	1	
1011	ε	ε	ε	ε

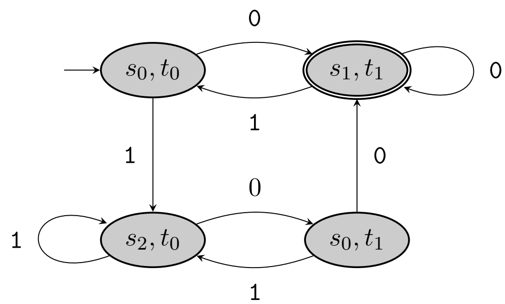
2.



3.



4.



5.

a)

$$S \;\to\; S \vee S \mid S \wedge S \mid \neg S \mid (S) \mid a \mid b \mid c.$$

b) Die Grammatik ist nicht eindeutig, da z.B. die Formel $a \wedge b \vee c$ zwei Linksableitungen hat:

- $S \implies S \wedge S \implies a \wedge S \implies a \wedge S \vee S \implies a \wedge b \wedge S \implies a \wedge b \vee c$
- $S \implies S \vee S \implies S \wedge S \vee S \implies a \wedge S \vee S \implies a \wedge b \wedge S \implies a \wedge b \vee c$

Die Sprache ist aber eindeutig, d.h. es gibt eindeutige Grammatiken dafür.

c) Sei $p > 0$ beliebig. Wähle $w = (^p\ a\ )^p \in B$.

d) Die Wörter $x_n = (^n\ a$ sind paarweise inäquivalent, für $n = 1, 2, \ldots$: Sei $n \neq m$ und $w =)^n$. Dann gilt $x_n w \in B$ und $x_m w \notin B$.

6. Sei $p > 0$ beliebig und $w = a^p\, b^{p^3} \in C$. Sei $w = uvxyz$ eine Zerlegung von w mit $|vxy| \leq p$ und $|vy| > 0$.

- Ist $vy = a^m$ oder $vy = b^m$, für ein $1 \leq m \leq p$, dann ist $uv^2xy^2z \notin C$.
- Ist $vy = a^m b^\ell$ für $m, \ell > 0$ und $m + \ell \leq p$, Dann besteht uv^2xy^2z aus $p + m$ a's und $p^3 + \ell$ b's. Dann gilt $uv^2xy^2z \notin C$, da $(p+m)^3 = p^3 + \ell$ gelten müsste. Es gilt aber

$$(p+m)^3 \geq (p+1)^3 = p^3 + 3p^2 + 3p + 1 > p^3 + p \geq p^3 + \ell.$$