

# Diskrete Mathematik und Lineare Algebra

Dr.-Ing. Miriam Hommel

# Wiederholung – Woche 1



Quiz-Name:

DMLA\_SoSe24\_02\_Teilbarkeit1

[https://arsnova.click/quiz/dmla\\_sose24\\_02\\_teilbarkeit1](https://arsnova.click/quiz/dmla_sose24_02_teilbarkeit1)

# Diskrete Mathematik und Lineare Algebra

## 1. Zahlentheorie

### 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

Dr.-Ing. Miriam Hommel

# 1. Zahlentheorie

## 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

- Programmierung
- Zufallszahlengenerator
- Prüfziffern:
  - EAN (Europäische Artikelnummer / European Article Number)
  - ISBN (Internationale Standardbuchnummer / International Standard Book Number)
  - IBAN (International Bank Account Number)
- ...

# 1. Zahlentheorie

## 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

Programmierung:

- `mod` oder `%`
- Überprüfung, ob eine Zahl gerade ist oder nicht
- Bestimmter Programmcode soll nur bei jedem x-ten Durchlauf einer Schleife ausgeführt werden
- ...

# 1. Zahlentheorie

## 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

Zufallszahlengenerator (vgl. u.a. Steger, 2001):

- Lineare Kongruenzmethode
  - Startwert:  $x_0$
  - sukzessive Berechnung weiterer Werte:  $x_{n+1} = ax_n + c \bmod m$
  - Parameter  $a, c, m$  müssen bestimmte Bedingungen erfüllen, damit die  $x_n$  möglichst „zufällig“ verteilt sind
  - Beispiel: `nrnd48()` in C++

# 1. Zahlentheorie

## 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

Prüfziffern:

- Erkennung der häufigsten Fehler:
  - Eingabe einer falschen Ziffer („Einzelfehler“)
  - Vertauschung von zwei Ziffern („Vertauschungsfehler“)

# 1. Zahlentheorie

## 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- EAN (Europäische Artikelnummer/ European Article Number):

- Strichcode bzw. 13-stellige Ziffernfolge auf vielen Artikeln

- Erste beiden Ziffern:      Herkunftsland

- Folgende 5 Ziffern:      Hersteller

- Folgende 5 Ziffern:      Produkt

- Letzte Ziffer:      Prüfziffer

- Erlaubt Detektion von Einzelfehlern, aber nicht von allen Vertauschungsfehlern



Quelle:; Von VaGla - own work created in Inkscape based on the graphics by Grzexs, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1642759>



# 1. Zahlentheorie

## 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- EAN (Europäische Artikelnummer/ European Article Number):

- Berechnung der Prüfziffer

- Berechne gewichtete Quersumme der ersten 12 Ziffern
- Gewichte: abwechselnd 1 und 3 beginnend mit der 1
- Prüfziffer = kleinste Zahl, die man zur Quersumme addieren muss, damit die Summe durch 10 teilbar ist

• Hier:  $(5+2 \cdot 7+0+3+2+9+4+3+2+9+4+1 \cdot 5+p) \bmod 10 = 0$

$$(83+p) \bmod 10 = 0$$

$$p = \underline{\underline{7}}$$



Quelle:; Von VaGla - own work created in Inkscape based on the graphics by Grzeks, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1642759>

# 1. Zahlentheorie

## 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- EAN (Europäische Artikelnummer/ European Article Number):

- Berechnen Sie die Prüfziffer  $p$  des Buchs  
„Diskrete Strukturen 1“ von Angelika Steger:

EAN: 9 783540 46660 $p$



Quelle: M. Hommel

# 1. Zahlentheorie

## 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfwziffern

- ISBN (Internationale Standardbuchnummer / International Standard Book Number):

10-stellige Nummer zur eindeutigen Identifizierung von Büchern

unterteilt in 4 mit Bindestrichen getrennte Segmente

- Erstes Segment: Herkunftsland
  - Zweites Segment: Verlag
  - Drittes Segment: Titel
  - Viertes Segment: Prüfwziffer
- Erlaubt Detektion von Einzel- und Vertauschungsfehlern

Beispiel:

„Diskrete Strukturen 1“

von Angelika Steger

3–540–46660–6

# 1. Zahlentheorie

## 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- ISBN (Internationale Standardbuchnummer / International Standard Book Number):

- Berechnung der Prüfziffer

- Berechne gewichtete Quersumme der ersten 9 Ziffern
- Gewichte: 1. Ziffer: 1; 2. Ziffer: 2; 3. Ziffer: 3; ...
- Prüfziffer = gewichtete Quersumme modulo 11

- Hier:  $171 \bmod 11 = 6$

Beispiel:

„Diskrete Strukturen 1“  
von Angelika Steger

3 – 540 – 46660 – 6

- Wenn Prüfziffer gleich 10, notiere X.

# 1. Zahlentheorie

## 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- ISBN (Internationale Standardbuchnummer / International Standard Book Number):

- „Diskrete Strukturen 1“ von Angelika Steger:  $3 - 540 - 46660 - 6$

- Einzelfehler:  $3 - 540 - 49660 - 6$

$$189 \bmod 11 = \underline{\underline{2}} \neq 6 \quad \nabla !$$

- Vertauschungsfehler:  $3 - 504 - 46660 - 6$

$$175 \bmod 11 = 10 \neq 6 \quad \nabla !$$

# 1. Zahlentheorie

## 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- Neue ISBN-13 (seit 2007):
  - Überführung der ISBN-10 in die zum Buch gehörende 13-stellige EAN durch Voranstellen der Ziffernfolge 978 (bzw. 979) und Neuberechnung der Prüfziffer
  - „Diskrete Strukturen 1“ von Angelika Steger:

• ISBN-10: 3 – 540 – 46660 – 6

• ISBN-13:

978 3-540-46660-4  $p=4$

• EAN:

9783540 466604

$$(9+2 \cdot 1 + 8 + 9 + 5 + 12 + 0 + 12 + 6 + 18 + 6 + 0 + p) \bmod 10 \\ = (96 + p) \bmod 10$$

# 1. Zahlentheorie

## 1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- Neue ISBN-13 (seit 2007):

- „Diskrete Strukturen 1“ von Angelika Steger:  $978 - 3 - 540 - 46660 - 4$

- Problem: Vertauschungsfehler

- ISBN-13:  $97\textcolor{red}{3} - \textcolor{red}{8} - 540 - 46660 - \underline{4}$   $116 \bmod 10 = \underline{4}$
    - EAN:  $9\ 7\textcolor{red}{38}540\ 46660\underline{4}$  Fehler nicht erkannt 'n'