Aufgabe 1. Zwei faire Würfel werden unabhängig von einander geworfen. Die Zufallsvariablen X und Y steht für den minimalen beziehungsweise maximalen Wert der geworfenen Augenzahlen.

a) Welchen Wert hat $Pr[X = k]$ für $k \in \{1, \ldots, 6\}$?

b) Welchen Wert hat $Pr[Y = k]$ für $k \in \{1, \ldots, 6\}$?

c) Welchen Wert hat $Pr[Y = k \mid X = 3]$ für $k \in \{1, \ldots, 6\}$?

d) Berechnen Sie den Erwartungswert von X und Y.

e) Berechnen Sie $Exp[X + Y]$.

Aufgabe 2. Professor Quarx plant aus Gründen der Effizienz und der Verbesserung der Qualität der Lehre, auf Prüfungen mittels Klausuren zu verzichten. Stattdessen will er die Noten durch Würfeln ermitteln. Hierzu wirft er einen fairen Würfel drei Mal und wählt die kleinste Augenzahl aus. Anschließend vergibt er die Note anhand folgender Tabelle:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Note	1	2	3	4	5	5

Eine Prüfung gilt als bestanden, wenn die Note kleiner-gleich 4 ist. Die Zufallsvariable X steht für den Wert der gewürfelten Note.

a) Geben Sie für die Dichte und Verteilung der Zufallsvariable X an.

b) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

c) Ist die von Professor Quarx gewählte Art der Benotung für die Studenten vorteilhaft?

Aufgabe 3. Berechnen Sie den Erwartungswert der folgenden Zufallsvariablen.

a) $X \sim \mathrm{Ber}(p)$

b) $X \sim \mathrm{Bin}(n, p)$

Aufgabe 4. Beweisen Sie: Sei X eine Zufallsvariable, deren Erwartungswert existiert. Dann gilt:

$$Exp[X] = \sum_{\omega \in \Omega} X(\omega) \cdot Pr[\omega].$$