

Diskrete Mathematik und Lineare Algebra

Dr.-Ing. Miriam Hommel

Wiederholung – Woche 1



Quiz-Name:

DMLA_SoSe24_02_Teilbarkeit1

https://arsnova.click/quiz/dmla_sose24_02_teilbarkeit1

Diskrete Mathematik und Lineare Algebra

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

Dr.-Ing. Miriam Hommel

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

- Programmierung
- Zufallszahlengenerator
- Prüfwerte:
 - EAN (Europäische Artikelnummer / European Article Number)
 - ISBN (Internationale Standardbuchnummer / International Standard Book Number)
 - IBAN (International Bank Account Number)
- ...

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

Programmierung:

- `mod` oder `%`
- Überprüfung, ob eine Zahl gerade ist oder nicht
- Bestimmter Programmcode soll nur bei jedem x-ten Durchlauf einer Schleife ausgeführt werden
- ...

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

Zufallszahlengenerator (vgl. u.a. Steger, 2001):

- Lineare Kongruenzmethode
 - Startwert: x_0
 - sukzessive Berechnung weiterer Werte: $x_{n+1} = ax_n + c \bmod m$
 - Parameter a, c, m müssen bestimmte Bedingungen erfüllen, damit die x_n möglichst „zufällig“ verteilt sind
 - Beispiel: `nrnd48()` in C++

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen

Prüfziffern:

- Erkennung der häufigsten Fehler:
 - Eingabe einer falschen Ziffer („Einzelfehler“)
 - Vertauschung von zwei Ziffern („Vertauschungsfehler“)

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- EAN (Europäische Artikelnummer/ European Article Number):

- Strichcode bzw. 13-stellige Ziffernfolge auf vielen Artikeln

- Erste beiden Ziffern: Herkunftsland

- Folgende 5 Ziffern: Hersteller

- Folgende 5 Ziffern: Produkt

- Letzte Ziffer: Prüfziffer

- Erlaubt Detektion von Einzelfehlern, aber nicht von allen Vertauschungsfehlern



Quelle:; Von VaGla - own work created in Inkscape based on the graphics by Grzexs, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1642759>

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- EAN (Europäische Artikelnummer/ European Article Number):

- Berechnung der Prüfziffer

- Berechne gewichtete Quersumme der ersten 12 Ziffern
- Gewichte: abwechselnd 1 und 3 beginnend mit der 1
- Prüfziffer = kleinste Zahl, die man zur Quersumme addieren muss, damit die Summe durch 10 teilbar ist

• Hier: $(5 + 2 \cdot 7 + 0 + 3 + 2 + 9 + 4 + 3 + 2 + 9 + 4 + 1 \cdot 5 + p) \bmod 10 = 0$

$$(83 + p) \bmod 10 = 0$$

$$p = \underline{\underline{7}}$$



Quelle:; Von VaGla - own work created in Inkscape based on the graphics by Grzeks, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1642759>

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- EAN (Europäische Artikelnummer/ European Article Number):

- Berechnen Sie die Prüfziffer p des Buchs
„Diskrete Strukturen 1“ von Angelika Steger:

EAN: 9 783540 46660 p



Quelle: M. Hommel

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfwziffern

- ISBN (Internationale Standardbuchnummer / International Standard Book Number):

10-stellige Nummer zur eindeutigen Identifizierung von Büchern

unterteilt in 4 mit Bindestrichen getrennte Segmente

- Erstes Segment: Herkunftsland
 - Zweites Segment: Verlag
 - Drittes Segment: Titel
 - Viertes Segment: Prüfwziffer
- Erlaubt Detektion von Einzel- und Vertauschungsfehlern

Beispiel:

„Diskrete Strukturen 1“

von Angelika Steger

3–540–46660–6

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- ISBN (Internationale Standardbuchnummer / International Standard Book Number):

- Berechnung der Prüfziffer

- Berechne gewichtete Quersumme der ersten 9 Ziffern
- Gewichte: 1. Ziffer: 1; 2. Ziffer: 2; 3. Ziffer: 3; ...
- Prüfziffer = gewichtete Quersumme modulo 11

- Hier: $171 \bmod 11 = 6$

Beispiel:

„Diskrete Strukturen 1“
von Angelika Steger

3 – 540 – 46660 – 6

- Wenn Prüfziffer gleich 10, notiere X.

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- ISBN (Internationale Standardbuchnummer / International Standard Book Number):

- „Diskrete Strukturen 1“ von Angelika Steger: $3 - 540 - 46660 - 6$

- Einzelfehler: $3 - 540 - 4\textcolor{red}{9}660 - 6$

$$189 \bmod 11 = \underline{\underline{2}} \neq 6 \quad \nabla !$$

- Vertauschungsfehler: $3 - 5\textcolor{red}{04} - 46660 - 6$

$$175 \bmod 11 = 10 \neq 6 \quad \nabla !$$

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfwziffern

- Neue ISBN-13 (seit 2007):
 - Überführung der ISBN-10 in die zum Buch gehörende 13-stellige EAN durch Voranstellen der Ziffernfolge 978 (bzw. 979) und Neuberechnung der Prüfwziffer

- „Diskrete Strukturen 1“ von Angelika Steger:

• ISBN-10: 3 – 540 – 46660 – 6

• ISBN-13:

978 3-540-46660-4 $p=4$

• EAN:

9783540 466604

$$(9+2 \cdot 1 + 8 + 9 + 5 + 12 + 0 + 12 + 6 + 18 + 6 + 0 + p) \bmod 10 \\ = (96 + p) \bmod 10$$

1. Zahlentheorie

1.1 Teilbarkeit – Anwendungen – Prüfziffern

- Neue ISBN-13 (seit 2007):

- „Diskrete Strukturen 1“ von Angelika Steger: $978 - 3 - 540 - 46660 - 4$

- Problem: Vertauschungsfehler

- ISBN-13: $97\textcolor{red}{3} - \textcolor{red}{8} - 540 - 46660 - \underline{4}$ $116 \bmod 10 = \underline{4}$
 - EAN: $9\ 7\textcolor{red}{38}540\ 46660\underline{4}$ Fehler nicht erkannt 'n'