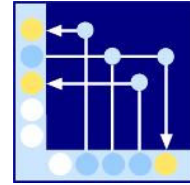




Hochschule Aalen

*Fakultät Elektronik und Informatik
Studienbereich Informatik*



Algorithmen und Datenstrukturen 2

Vorlesung im Wintersemester 2024/2025

Prof. Dr. habil. Christian Heinlein

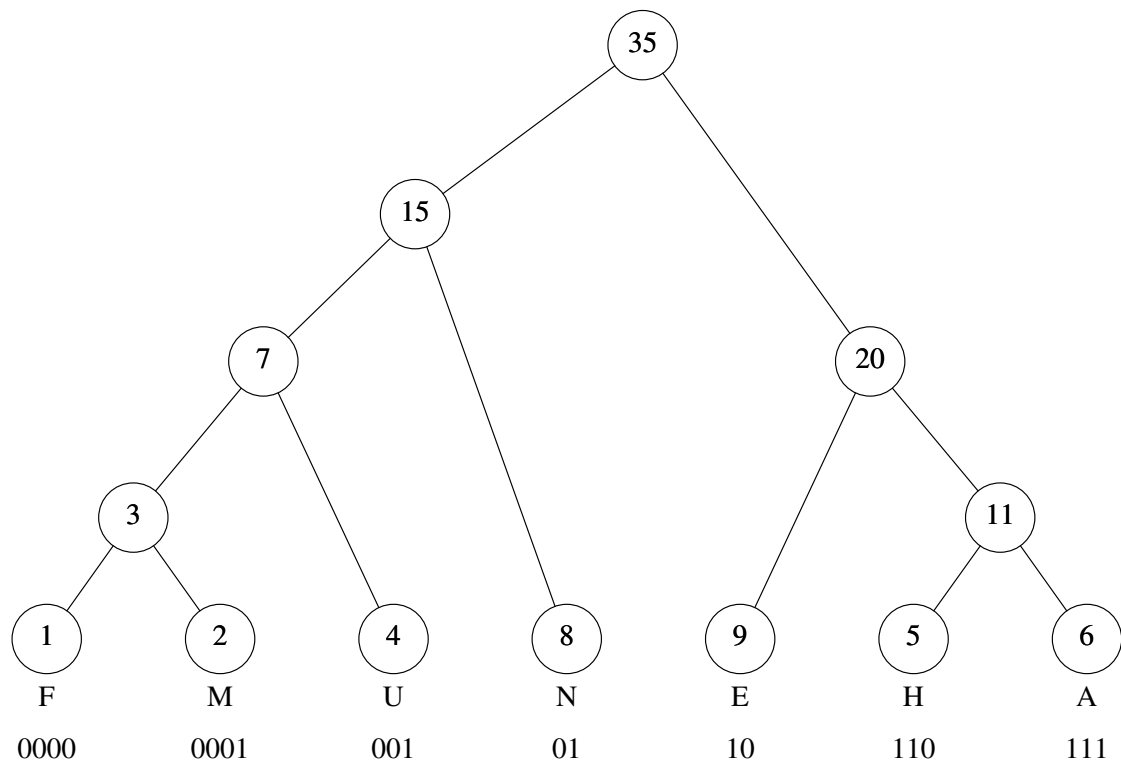
3. Übungsblatt (21. November 2024)

Aufgabe 7: Huffman-Kodierung

Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{ A, E, F, H, M, N, U \}$ mit folgenden Häufigkeiten:

Zeichen	Häufigkeit
A	6
E	9
F	1
H	5
M	2
N	8
U	4

- a) Bestimmen Sie einen optimalen Präfixkode und zeichnen Sie den resultierenden Kodebaum!
Damit dieser eindeutig ist, soll die (kumulierte) Häufigkeit des linken Nachfolgers eines Knotens immer kleiner sein als die seines rechten Nachfolgers. Außerdem soll das Kodewort des linken Nachfolgers immer durch Anhängen von 0 an das Kodewort des Knotens entstehen.



b) Kodieren Sie mit diesem Code das Wort HUFFMAN!

110001000000000000111101

c) Dekodieren Sie mit diesem Code die Bitfolge 111001000001111110000110!

AUFNAHME

d) Wieviele Bits werden zur Kodierung eines Zeichens (durchschnittlich) benötigt, wenn man

- einen Code mit möglichst kleiner fester Länge
- den obigen optimalen Präfixcode variabler Länge

verwendet?

- Da es 7 verschiedene Zeichen gibt, braucht man bei einem Code fester Länge für jedes Zeichen $\lceil \log_2 7 \rceil = 3$ Bits.

- Beim obigen Präfixcode braucht man für ein Zeichen im Durchschnitt $\frac{1}{35} (4 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 6) = \frac{91}{35} = 2.6$ Bits.

Aufgabe 8: Stabile Ehen

Teilaufgabe 8.a)

Gegeben seien folgende Präferenzlisten:

Anton	Christian	Emil	Gustav
1. Doris 2. Berta 3. Frieda 4. Hanna	1. Frieda 2. Doris 3. Berta 4. Hanna	1. Frieda 2. Doris 3. Berta 4. Hanna	1. Frieda 2. Hanna 3. Berta 4. Doris

Berta	Doris	Frieda	Hanna
1. Emil 2. Christian 3. Gustav 4. Anton	1. Christian 2. Emil 3. Gustav 4. Anton	1. Christian 2. Gustav 3. Anton 4. Emil	1. Christian 2. Anton 3. Emil 4. Gustav

1. Überprüfen Sie, ob die Zuordnung $\{ (Anton, Berta), (Christian, Doris), (Emil, Frieda), (Gustav, Hanna) \}$ stabil ist!

Ermitteln Sie ggf. alle Paare (M, F) , die eine Gefahr für die Stabilität der Zuordnung darstellen!



- Anton bevorzugt zwar Doris gegenüber seiner Frau Berta, aber Doris bevorzugt nicht Anton gegenüber ihrem Mann Christian.
- Christian bevorzugt Frieda gegenüber seiner Frau Doris, und Frieda bevorzugt Christian gegenüber ihrem Mann Emil, d. h. Christian und Frieda stellen eine Gefahr für die Stabilität der Zuordnung dar.
- Emil bevorzugt keine andere Frau gegenüber seiner Frau Frieda.
- Gustav bevorzugt Frieda gegenüber seiner Frau Hanna, und Frieda bevorzugt Gustav gegenüber ihrem Mann Emil, d. h. Gustav und Frieda stellen ebenfalls eine Gefahr für die Stabilität der Zuordnung dar.
- Also ist die Zuordnung nicht stabil.



2. Ermitteln Sie mit dem in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus die Zuordnungen bei Herren- und Damenwahl und protokollieren Sie den Ablauf jeweils in geeigneter Form!

Von den Männern bzw. Frauen, die noch oder wieder solo sind, soll jeweils diejenige Person den nächsten Schritt tun, die als erstes im Alphabet kommt.



Herrenwahl

	Anton	Christian	Emil	Gustav
1	Doris			
2		Frieda		
3			Frieda	
4			Doris	
5	Berta			
6				Frieda
7				Hanna

Damit lautet die Zuordnung: { (Anton, Berta), (Christian, Frieda), (Emil, Doris), (Gustav, Hanna) }

Erläuterungen:

- Jede Zeile der Tabelle beschreibt einen Schritt des Algorithmus.
- Ein Eintrag F in einer bestimmten Spalte M einer Zeile bedeutet, dass Mann M zu diesem Zeitpunkt Frau F fragt.
- Wenn die nächste Zeile wieder einen Eintrag in derselben Spalte M enthält, bedeutet das, dass Mann M von Frau F abgelehnt wurde und deshalb gleich die nächste Frau auf seiner Liste fragt.
- Wenn die nächste Zeile jedoch einen Eintrag in einer anderen Spalte enthält (oder wenn es keine weitere Zeile mehr gibt), bedeutet das, dass Mann M in diesem Moment von Frau F akzeptiert wurde.
- Wenn es dann später wieder einen Eintrag in Spalte M gibt, bedeutet das, dass Frau F später einen anderen Mann gegenüber M bevorzugt hat und Mann M deshalb jetzt die nächste Frau auf seiner Liste fragt.
- Der letzte Eintrag in jeder Spalte M zeigt damit genau die Frau, die Mann M am Ende bekommt.

Damenwahl

	Berta	Doris	Frieda	Hanna
1	Emil			
2		Christian		
3			Christian	
4		Emil		
5	Christian			
6	Gustav			
7				Christian
8				Anton

Damit lautet die Zuordnung: { (Anton, Hanna), (Christian, Frieda), (Emil, Doris), (Gustav, Berta) }

Erläuterungen wie bei Herrenwahl mit vertauschten Rollen.



3. Geben Sie für jede der acht Personen ihren bestmöglichen und ihren schlechtestmöglichen Partner bei einer stabilen Zuordnung an!



- Bei Herrenwahl bekommt jeder Mann die bestmögliche Frau und jede Frau den schlechtestmöglichen Mann.
- Bei Damenwahl bekommt jede Frau den bestmöglichen Mann und jeder Mann die schlechtestmögliche Frau.

Daraus folgt:

Person	best-möglicher Partner	schlechtest-möglicher Partner
Anton	Berta	Hanna
Berta	Gustav	Anton
Christian	Frieda	Frieda
Doris	Emil	Emil
Emil	Doris	Doris
Frieda	Christian	Christian
Gustav	Hanna	Berta
Hanna	Anton	Gustav



Teilaufgabe 8.b)

Gegeben seien folgende Präferenzlisten von Mitarbeitern und Projekten P1, P2, P3:

P1	P2	P3
1. Anton 2. Berta 3. Christian 4. Doris 5. Emil 6. Frieda	1. Frieda 2. Emil 3. Doris 4. Christian 5. Berta 6. Anton	1. Anton 2. Doris 3. Berta 4. Emil 5. Christian 6. Frieda

Anton	Berta	Christian	Doris	Emil	Frieda
1. P1 2. P2 3. P3	1. P1 2. P3 3. P2	1. P2 2. P1 3. P3	1. P2 2. P3 3. P1	1. P3 2. P1 3. P2	1. P3 2. P2 3. P1

Die Projekte P1, P2, P3 benötigen 1 bzw. 2 bzw. 3 Mitarbeiter, d. h. sie werden durch 1 bzw. 2 bzw. 3 Strohмänner repräsentiert, die jeweils die Präferenzliste ihres Projekts haben.

Ermitteln Sie die Zuordnungen von Mitarbeitern zu Projekten bei „Mitarbeiter-“ und „Projektwahl“ (d. h. wenn entweder die Mitarbeiter oder die Strohмänner die Rolle der Männer beim Algorithmus mit Herrenwahl spielen)!



Präferenzlisten nach Ersetzung der Projekte P1, P2, P3 durch ihre Strohмänner P1a, P2a, P2b, P3a, P3b, P3c:

P1a	P2a	P2b	P3a	P3b	P3c
1. Anton 2. Berta 3. Christian 4. Doris 5. Emil 6. Frieda	1. Frieda 2. Emil 3. Doris 4. Christian 5. Berta 6. Anton	1. Frieda 2. Emil 3. Doris 4. Christian 5. Berta 6. Anton	1. Anton 2. Doris 3. Berta 4. Emil 5. Christian 6. Frieda	1. Anton 2. Doris 3. Berta 4. Emil 5. Christian 6. Frieda	1. Anton 2. Doris 3. Berta 4. Emil 5. Christian 6. Frieda

Anton	Berta	Christian	Doris	Emil	Frieda
1. P1a 2. P2a 3. P2b 4. P3a 5. P3b 6. P3c	1. P1a 2. P3a 3. P3b 4. P3c 5. P2a 6. P2b	1. P2a 2. P2b 3. P1a 4. P3a 5. P3b 6. P3c	1. P2a 2. P2b 3. P3a 4. P3b 5. P3c 6. P1a	1. P3a 2. P3b 3. P3c 4. P1a 5. P2a 6. P2b	1. P3a 2. P3b 3. P3c 4. P2a 5. P2b 6. P1a

Ablauf des Algorithmus bei Mitarbeiterwahl:

	Anton	Berta	Christian	Doris	Emil	Frieda
1	P1a					
2		P1a				
3		P3a				
4			P2a			
5				P2a		
6			P2b			
7					P3a	
8					P3b	
9						P3a
10						P3b
11						P3c

Ergebnis:

- Projekt P1 bekommt Mitarbeiter Anton
- Projekt P2 bekommt Mitarbeiter Christian, Doris
- Projekt P3 bekommt Mitarbeiter Berta, Emil, Frieda

Ablauf des Algorithmus bei Projektwahl:

	P1a	P2a	P2b	P3a	P3b	P3c
1	Anton					
2		Frieda				
3			Frieda			
4			Emil			
5				Anton		
6				Doris		
7					Anton	
8					Doris	
9					Berta	
10						Anton
11						Doris
12						Berta
13						Emil
14			Doris			
15				Berta		
16					Emil	
17						Christian

Ergebnis:

- Projekt P1 bekommt Mitarbeiter Anton
- Projekt P2 bekommt Mitarbeiter Doris, Frieda
- Projekt P3 bekommt Mitarbeiter Berta, Christian, Emil

