

## Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный технический университет»



## Кафедра прикладной математики Практическое задание № 2 по дисциплине «Основы криптографии»

Место для ввода текста.

Бригада 2 ЗАТОЛОЦКАЯ ЮЛИЯ

Группа ПМ-91 БАРСУКОВА НАТАЛЬЯ

Вариант 2 ЧЕРНИКОВ ДАНИЛ

Преподаватели СТУПАКОВ ИЛЬЯ МИХАЙЛОВИЧ

Новосибирск, 2021

## 1 Задание

Алгоритм Эль-Гамаля

Написать программы реализующие алгоритм Эль-Гамаля.

- 1. Генерация ключей
  - 1. Прочитать из консоли числа p и g.
  - 2. Проверить что p простое число, а g первообразный корень по модулю p.
  - 3. Сгенерировать закрытый ключ *х* и открытый ключ *у* по алгоритму Эль-Гамаля.
- 2. Шифрование текста
  - 1. Прочитать из консоли числа p, g и y.
  - 2. Прочитать сообщение M (число меньшее p), зашифровать его алгоритмом Эль-Гамаля и вывести результат.
- 3. Расшифровка текста
  - 1. Прочитать из консоли числа p, g и x.
  - 2. Прочитать зашифрованное сообщение, расшифровать его алгоритмом Эль-Гамаля и вывести результат.

Для возведения в степень должен использоваться алгоритм быстрого возведения в степень. Программа должна корректно работать для значений р < 2^32.

## 2 Программа

```
1 using System;
 2 using System.Numerics;
 3
 4 namespace kript2
 5 {
 6
       class Program
 7
 8
           static bool keys_generator(ref BigInteger y, ref BigInteger g, ref BigInteger p,
      ref BigInteger x)
 9
           {
10
               // Генерирует 2 ключа: публичный (y, g, p) и приватный (x)
11
               // true - ключи успешно сгенерировались, иначе false
12
               Console.WriteLine("Введите р: ");
13
               p = BigInteger.Parse(Console.ReadLine());
14
               Console.WriteLine("Введите g: ");
15
               g = BigInteger.Parse(Console.ReadLine());
16
17
               if (!primality_test(p))
18
               {
19
                   Console.WriteLine("Число р не является простым.");
20
                   return false;
21
               }
22
               if (!is_primitive_root(g, p))
23
24
25
                   Console.WriteLine("Число g не является первообразным корнем по модулю
      p.");
26
                   return false;
27
               }
28
29
               x = RandomIntegerBelow(p - 1);
30
               y = BigInteger.ModPow(g,x,p);
```

```
31
               return true;
32
           }
33
34
           static BigInteger gcd(BigInteger a, BigInteger b)
35
36
               // Алгоритм Евклида
37
               return b == 0 ? a : gcd(b, a % b);
38
           }
39
           static BigInteger phi(BigInteger n)
40
41
               // Функция Эйлера
42
               BigInteger result = 1;
43
               BigInteger previous = -1;
44
               for (int i = 2; i <= n / i;)</pre>
45
46
                   if (n % i == 0)
47
48
                        if (i == previous)
49
                            result *= i;
50
                       else
51
                        {
52
                            result *= i - 1;
53
                           previous = i;
54
                       }
55
                       n /= i;
56
                   }
57
                   else
58
                       i++;
59
60
               BigInteger p = n;
61
               if (n > 1)
62
                    if (p == previous)
63
                       result *= p;
64
                   else
65
                       result *= p - 1;
66
               return result;
67
           }
68
           static bool primality_test(BigInteger n)
69
70
               // Является ли число п простым?
71
               if (n == 1)
72
                   return false;
73
               if (n % 2 == 0 && n != 2)
74
                   return false;
75
               for (int i = 3; i <= n / i; i += 2)
76
                   if (n % i == 0)
77
                        return false;
78
               return true;
79
           }
80
81
           static BigInteger RandomIntegerBelow(BigInteger N)
82
           {
```

```
83
                byte[] bytes = N.ToByteArray();
 84
                BigInteger R;
 85
                Random random = new Random();
 86
 87
                {
 88
                    random.NextBytes(bytes);
 89
                    bytes[bytes.Length - 1] &= (byte)0x7F;
 90
                    R = new BigInteger(bytes);
 91
                } while (R >= N);
 92
 93
                if (R == 0)
 94
                    R += 2;
 95
                if (R == 1)
 96
                    R += 1;
 97
 98
                return R;
 99
            }
100
101
            static bool is primitive root(BigInteger g, BigInteger m)
102
103
                // Является ли число g первообразным корнем по модулю m?
104
                if (g >= m || g < 0 || gcd(g, m) != 1)
105
                    return false;
106
107
                BigInteger n = phi(m);
108
                BigInteger phi_m = n;
109
                BigInteger previous = -1;
110
                for (BigInteger i = 2; i <= n / i; i++)</pre>
111
                {
112
                    while (n \% i == 0)
113
114
                        if (i != previous && BigInteger.ModPow(g, phi_m / i,m) == 1)
115
                             return false;
116
                        n /= i;
117
                        previous = i;
118
                    }
119
                }
120
121
                if (n != 1)
122
123
                    if (n != previous && BigInteger.ModPow(g, phi_m / n, m) == 1)
124
                        return false;
125
126
                return true;
127
128
            static void Encrytion(BigInteger p, BigInteger g, BigInteger y)
129
130
                BigInteger k = RandomIntegerBelow(p - 1);
131
                Console.WriteLine("Введите сообщение: ");
132
                BigInteger M = Convert.ToInt32(Console.ReadLine());
133
                BigInteger s = BigInteger.ModPow(y, k, p);
134
                BigInteger a = BigInteger.ModPow(g, k, p);
```

```
135
136
               BigInteger b = (s * M) \% p;
137
               Console.WriteLine("a = " + a + " b = " + b);
138
139
           }
140
           static void Decrytion(BigInteger x, BigInteger a, BigInteger b, BigInteger p)
141
142
               BigInteger M;
143
               BigInteger ret = BigInteger.ModPow(a, p - 1 - x, p);
144
               M = ((b \% p) * ret) \% p;
145
146
               Console.WriteLine("Расшифрованное сообщение М = " + М);
147
           }
148
           static void Main(string[] args)
149
150
               BigInteger p = 0; BigInteger g = 0; BigInteger x = 0; BigInteger y = 0;
151
               if (keys_generator(ref y, ref g, ref p, ref x))
152
               {
153
                    Encrytion(p, g, y);
154
                   Console.WriteLine("Введите a: ");
155
                   BigInteger a = BigInteger.Parse(Console.ReadLine());
156
                   Console.WriteLine("Введите b: ");
157
                   BigInteger b = BigInteger.Parse(Console.ReadLine());
158
                   Decrytion(x, a, b, p);
159
               }
160
161
           }
162
        }
163 }
  3 Тесты
 Введите р:
 11
 Введите g:
 Введите сообщение:
 a = 3 b = 6
 Введите а:
 Введите b:
 Расшифрованное сообщение М = 10
```

```
Введите р:
4304021
Введите g:
3
Введите сообщение:
4000000
a = 843694 b = 3874647
Введите a:
843694
Введите b:
3874647
Расшифрованное сообщение M = 4000000
```