Capítulo 13

Problema 01

(a) $P\left(\dfrac{S_1^2}{S_2^2}<a\right)=95\% \Rightarrow P\left(F(9;5)<a\right)=95\% \Rightarrow a=4{,}772$

(b) $P\left(\dfrac{S_1^2}{S_2^2}>b\right)=95\% \Rightarrow P\left(F(9;5)>b\right)=95\% \Rightarrow b=0{,}287$

Problema 02

Porque as duas amostras são independentes.

Problema 03

$H_0:\sigma_A^2=\sigma_B^2$ versus $H_1:\sigma_A^2<\sigma_B^2$

Estatística do teste: $W=S_B^2/S_A^2$. Sob H_0, $W \sim F(14;9)$.

Região crítica: Tomando $\alpha=5\%$, temos $RC=]0;0{,}378[$.

Valor observado: $w_0=s_B^2/s_A^2=(1600/1000)^2=2{,}56$.

Como w_0 não pertence à região crítica, não rejeitamos H_0, ou seja, não há evidências de que a fábrica A seja mais coerente que a fábrica B na política salarial.

Problema 04

$H_0:\sigma_A^2=\sigma_B^2$ versus $H_1:\sigma_A^2\neq\sigma_B^2$

Estatística do teste: $W=S_B^2/S_A^2$. Sob H_0, $W \sim F(16;20)$.

Região crítica: Tomando $\alpha=5\%$, temos que $RC=]0;0{,}373[\cup]2{,}547;+\infty[$.

Valor observado: $w_0=s_B^2/s_A^2=0{,}1734/0{,}0412=4{,}21$.

Como w_0 pertence à região crítica, rejeitamos H_0, ou seja, há evidências de que as variâncias dos comprimentos dos produtos das duas fábricas sejam diferentes.

Intervalo de confiança para o quociente das variâncias ($\gamma=95\%$):

$P(f_1<F(20;16)<f_2)=95\% \Rightarrow f_1=0{,}393$ e $f_2=2{,}681$.

Logo: $f_1\dfrac{S_B^2}{S_a^2}<\dfrac{\sigma_2}{\sigma_1}<f_2\dfrac{S_B^2}{S_a^2} \Rightarrow 0{,}393\dfrac{0{,}1734}{0{,}0412}<\dfrac{\sigma_2}{\sigma_1}<2{,}681\dfrac{0{,}1734}{0{,}0412} \Rightarrow 1{,}653<\dfrac{\sigma_2}{\sigma_1}<11{,}283$

Problema 05

Teste de igualdade de variâncias: $H_0:\sigma_H^2=\sigma_M^2$ *versus* $H_1:\sigma_H^2\neq\sigma_M^2$

Estatística do teste: $W=S_M^2/S_H^2$. Sob H_0, $W\sim F(49;49)$.

Região crítica: Tomando $\alpha=5\%$, temos que $RC=]0;0{,}567[\cup]1{,}762;+\infty[$.

Valor observado: $w_0=s_M^2/s_H^2=(0{,}9/0{,}8)^2=1{,}27$. Como w_0 não pertence à região crítica, aceitamos a hipótese de igualdade de variâncias.

Teste de igualdade de médias: $H_0:\mu_H=\mu_M$ *versus* $H_1:\mu_H\neq\mu_M$

Estatística do teste: $T=\dfrac{\overline{X}_H-\overline{X}_M}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_H}+\dfrac{1}{n_M}}}$. Sob H_0, $T\sim t_{98}$.

Região crítica: Tomando $\alpha=5\%$, temos que $RC=]-\infty;-1{,}984[\cup]1{,}984;+\infty[$.

Valor observado: $t_0=\dfrac{3{,}2-3{,}7}{0{,}851\sqrt{\dfrac{1}{50}+\dfrac{1}{50}}}=-2{,}936$. Como t_0 pertence à região crítica,

concluímos que o tempo médio de adaptação das mulheres é maior que o dos homens.

Suposição: Os tempos de adaptação de homens e mulheres têm distribuições normais com variâncias iguais

Problema 06

$H_0:\mu_A=\mu_B$ *versus* $H_1:\mu_A\neq\mu_B$

Estatística do teste: $T=\dfrac{\overline{x}_A-\overline{x}_B}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_A}+\dfrac{1}{n_B}}}$. Sob H_0, $T\sim t_{98}$.

Região crítica: Tomando $\alpha=5\%$, temos que $RC=]-\infty;-1{,}984[\cup]1{,}984;+\infty[$.

Valor observado: $t_0=\dfrac{62-71}{20\sqrt{\dfrac{1}{50}+\dfrac{1}{50}}}=-2{,}250$. Como t_0 pertence à região crítica, concluímos

que os gastos médios das duas filiais não são iguais.

$$IC(\Delta;95\%)=(\overline{x}_A-\overline{x}_B)\pm t_{95\%}S_p\sqrt{\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_B}}=-9\pm1{,}984\times20\sqrt{\frac{2}{50}}=-9\pm7{,}938=]-16{,}938;-1{,}062[$$

Problema 07

Teste de igualdade de variâncias: $H_0: \sigma_A^2 = \sigma_B^2$ versus $H_1: \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

Estatística do teste: $W = S_B^2 / S_A^2$. Sob H_0, $W \sim F(11;14)$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]0;0,298[\cup]3,095;+\infty[$.

Valor observado: $w_0 = s_B^2 / s_A^2 = (15/10)^2 = 2,25$. Como w_0 não pertence à região crítica, aceitamos a hipótese de igualdade de variâncias.

Teste de igualdade de médias: $H_0: \mu_A = \mu_B$ *versus* $H_1: \mu_A \neq \mu_B$

Estatística do teste: $T = \dfrac{\overline{X}_A - \overline{X}_B}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_A} + \dfrac{1}{n_B}}}$. Sob H_0, $T \sim t_{25}$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty;-2,060[\cup]2,060;+\infty[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{48-52}{12,45\sqrt{\dfrac{1}{15} + \dfrac{1}{12}}} = -0,830$. Como t_0 não pertence à região crítica, concluímos que os dois processos produzem resultados similares.

Problema 08

No problema 4, rejeitamos a hipótese de igualdade de variâncias.

Teste de igualdade de médias: $H_0: \mu_A = \mu_B$ *versus* $H_1: \mu_A \neq \mu_B$

Estatística do teste: $T = \dfrac{\overline{X}_A - \overline{X}_B}{\sqrt{\dfrac{S_A^2}{n_A} + \dfrac{S_B^2}{n_B}}}$. $A = \dfrac{s_A^2}{n_A} = 0,002$; $B = \dfrac{s_B^2}{n_B} = 0,010$;

$$\nu = \frac{(A+B)^2}{A^2/(n_A-1) + B^2/(n_B-1)} = \frac{(0,002+0,010)^2}{0,002^2/20 + 0,010^2/16} \approx 22$$. Sob H_0, $T \sim t_{22}$

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty;-2,074[\cup]2,074;+\infty[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{21,15-21,12}{\sqrt{\dfrac{0,0412}{21} + \dfrac{0,1734}{17}}} = 0,272$. Como t_0 não pertence à região crítica, concluímos não há diferença entre as médias populacionais dos comprimentos dos produtos das duas fábricas.

Problema 09

$\bar{x}_L = 9,87$; $s_L^2 = 5,92$; $\bar{x}_A = 9,23$; $s_A^2 = 0,79$.

Teste de igualdade de variâncias: $H_0: \sigma_L^2 = \sigma_A^2$ versus $H_1: \sigma_L^2 \neq \sigma_A^2$

Estatística do teste: $W = S_L^2 / S_A^2$. Sob H_0, $W \sim F(6;7)$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]0;0{,}176[\cup]5{,}119;+\infty[$.

Valor observado: $w_0 = s_l^2 / s_a^2 = 5{,}92 / 0{,}79 = 7{,}51$. Como w_0 pertence à região crítica, rejeitamos a hipótese de igualdade de variâncias.

Teste de igualdade de médias: $H_0: \mu_L = \mu_A$ *versus* $H_1: \mu_L \neq \mu_A$

Estatística do teste: $T = \dfrac{\overline{X}_L - \overline{X}_A}{\sqrt{\dfrac{S_L^2}{n_L} + \dfrac{S_A^2}{n_A}}}$. $A = \dfrac{s_L^2}{n_L} = 0{,}846$; $B = \dfrac{s_A^2}{n_A} = 0{,}097$;

$$\nu = \frac{(A+B)^2}{A^2/(n_A - 1) + B^2/(n_B - 1)} = \frac{(0{,}846 + 0{,}097)^2}{0{,}846^2/6 + 0{,}097^2/7} \approx 7$$. Sob H_0, $T \sim t_7$

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty;-2{,}365[\cup]2{,}365;+\infty[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{9{,}87 - 9{,}23}{\sqrt{\dfrac{5{,}92}{7} + \dfrac{0{,}79}{8}}} = 0{,}666$. Como t_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que os salários médios populacionais dos dois grupos de profissionais sejam diferentes.

Problema 10

População	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
Produção	6,0	6,6	6,8	6,9	7,0	7,0	7,0	7,1	7,4	8,0	6,6	6,7	6,8	6,8	6,8	6,8	6,8	6,9	6,9	7,5
Postos	1	2,5	7,5	12	15	15	15	17	18	20	3	4	8	8	8	8	8	12	12	19

$W_S = 87$; $E(W_S) = \dfrac{m(N+1)}{2} = \dfrac{10 \times 21}{2} = 105$;

$$Var(W_S) = \frac{mn(N+1)}{12} - \frac{mn}{12N(N-1)} \sum_{i=1}^{e} (d_i^3 - d_i) = \frac{10 \times 10 \times 21}{12} - \frac{10 \times 10}{12 \times 20 \times 19} \times 264 = 169{,}21$$

$H_0: \mu_T = \mu_C$ *versus* $H_1: \mu_T > \mu_C$

Estatística do teste: $Z = \dfrac{W_S - E(W_S)}{\sqrt{Var(W_S)}}$. Sob H_0, $Z \sim N(0,1)$, aproximadamente.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]1{,}645;+\infty[$.

Valor observado: $z_0 = \dfrac{87 - 105}{\sqrt{169{,}21}} = -1{,}384$. Como z_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que o novo fertilizante aumente a produção.

$\hat{\alpha} = P(Z > -1{,}384) = 0{,}914$

Problema 11

(a)

w	3	4	5	6	7
$P(Ws=w)$	1/6	1/6	1/3	1/6	1/6

(b)

w	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$P(Ws=w)$	1/15	1/15	2/15	2/15	1/5	2/15	2/15	1/15	1/15

(c)

w	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$P(Ws=w)$	1/20	1/20	1/10	3/20	3/20	3/20	3/20	1/10	1/20	1/20

Problema 12

(a) $E(W_S) = \dfrac{m(N+1)}{2} = \dfrac{6\times 14}{2} = 42$; $Var(W_S) = \dfrac{nm(N+1)}{12} = \dfrac{7\times 6\times 14}{12} = 49$

$P(W_S \leq 48) = P(Z \leq (48-42)/7) = P(Z \leq 0{,}857) = 80{,}43\%$.

(b) $E(W_S) = \dfrac{m(N+1)}{2} = \dfrac{8\times 19}{2} = 76$; $Var(W_S) = \dfrac{nm(N+1)}{12} = \dfrac{10\times 8\times 19}{12} = 126{,}67$

$P(W_S \leq 95) = P(Z \leq (95-76)/\sqrt{126{,}67}) = P(Z \leq 1{,}688) = 95{,}43\%$.

(c) $E(W_S) = \dfrac{m(N+1)}{2} = \dfrac{10\times 21}{2} = 105$; $Var(W_S) = \dfrac{nm(N+1)}{12} = \dfrac{10\times 20\times 21}{12} = 175{,}00$

$P(W_S \geq 63) = P(Z \geq (63-105)/\sqrt{175}) = P(Z \geq -3{,}175) = 99{,}93\%$.

Problema 13

(a)

w	6,5	8,0	9,0	9,5	10,5	11,5	12,0	13,0	14,5
$P(Ws=w)$	1/10	1/10	1/10	1/10	1/5	1/10	1/10	1/10	1/10

(b)

w	6,5	8,5	10,5	12,5	14,5
$P(Ws=w)$	1/10	1/5	2/5	1/5	1/10

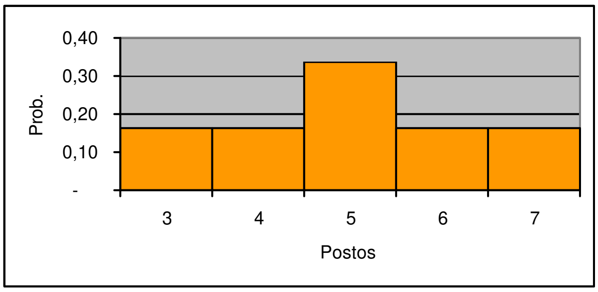
(c)

w	3	5	6	8
$P(Ws=w)$	1/10	3/10	3/10	3/10

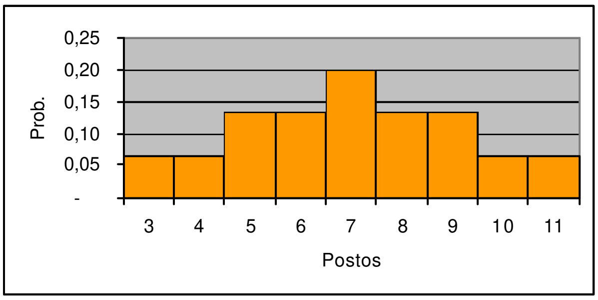
Problema 14

P11

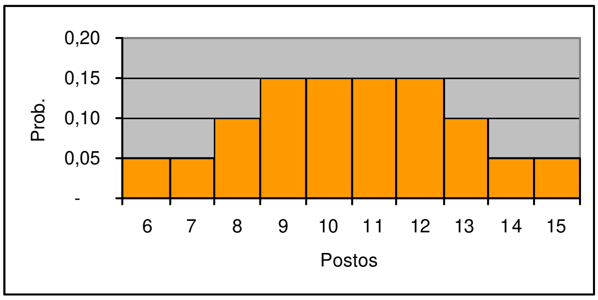
(a) $m = 2; n = 2$



(b) $m = 2; n = 4$

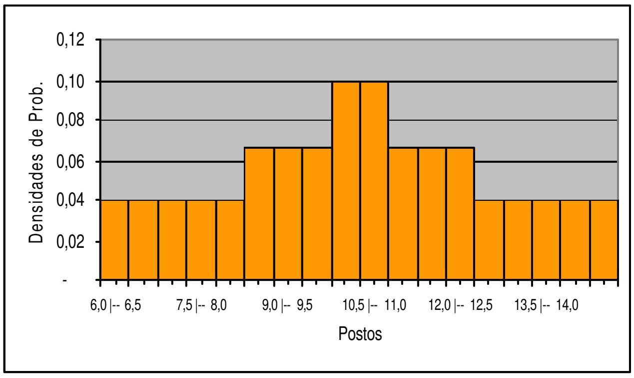


(c) $m = \ n = 3$

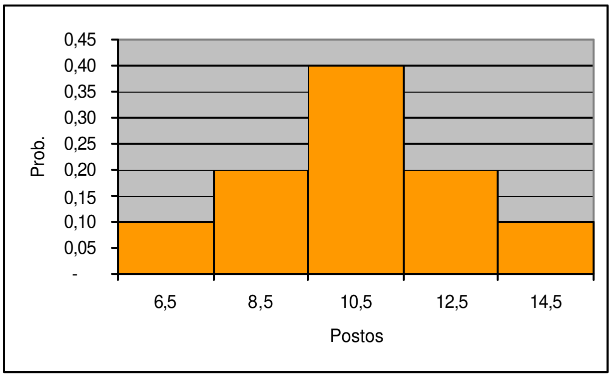


P13

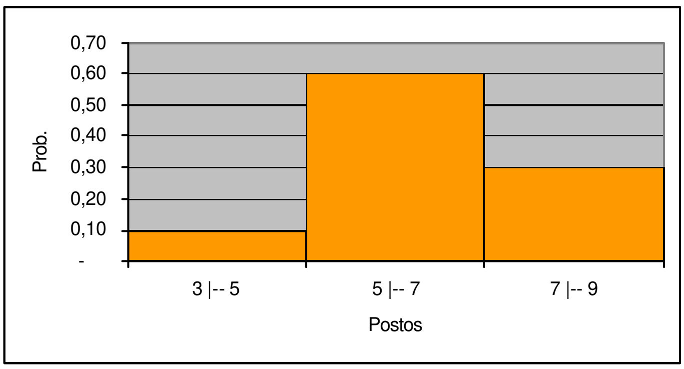
(a) $m = n = 3$; $d_1 = d_2 = 1$; $d_3 = 2$; $d_4 = d_5 = 1$



(b) $m = n = 3$; $d_1 = d_2 = d_3 = 2$



(c) $m = 2; n = 3$; $d_1 = d_2 = 1$; $d_3 = 3$



Problema 15

População	C	C	C	T	T	T	T
Observ.	1	4	8	3	3	5	7
Postos	1	4	7	2,5	2,5	5	6

$$W_S = 16;\ E(W_S) = \frac{m(N+1)}{2} = \frac{4\times 8}{2} = 16;$$

$$Var(W_S) = \frac{mn(N+1)}{12} - \frac{mn}{12N(N-1)}\sum_{i=1}^{e}(d_i^3 - d_i) = \frac{4\times 3\times 8}{12} - \frac{4\times 3}{12\times 7\times 6}\times 6 = 7{,}857$$

$$\hat{\alpha} = P(W_S \geq w) = P\left(\frac{W_S - E(W_S)}{\sqrt{Var(W_S)}} > \frac{w - E(W_S)}{\sqrt{Var(W_S)}}\right) \cong P\left(Z > \frac{16-16}{\sqrt{7{,}857}}\right) = P(Z>0) = 50\%$$

Problema 16

$\bar{d} = 4{,}29;\ s_D^2 = 9{,}90$

Teste de igualdade de médias: $H_0: \mu_D = 0$ *versus* $H_1: \mu_D > 0$

Estatística do teste: $T = \dfrac{\sqrt{n}\bar{D}}{S_D}$. Sob H_0, $T \sim t_6$

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]1{,}943;+\infty[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{\sqrt{7}\times 4{,}29}{\sqrt{9{,}90}} = 3{,}603$. Como t_0 pertence à região crítica, rejeitamos H_0. Ou seja, há evidências de que o cartaz produz um efeito positivo nas vendas médias.

Problema 17

Em elaboração

Problema 18

Em elaboração

Problema 19

Em elaboração

Problema 20

$\bar{d} = 1{,}50;\ s_D = 2{,}9$

Teste de igualdade de médias: $H_0: \mu_D = 0$ *versus* $H_1: \mu_D > 0$

Estatística do teste: $T = \dfrac{\sqrt{n}\bar{D}}{S_D} = \dfrac{\sqrt{6}\bar{D}}{S_D}$. Sob H_0, $T \sim t_5$

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]2{,}015;+\infty[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{\sqrt{6} \times 1{,}50}{2{,}9} = 1{,}275$. Como t_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que a pausa aumente a produtividade média dos trabalhadores.

Problema 21

$\bar{x}_D = 12$; $s_D^2 = 35{,}7$; $\bar{x}_N = 10$; $s_N^2 = 105{,}7$.

Teste de igualdade de variâncias: $H_0 : \sigma_D^2 = \sigma_N^2$ versus $H_1 : \sigma_D^2 \neq \sigma_N^2$

Estatística do teste: $W = S_N^2 / S_D^2$. Sob H_0, $W \sim F(14;14)$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]0;0{,}403[\cup]2{,}484;+\infty[$.

Valor observado: $w_0 = s_N^2 / s_D^2 = 105{,}7 / 35{,}7 = 2{,}96$. Como w_0 pertence à região crítica, rejeitamos a hipótese de igualdade de variâncias.

Teste de igualdade de médias: $H_0 : \mu_D = \mu_N$ *versus* $H_1 : \mu_D \neq \mu_N$

Estatística do teste: $T = \dfrac{\overline{X}_D - \overline{X}_N}{\sqrt{\dfrac{S_D^2}{n_D} + \dfrac{S_N^2}{n_N}}}$. $A = \dfrac{s_D^2}{n_D} = 2{,}381$; $B = \dfrac{s_N^2}{n_N} = 7{,}048$;

$$\nu = \frac{(A+B)^2}{A^2/(n_A - 1) + B^2/(n_B - 1)} = \frac{(2{,}381 + 7{,}048)^2}{2{,}381^2/15 + 7{,}048^2/15} \approx 22 .$$ Sob H_0, $T \sim t_{22}$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty;-2{,}074[\cup]2{,}074;+\infty[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{12 - 10}{\sqrt{\dfrac{35{,}7}{15} + \dfrac{105{,}7}{15}}} = 0{,}651$. Como t_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que as produtividades médias dos dois períodos sejam diferentes. No entanto, a produtividade do período noturno tem variância maior.

Problema 22

Teste de igualdade de variâncias: $H_0 : \sigma_T^2 = 0{,}85^2$ versus $H_1 : \sigma_T^2 \neq 0{,}85^2$

Estatística do teste: $\chi_0^2 = \dfrac{(n-1)S_T^2}{\sigma_0^2} = \dfrac{24 S_T^2}{0{,}85^2}$. Sob H_0, $W \sim \chi_{24}^2$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]0;12{,}401[\cup]39{,}364;+\infty[$.

Valor observado: $\chi_0^2 = \dfrac{24 \times 1{,}25^2}{0{,}85^2} = 51{,}903$. Como w_0 pertence à região crítica, concluímos que a variância dos salários dos torneiros mecânicos é maior que a variância dos salários da indústria mecânica como um todo.

Teste de igualdade de médias: $H_0 : \mu_T = 3{,}64$ *versus* $H_1 : \mu_T \neq 3{,}64$

Estatística do teste: $T = \dfrac{(\overline{X}_T - \mu_0)\sqrt{n}}{S_T} = \dfrac{5(\overline{X}_T - 3{,}64)}{S_T}$. Sob H_0, $T \sim t_{24}$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty; -2{,}064[\cup]2{,}064; +\infty[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{5(4{,}22 - 3{,}64)}{1{,}25} = 2{,}32$. Como t_0 pertence à região crítica, concluímos que o salário médio dos torneiros mecânicos é maior que o salário médio da indústria mecânica como um todo.

Problema 23

(a)

Média
69,8

Desvio Padrão
1,90

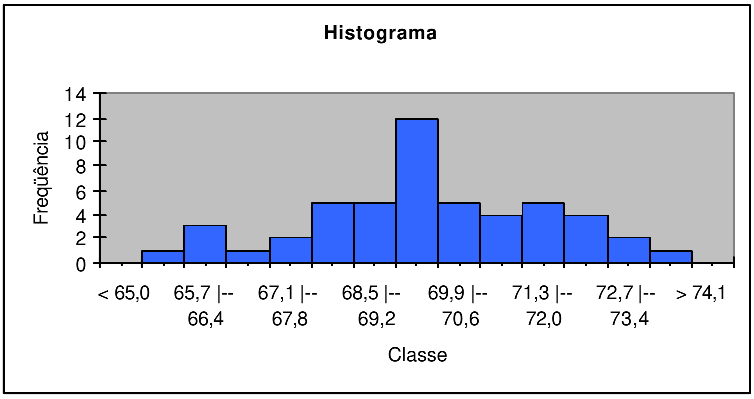
Mínimo
65,6

1º quartil
68,9

Mediana
69,7

3º quartil
71,0

Máximo
73,8



(b) $\hat{p} =$ proporção estimada de municípios em que o gasto com pessoal é maior que 70%;

$\hat{N}$ = número estimado de municípios em que o gasto com pessoal é maior que 70%;

Temos que: $\hat{p} = 20/50 = 0{,}4$; $\hat{N} = 200 \times \hat{p} = 200 \times 0{,}4 = 80$

Portanto, estima-se que 80 municípios tenham gasto com pessoal superior a 70% do orçamento.

(c) $H_0 : \sigma^2 = 20^2$ versus $H_1 : \sigma^2 < 20^2$

Estatística do teste: $\chi_0^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \dfrac{49S^2}{20^2}$. Sob *H₀*, $W \sim \chi_{49}^2$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]0;33,93[$.

Valor observado: $\chi_0^2 = \dfrac{49 \times 1,90^2}{20^2} = 0,440$. Como w_0 pertence à região crítica, concluímos que os gastos com pessoal na primeira região são mais homogêneos, isto é, têm variância menor, que na segunda região.

Problema 24

(a)

Teste de igualdade de variâncias: $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ versus $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Estatística do teste: $W = S_2^2 / S_1^2$. Sob H_0, $W \sim F(49;99)$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]0;0,601[\cup]1,597;+\infty[$.

Valor observado: $w_0 = s_2^2 / s_1^2 = 9/4 = 2,25$. Como w_0 pertence à região crítica, rejeitamos a hipótese de igualdade de variâncias.

$$A = \frac{s_1^2}{n_1} = 4/100 = 0,04;\ B = \frac{s_2^2}{n_2} = 9/50 = 0,18;\ \nu = \frac{(0,04+0,18)^2}{0,04^2/99 + 0,18^2/49} \approx 71.$$

$$IC(\mu_1 - \mu_2;95\%) = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{71;0,95}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} = (12-11) \pm 1,994\sqrt{0,04+0,18} =$$
$$= 1 \pm 0,935 =]0,065;1,935[$$

Como os dois extremos do intervalo são positivos, concluímos que o tempo médio gasto pelos operários da primeira fábrica para concluir a tarefa é maior que o dos operários da segunda fábrica.

(b) *Suposições:* Os tempos gastos para concluir a tarefa têm distribuição normal com variâncias desiguais e desconhecidas. As amostras são aleatórias.

Problema 25

Teste de igualdade de variâncias: $H_0 : \sigma_I^2 = \sigma_{II}^2$ versus $H_1 : \sigma_I^2 \neq \sigma_{II}^2$

Estatística do teste: $W = S_{II}^2 / S_I^2$. Sob H_0, $W \sim F(9;11)$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]0;0,256[\cup]3,588;+\infty[$.

Valor observado: $w_0 = s_{II}^2 / s_I^2 = 100/25 = 4$. Como w_0 pertence à região crítica, rejeitamos a hipótese de igualdade de variâncias.

Teste de igualdade de médias: $H_0 : \mu_I = \mu_{II}$ *versus* $H_1 : \mu_I \neq \mu_{II}$

Estatística do teste: $T = \dfrac{\overline{X}_I - \overline{X}_{II}}{\sqrt{\dfrac{S_I^2}{n_I} + \dfrac{S_{II}^2}{n_{II}}}}$. $A = \dfrac{s_I^2}{n_I} = 25/12 = 2{,}083$; $B = \dfrac{s_{II}^2}{n_{II}} = 100/10 = 10$;

$$\nu = \frac{(A+B)^2}{A^2/(n_I - 1) + B^2/(n_{II} - 1)} = \frac{(2{,}083 + 10)^2}{2{,}083^2/11 + 10^2/9} \approx 13.$$ Sob H_0, $T \sim t_{13}$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty; -2{,}179[\cup]2{,}179; +\infty[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{75 - 74}{\sqrt{2{,}083 + 10}} = 0{,}288$. Como t_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que as notas médias dos dois tipos de ensino sejam diferentes. Porém, o ensino do Tipo I apresenta notas mais homogêneas.

Problema 26

(a)

Empresários: $H_0 : \mu = 7{,}6$ *versus* $H_1 : \mu \neq 7{,}6$

Estatística do teste: $T = \dfrac{(\overline{X}_E - \mu_E)\sqrt{n_E}}{S_E} = \dfrac{\sqrt{90}(\overline{X}_E - 7{,}6)}{S_E}$. Sob H_0, $T \sim t_{89}$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty; -1{,}987[\cup]1{,}987; +\infty[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{\sqrt{90}(7{,}0 - 7{,}6)}{2{,}9} = -1{,}963$. Como t_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que a afirmação dos empresários seja falsa.

Operários: $H_0 : \mu = 6{,}5$ *versus* $H_1 : \mu \neq 6{,}5$

Estatística do teste: $T = \dfrac{(\overline{X}_O - \mu_O)\sqrt{n_O}}{S_O} = \dfrac{\sqrt{60}(\overline{X}_O - 6{,}5)}{S_O}$. Sob H_0, $T \sim t_{59}$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty; -2{,}001[\cup]2{,}001; +\infty[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{\sqrt{60}(7{,}1 - 6{,}5)}{2{,}4} = 1{,}936$. Como t_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que a afirmação dos operários seja falsa.

As duas amostras colhidas justificam, ao nível de significância de 5%, as afirmações dos dois grupos. Porém, se tomássemos um nível de significância um pouco maior (6%, por exemplo), concluiríamos a partir da amostra dos empresários que o salário médio é menor que 7,6 e a partir da amostra dos operários que o salário médio é maior que 6,5 (já que os valores das estatísticas t_0 das duas amostras encontram-se próximas dos extremos dos intervalos construídos). Logo, é possível que o salário médio seja um valor intermediário entre aqueles afirmados pelos operários e pelos empresários.

Problema 27

(a) Proprietário da torrefação: Bilateral.

(b) Fabricante de A: Unilateral à esquerda

(c) Fabricante de B: Unilateral à direita

Problema 28

$\bar{d} = -4{,}70$; $s_D = 4{,}5$

Teste de igualdade de médias: $H_0 : \mu_D = 0$ *versus* $H_1 : \mu_D < 0$

Estatística do teste: $T = \dfrac{\sqrt{n}\bar{D}}{S_D} = \dfrac{\sqrt{5}\bar{D}}{S_D}$. Sob H_0, $T \sim t_4$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty; -2{,}132[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{\sqrt{5} \times (-4{,}70)}{4{,}5} = -2{,}090$. Como t_0 não pertence à região crítica, não há evidências, ao nível de significância de 5%, de que a droga reduz a pressão arterial média.

Suposições: As diferenças entre a pressão arterial depois de tomar a droga e antes de tomá-la têm distribuição normal.

Problema 29

$\hat{p}_H = 170/400 = 0{,}425$ **;** $\hat{p}_M = 194/625 = 0{,}310$.

$H_0 : p_H - p_M = 0{,}10$ *versus* $H_1 : p_H - p_M \neq 0{,}10$

Estatística do teste: $Z = \dfrac{\hat{p}_H - \hat{p}_M - 0{,}10}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}_H(1-\hat{p}_H)}{n_H} + \dfrac{\hat{p}_M(1-\hat{p}_M)}{n_M}}}$. Sob H_0, como os tamanhos amostrais são grandes, $Z \sim N(0,1)$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty; -1{,}96[\cup]1{,}96; +\infty[$.

Valor observado: $z_0 = \dfrac{0{,}425 - 0{,}310 - 0{,}10}{\sqrt{\dfrac{0{,}425 \times 0{,}575}{400} + \dfrac{0{,}310 \times 0{,}290}{625}}} = 0{,}473$. Como z_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que a afirmação do partido seja falsa.

Problema 30

$H_0 : \mu_A = \mu_B$ *versus* $H_1 : \mu_A \neq \mu_B$

Estatística do teste: $T = \dfrac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\dfrac{S_A^2}{n_A} + \dfrac{S_B^2}{n_B}}}$. $A = \dfrac{s_A^2}{n_A} = 81$; $B = \dfrac{s_B^2}{n_B} = 192$;

$\nu = \dfrac{(A+B)^2}{A^2/(n_A - 1) + B^2/(n_B - 1)} = \dfrac{(81+192)^2}{81^2/10 + 192^2/75} \approx 132$. Sob H_0, $T \sim t_{132}$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty; -1{,}978[\cup]1{,}978; +\infty[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{1190 - 1230}{\sqrt{81+192}} = -2{,}421$. Como t_0 pertence à região crítica, concluímos que as lâmpadas produzidas pela fábrica B têm vida média populacional maior que as produzidas pela fábrica A.

Problema 31

(a)

Procedimento 1: X_i (nota da i-ésima criança submetida ao método A) e Y_i (nota da i-ésima criança submetida ao método B), $i = 1, ..., 20$;

Procedimento 2: $D_i = X_i - Y_i$, $i = 1, ..., 20$, onde X_i e Y_i são as notas das crianças do i-ésimo par, submetidas aos métodos A e B, respectivamente.

(b)

Procedimento 1: $H_0 : \mu_X = \mu_Y$ *versus* $H_1 : \mu_X \neq \mu_Y$;

Procedimento 2: $H_0 : \mu_D = 0$ *versus* $H_1 : \mu_D \neq 0$.

(c) As estatísticas dos testes são dadas por:

Procedimento 1: $T = \dfrac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\dfrac{S_X^2}{20} + \dfrac{S_Y^2}{20}}}$; ***Procedimento 2:*** $T = \dfrac{\sqrt{20}\bar{D}}{S_D}$.

(d) O procedimento 2, pois nesse caso controlamos um fator externo que pode interferir no aprendizado. Ou seja, se houver diferença entre os resultados dos dois métodos, essa diferença deve-se realmente aos métodos.

Problema 32

$\hat{p}_I = 300/400 = 0{,}75$ **;** $\hat{p}_T = 40/160 = 0{,}25$

(a) $H_0 : p_I = p_T$ *versus* $H_1 : p_I \neq p_T$

Estatística do teste: $Z = \dfrac{\hat{p}_I - \hat{p}_T}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}_I(1-\hat{p}_I)}{n_I} + \dfrac{\hat{p}_T(1-\hat{p}_T)}{n_T}}}$. Sob H_0, como os tamanhos amostrais são razoavelmente grandes, $Z \sim N(0,1)$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty;-1{,}96[\cup]1{,}96;+\infty[$.

Valor observado: $z_0 = \dfrac{0{,}75 - 0{,}25}{\sqrt{\dfrac{0{,}75\times 0{,}25}{400} + \dfrac{0{,}25\times 0{,}75}{160}}} = 12{,}344$. Como z_0 pertence à região crítica, concluímos que na cidade industrial a proporção de favoráveis ao projeto governamental é maior que na cidade turística.

(b) Seja N o número de pessoas em cada cidade e p a proporção de favoráveis ao projeto nas duas cidades.

$$p = \frac{Np_I + Np_T}{2N} = \frac{p_I + p_T}{2} \Rightarrow \hat{p} = \frac{\hat{p}_I + \hat{p}_T}{2} = \frac{0{,}75 + 0{,}25}{2} = 0{,}5$$

$$Var(\hat{p}) = \frac{Var(\hat{p}_I) + Var(\hat{p}_T)}{4} = \frac{1}{4}\left[\frac{p_I(1-p_I)}{n_I} + \frac{p_T(1-p_T)}{n_T}\right] \Rightarrow$$

$$\hat{Var}(\hat{p}) = \frac{1}{4}\left[\frac{\hat{p}_I(1-\hat{p}_I)}{n_I} + \frac{\hat{p}_T(1-\hat{p}_T)}{n_T}\right] = \frac{1}{4}\left[\frac{0{,}75\times 0{,}25}{400} + \frac{0{,}25\times 0{,}75}{160}\right] = 0{,}00041$$

Logo: $IC(p;90\%) = \hat{p} \pm 1{,}645\sqrt{Var(\hat{p})} = 0{,}5 \pm 1{,}645\sqrt{0{,}00041} =]0{,}467;0{,}533[$

Problema 33

$\bar{x}_A = 17{,}4$; $s_A^2 = 3{,}6$; $\bar{x}_B = 16{,}0$; $s_B^2 = 18{,}0$.

Teste de igualdade de variâncias: $H_0 : \sigma_A^2 = \sigma_B^2$ versus $H_1 : \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

Estatística do teste: $W = S_B^2 / S_A^2$. Sob H_0, $W \sim F(9;9)$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]0;0{,}248[\cup]4{,}026;+\infty[$.

Valor observado: $w_0 = s_B^2 / s_A^2 = 18{,}0/3{,}6 = 5{,}0$. Como w_0 pertence à região crítica, rejeitamos a hipótese de igualdade de variâncias.

Teste de igualdade de médias: $H_0 : \mu_A = \mu_B$ *versus* $H_1 : \mu_A \neq \mu_B$

Estatística do teste: $T=\dfrac{\overline{X}_A-\overline{X}_B}{\sqrt{\dfrac{S_A^2}{n_A}+\dfrac{S_B^2}{n_B}}}$. $A=\dfrac{s_A^2}{n_A}=0{,}36$; $B=\dfrac{s_B^2}{n_B}=1{,}8$;

$$\nu=\frac{(A+B)^2}{A^2/(n_A-1)+B^2/(n_B-1)}=\frac{(0{,}36+1{,}8)^2}{0{,}36^2/9+1{,}8^2/9}\approx 12.\ \text{Sob } H_0,\ T\sim t_{12}.$$

Região crítica: Tomando $\alpha=5\%$, temos que $RC=]-\infty;-2{,}179[\cup]2{,}179;+\infty[$.

Valor observado: $t_0=\dfrac{17{,}4-16{,}0}{\sqrt{0{,}36+1{,}8}}=0{,}953$. Como t_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que as resistências médias dos dois tipos de montagem sejam diferentes. No entanto, no tipo cruzado (A) as resistências são mais homogêneas que no tipo quadrado (B).

Problema 34

$\bar{x}_A=14{,}2$; $s_A^2=6{,}17$; $\bar{x}_B=11{,}8$; $s_B^2=4{,}94$.

(a)

Teste de igualdade de variâncias: $H_0:\sigma_A^2=\sigma_B^2$ versus $H_1:\sigma_A^2\neq\sigma_B^2$

Estatística do teste: $W=S_A^2/S_B^2$. Sob H_0, $W\sim F(5;8)$.

Região crítica: Tomando $\alpha=5\%$, temos que $RC=]0;0{,}148[\cup]4{,}817;+\infty[$.

Valor observado: $w_0=s_A^2/s_B^2=6{,}17/4{,}94=1{,}25$. Como w_0 não pertence à região crítica, não rejeitamos a hipótese de igualdade de variâncias.

Teste de igualdade de médias: $H_0:\mu_A=\mu_B$ *versus* $H_1:\mu_A>\mu_B$

Estatística do teste: $T=\dfrac{\overline{X}_A-\overline{X}_B}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_A}+\dfrac{1}{n_B}}}$. Sob H_0, $T\sim t_{13}$.

Região crítica: Tomando $\alpha=1\%$, temos que $RC=]2{,}650;+\infty[$.

Valor observado: $t_0=\dfrac{14{,}2-11{,}8}{2{,}327\sqrt{\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{9}}}=1{,}948$. Como t_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que a dieta A seja mais eficaz que a dieta B.

$\hat{\alpha}=P(t_{13}>1{,}948)=0{,}037$

(b)

Dieta	A	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	B	B	B
Ganho de peso	11	12	14	15	15	18	8	10	11	11	12	12	13	13	16

Postos	4	7	11	13	13	15	1	2	4	4	7	7	9,5	9,5	14

$W_S = 62$; $E(W_S) = \dfrac{m(N+1)}{2} = \dfrac{6\times 16}{2} = 48$;

$$Var(W_S) = \frac{mn(N+1)}{12} - \frac{mn}{12N(N-1)}\sum_{i=1}^{e}(d_i^3 - d_i) = \frac{6\times 9\times 16}{12} - \frac{6\times 9}{12\times 15\times 14}\times 60 = 70{,}71$$

$H_0: \mu_A = \mu_B$ *versus* $H_1: \mu_A > \mu_B$

Estatística do teste: $Z = \dfrac{W_S - E(W_S)}{\sqrt{Var(W_S)}}$. Sob H_0, $Z \sim N(0,1)$, aproximadamente.

Região crítica: Tomando $\alpha = 1\%$, temos que $RC =]2{,}326;+\infty[$.

Valor observado: $z_0 = \dfrac{62-48}{\sqrt{70{,}71}} = 1{,}665$. Como z_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que a dieta A seja mais eficaz que a dieta B.

$\hat{\alpha} = P(Z > 1{,}665) = 0{,}048$

Problema 35

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ *versus* $H_1: \mu_1 < \mu_2$

Estatística do teste: $T = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$. Sob H_0, $T \sim t_{18}$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]-\infty;-1{,}704[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{80-83}{4{,}123\sqrt{\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{10}}} = -1{,}627$. Como t_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que a média da primeira população seja menor.

Problema 36

$\bar{x}_N = 8{,}15$; $s_N^2 = 1{,}34$; $\bar{x}_C = 7{,}25$; $s_C^2 = 3{,}01$.

Teste t

Teste de igualdade de variâncias: $H_0: \sigma_N^2 = \sigma_C^2$ versus $H_1: \sigma_N^2 \neq \sigma_C^2$

Estatística do teste: $W = S_C^2 / S_N^2$. Sob H_0, $W \sim F(9;9)$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]0;0{,}248[\cup]4{,}026;+\infty[$.

Valor observado: $w_0 = s_C^2 / s_N^2 = 3{,}01/1{,}34 = 2{,}26$. Como w_0 não pertence à região crítica, não rejeitamos a hipótese de igualdade de variâncias.

Teste de igualdade de médias: $H_0: \mu_N = \mu_C$ *versus* $H_1: \mu_N > \mu_C$

Estatística do teste: $T = \dfrac{\overline{X}_N - \overline{X}_C}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_N}+\dfrac{1}{n_C}}}$. Sob H_0, $T \sim t_{18}$.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]1{,}734;+\infty[$.

Valor observado: $t_0 = \dfrac{8{,}15 - 7{,}25}{1{,}475\sqrt{\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{10}}} = 1{,}365$. Como t_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que o novo método tenha nota média maior.

$\hat{\alpha} = P(t_{18} > 1{,}365) = 0{,}095$.

Teste de Wilcoxon

Método	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
Notas	4,5	5,0	6,5	6,5	7,5	7,5	7,5	8,0	9,5	10,0
Postos	1	2	4	4	9,5	9,5	9,5	12,5	17,5	19,5
Método	**N**	**N**	**N**	**N**	**N**	**N**	**N**	**N**	**N**	**N**
Notas	6,5	7,0	7,0	7,5	8,0	8,5	8,5	9,0	9,5	10,0
Postos	4	6,5	6,5	9,5	12,5	14,5	14,5	16	17,5	19,5

$W_S = 121$; $E(W_S) = \dfrac{m(N+1)}{2} = \dfrac{10\times 21}{2} = 105$;

$$Var(W_S) = \frac{mn(N+1)}{12} - \frac{mn}{12N(N-1)}\sum_{i=1}^{e}(d_i^3 - d_i) = \frac{10\times 10\times 21}{12} - \frac{10\times 10}{12\times 20\times 19}\times 114 = 172{,}50$$

$H_0: \mu_N = \mu_C$ *versus* $H_1: \mu_N > \mu_C$

Estatística do teste: $Z = \dfrac{W_S - E(W_S)}{\sqrt{Var(W_S)}}$. Sob H_0, $Z \sim N(0,1)$, aproximadamente.

Região crítica: Tomando $\alpha = 5\%$, temos que $RC =]1{,}96;+\infty[$.

Valor observado: $z_0 = \dfrac{121-105}{\sqrt{172{,}50}} = 1{,}218$. Como z_0 não pertence à região crítica, não há evidências de que o novo método tenha nota média maior.

$\hat{\alpha} = P(Z > 1{,}218) = 0{,}112$

Problema 37

$W_R + W_S = 1 + 2 + \cdots + N = \dfrac{N(N+1)}{2}$.

Problema 40

Em elaboração

Problema 41

Em elaboração