

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
Кафедра компьютерных технологий и систем**

**ИМИТАЦИОННОЕ И СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ОТЧЁТ
ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 3**

Савицкой Елизаветы Дмитриевны
студентки 4 курса, 4 группы

Минск, 2021

Задание №7

2) № 6.5

Задание

Вексель на сумму $S = 245000$ может быть учтен в банке за 120 дней до его погашения с вероятностью 0.6, но тогда банковская учетная ставка d будет описываться дискретной случайной величиной

d	6 %	6,2 %	6,4 %
P	0,7	0,2	0,1

за 80 дней до его погашения с вероятностью 0,2 и в этом случае за 40 дней до его погашения с вероятностью 0,2 и в этом случае $d \in R(7.5\%; 9\%)$.

d	6,5 %	6,8 %	7 %
P	0,6	0,2	0,2

По 1000 реализаций P , вычисленных по формуле, оценить числовые характеристики $P: P_{min}, P_{max}, E\{P\}, D\{P\}, P\{200000 \leq P \leq 220000\}$.

Моделирование дискретной случайной величины

Алгоритм моделирования ДСВ ξ , заданной распределением (13), состоит из вычисления вспомогательного вектора $q = (q_1, \dots, q_N) = (p_1, p_1 + p_2, \dots, p_1 + \dots + p_{N-1}, 1)$ и двух шагов, повторяющихся при каждом обращении к алгоритму:

1. Моделирование с помощью датчика БСВ реализации a .

Для реализации базовой СВ была использована встроенная функция `random`.

2. Принятие решения о том, что реализацией ξ является x , определяемое по правилу:

$$x = c_i, \text{ если } q_{i-1} \leq a < q_i, q_0 = 0, i = \overline{1, N}.$$

То есть, например, t - число дней до его погашения по годовой банковской ставке d будет определяться по следующей схеме:

`days_before_redemption_of_bill` = [120, 80, 40] - дни до погашения векселя

`probabilities` = [0.6, 0.2, 0.2] - вероятности, с которыми может быть учтен в банке

Вспомогательный вектор в данном случае будет равен:

$$q = (0, 0.6, 0.6 + 0.2, 1). \\ q_1 = 0, q_2 = 0.6, q_3 = 0.8, q_4 = 1$$

Пусть a - реализации базовой СВ, полученная с помощью функции `random`:

Если $0 \leq a < 0.6$, то $t = 120$, $0.6 \leq a < 0.8$ то $t = 80$, $0.8 \leq a < 1$, то $t = 40$.

Реализация данного алгоритма в коде будет выглядеть следующим образом.

```
def calc_discrete_variable(discrete_variable_values_, probabilities_):
    help_vector_q = [0, probabilities[0], probabilities[0] + probabilities[1], 1] # вспомогательный вектор
    base_random_variable = random()
    if help_vector_q[0] <= base_random_variable < help_vector_q[1]:
        return discrete_variable_values_[0]
    elif help_vector_q[1] <= base_random_variable < help_vector_q[2]:
        return discrete_variable_values_[1]
    elif help_vector_q[2] <= base_random_variable <= help_vector_q[3]:
        return discrete_variable_values_[2]
```

Аналогично для определения банковской учетной ставки d :

При $t = 120$:

`list_of_discrete_variable_values_120_d = [0.06, 0.062, 0.064]`

`list_of_discrete_variable_probabilities_120_d = [0.7, 0.2, 0.1]`

Вспомогательный вектор

$$q = (0, 0.7, 0.7 + 0.2, 1) \\ q_1 = 0, q_2 = 0.7, q_3 = 0.9, q_4 = 1$$

a - реализации базовой СВ, полученная с помощью функции `random`.

Если $0 \leq a < 0.7$, то $d = 0.06$, если $0.7 \leq a < 0.9$ то $d = 0.062$, если $0.9 \leq a < 1$, то $d = 0.064$.

Таким образом определяем t и d для каждой реализации P .

```
for _ in range(0, n):

    number_of_days_t = calc_discrete_variable(days_before_redemption_of_bill, probabilities)

    if number_of_days_t == days_before_redemption_of_bill[0]:
        d = calc_discrete_variable(list_of_discrete_variable_values_120_d,
                                   list_of_discrete_variable_probabilities_120_d)
    elif number_of_days_t == days_before_redemption_of_bill[1]:
        d = calc_discrete_variable(list_of_discrete_variable_values_80_d, list_of_discrete_variable_probabilities_80_d)
    else:
        d = calc_continuous_variable(discrete_variable_values_40_d[0], discrete_variable_values_40_d[1])

    original_amount_p_calculated_values.append(original_amount_p(accrued_amount_S, number_of_days_t, d))
```

Алгоритм моделирования равномерного распределения

- моделирование реализации η БСВ
- принятие решения о том, что реализацией ξ является величина x :

$$x = (b - a) \cdot \eta + a.$$

```
def calc_continuous_variable(a, b):
    base_random_variable = random() # получаем бсв с помощью встроенной функции
    return float(a + base_random_variable * (b - a)) #
```

При $t = 40$, $d = 0.075 + \text{base_random_variable} * (0.09 - 0.075)$.

Учет векселя с суммой S , погашаемого за t дней до его погашения по годовой банковской ставке d , осуществляется по формуле.

$$P = S(1 - \frac{t}{360} \cdot d).$$

Например, при $S = 245000$, $t = 120$, $d = 0.06$,

$$P = 245000 * \left(1 - \frac{120}{360} * 0.06\right) = 240\,100$$

Реализация данной формулы в коде выглядит следующим образом.

```
def original_amount_p(accrued_amount_s_, number_of_days_t, annual_bank_rate_d_):  
    return accrued_amount_s_ * (1 - (number_of_days_t / 360.0 * annual_bank_rate_d_))
```

Вычисление математического ожидания и дисперсии

Математическое ожидание

```
def calculate_e(original_amount_p_): # вычисление матожидания  
    return sum(original_amount_p_) / len(original_amount_p_)
```

Дисперсия $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$

```
def calculate_d(original_amount_p_): # вычисление дисперсии  
    return calculate_e([p ** 2 for p in original_amount_p_]) - calculate_e(original_amount_p_) ** 2
```

```
P_min = min(original_amount_p_calculated_values)  
P_max = max(original_amount_p_calculated_values)  
  
E_of_P = calculate_e(original_amount_p_calculated_values)  
D_of_P = calculate_d(original_amount_p_calculated_values)  
  
original_amount_p_in_section = [x for x in original_amount_p_calculated_values if section_start <= x <= section_end]  
p_in_section = 100 * len(original_amount_p_in_section) / len(original_amount_p_calculated_values)  
  
print('----- Min и Max P -----')  
print('Минимальное значение реализации P :', P_min)  
print('Максимальное значение реализации P :', P_max)  
print('----- E{P} и D{P} -----')  
print('Матожидание :', E_of_P)
```

Результаты

```
----- Min и Max P -----  
Минимальное значение реализации P : 239773.33333333334  
Максимальное значение реализации P : 242958.0881778708  
----- E{P} и D{P} -----  
Матожидание : 240838.44973932515  
Дисперсия : 1105665.1080474854  
----- Количество реализаций P попавших в P { 200 000 <= P <= 220 000 } -----  
0.0
```