TIETORAKENTEET JA ALGORITMIT -HARJOITUSTYÖ: MATRIISILASKIN MÄÄRITTELYDOKUMENTTI

VILLE TENHUNEN 013618793 10.5.2013

Tässä harjoitustyössä on tarkoitus tehdä laskin, jolla voi laskea erilaisia matrisien laskutoimituksia, kuten matriisien yhteen- ja kertolaskuja sekä muun muassa matriisin determinantin ja käänteismatriisin. Laskutoimituksia pyritään optimoimaan mahdollisimman tehokkaiksi triviaaliratkaisujen sijaan. Tämän lisäksi olisi tarkoitus tehdä jokin pieni matriisilaskuja hyödyntyvä sovellus, esimerkiksi viestin salaus matriiseja käyttäen. Tähän olisi tarkoitus käyttää Hillin koodausta. Tarkoitus olisi lisäksi perehtyä yhtälöryhmien ratkaisemiseen matriisien avulla. Tätä varten olisi tarkoitus tehdä algoritmi, joka muokkaa matriisia halutusti eli esimerkiksi hyödyntää Gaussin-Jordanin menetelmää.

Ohjelma saa syötteinään matriisit kaksiulotteisina taulukkoina, ja ohjelma luonnollisesti tarkistaa, onko laskutoimitukset näillä syötteillä mahdollisia. Matriisien $A(n \times m), B(n \times m)$ yhteenlaskun, A+B, aikavaativuus on O(n*m), ja tilavaativuus on O(n*m). Tässä siis yhteenlaskettavina kaksi $(n \times m)$ -kokoista matriisia, jolloin palautettava tulosmatriisi vaatii saman tilamäärän. Matriisien $A(n \times m), B(m \times k)$ kertolaskun, A*B, triviaaliratkaisun aikavaativuus on O(n*m*k) ja tilavaativuus on O(n*k). Kertolaskun aikavaativuutta pyritään kuitenkin optimoimaan hiukan paremmaksi ainakin neliömatriisien kohdalta käyttämällä esimerkiksi Strassenin algoritmia, jonka aikavaativuus $(n \times n)$ -matriiseille on $O(n^{lg7})$.

Determinantin määrityksessä käytetään hyväksi LU-dekomposiitiota, jolloin kysytty matriisi saadaan jaettua kahden matriisin tuloksi, joista toinen on yläkolmiomatriisi ja toinen alakolmiomatriisi. Näistä on helpompi saada determinantti laskettua.