Lower Bound

Problema di ordinamento x confronto.

$a_0, a_1, ..., a_{n-1} \rightarrow a'_0 \leq a'_1 \leq ... \leq a'_{n-1}$

esempio:
$1, \underbrace{4, 3}_{4?3}, 7 \rightarrow 1, 3, 4, 7$

quello che otteniamo è una permutazione dei numeri di partenza.

Grazie ad ogni permutazione siamo in grado di scartarne alcune.
#permutazioni di n numeri = n!

1° Confronto

$a_i?a_j \begin{cases} A \rightarrow \text{permutazione compatibile con il risultato del confronto} \\ B \rightarrow \text{non compatibili con il risultato del confronto} \end{cases}$

$|A| + |B| = n!$

se a + b = c\

- a $\geq \frac{c}{2}$
- b $\geq \frac{c}{2}$

caso peggiore $|A| \geq \frac{n!}{2}$

Quindi il numero di permutazioni compatibili è $\geq \frac{n!}{2}$

2° Confronto

n° permutazioni compatibili $\geq \frac{n!}{4}$
. . .

$logn! = ?$
$n! = n(n-1)(n-2)...2 \cdot 1 \geq n(n-1)(n-2)...\frac{n}{2} \geq \frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} ... \frac{n}{2} = (\frac{n}{2})^{n/2}$
$logn! \geq log(\frac{n}{2})^{n/2} = \underbrace{\dfrac{n}{2} log \dfrac{n}{2}}_{\geq c \cdot n \cdot logn} \in \Omega(nlogn)$

Il numero di confronti minimo che il problema deve fare l'algoritmo basandosi solo sui confronti è nlogn.
Il merge sort quindi per il nostro problema è ottimo, ma è ricorsivo e di conseguenza **pesante**.