直交基底、直交行列、Gram-Schmidtの直行化法

正規直交

ベクトル$q_1 \cdots q_n$は

$$q_i^T q_j \begin{cases} 0 & i \neq j(\text{直交ベクトル}) \\ 1 & i = j(\text{単位ベクトル}：\|q_i\| = 1) \end{cases}$$

射影と最小**2**乗：正規直交の場合

もしAの列が正規直交ならば

$$A^T A = \begin{bmatrix} \cdots & a_1^T & \cdots \\ \cdots & a_2^T & \cdots \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ \cdots & a_n^T & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} = I$$

これにより、射影行列は

$$P = \mathrm{AA}^T,\ \ \overline{x} = A^T b$$

となる

3.3.1

```
A = [1,-2;1,-1;1,1;1,2]
```

```
A =
       1              -2
       1              -1
       1               1
       1               2
```

```
b = [-4;-3;-1;0]
```

```
b =
      -4
      -3
      -1
       0
```

```
dot(A(:,1),A(:,2))
```

```
ans =
       0
c =
       1/2
d =
     228/721
```