

**MBA<sup>+</sup>**

Business Intelligence &  
Analytics





# Lógica Fuzzy

Sistemas Especialistas

# Introdução

---



- Lógica Fuzzy
  - Desenvolvida por Lofti A. Zadeh em 1965 (Universidade da Califórnia em Berkeley).
  - Estudos iniciados devido a dificuldade em representar dados imprecisos com a lógica binária.
  - Como modelar matematicamente um conceito impreciso?

# Introdução

---



- Técnicas de Inteligência Artificial são geralmente inspiradas:
  - Características humanas: Raciocínio, Percepção, Aprendizado, entre outros.
  - Mecanismos Naturais: Evolução Natural, Adaptação, entre outros.

# Introdução – Sistemas Especialistas

---



- Os Sistemas Especialistas podem ser caracterizados como sistemas que reproduzem o conhecimento de um especialista adquirido ao longo dos anos de trabalho.
- São sistemas que solucionam problemas que são resolvíveis apenas por pessoas especialistas (que acumularam conhecimento exigido) na resolução destes problemas.
- Programas de computador que tentam resolver problemas que os seres humanos resolveriam emulando o raciocínio de um especialista, aplicando conhecimentos específicos e inferências são ditos Sistemas Especialistas.

# Introdução – Sistemas Especialistas

---



- O processo de construção de um Sistema Especialista é chamado de Engenharia do Conhecimento e envolve a interação entre:

## O construtor do Sistema

- Chamado também de Engenheiro do Conhecimento, cujo papel é o de “extrair” procedimentos, estratégias e de um especialista humano para a solução de determinado problema.

## Especialista humano

- Toma decisões sobre determinado assunto a partir de fatos que encontra e hipóteses que formula, buscando em sua memória um conhecimento prévio armazenado durante anos, no período de sua formação e no decorrer de sua vida profissional, sobre esses fatos e hipóteses. E o faz de acordo com sua experiência, isto é, com seu conhecimento acumulado sobre o assunto e, com esses fatos e hipóteses, emite a decisão.

# Introdução

---



- Executar computacionalmente algumas tarefas:
  - Realizadas por humanos.
    - Sistemas Especialistas – Raciocínio por meio de inferência.
    - Lógica Fuzzy – Raciocínio incerto e impreciso.
    - Redes Neurais – Aprendizado “imitando” o cérebro humano.
  - Que acontecem na natureza.
    - Algoritmo genético – Evolução natural dos seres vivos.
    - Algoritmo de Colônia de Formigas – Comportamento das formigas.



# Introdução – Sistemas Especialistas

---



- Pode-se classificar os SE's quanto às características de seu funcionamento.
- Interpretação
- Diagnóstico
- Monitoramento
- Predição
- Planejamento
- Projeto
- Depuração
- Reparo
- Instrução
- Controle

# Introdução

---



- Foco:
  - Lógica Fuzzy
    - Lógica Multivalorada.
    - Conhecida também como lógica difusa.
    - Trata conhecimento vago, impreciso.
    - Utiliza linguagem natural.

# Lógica Binária

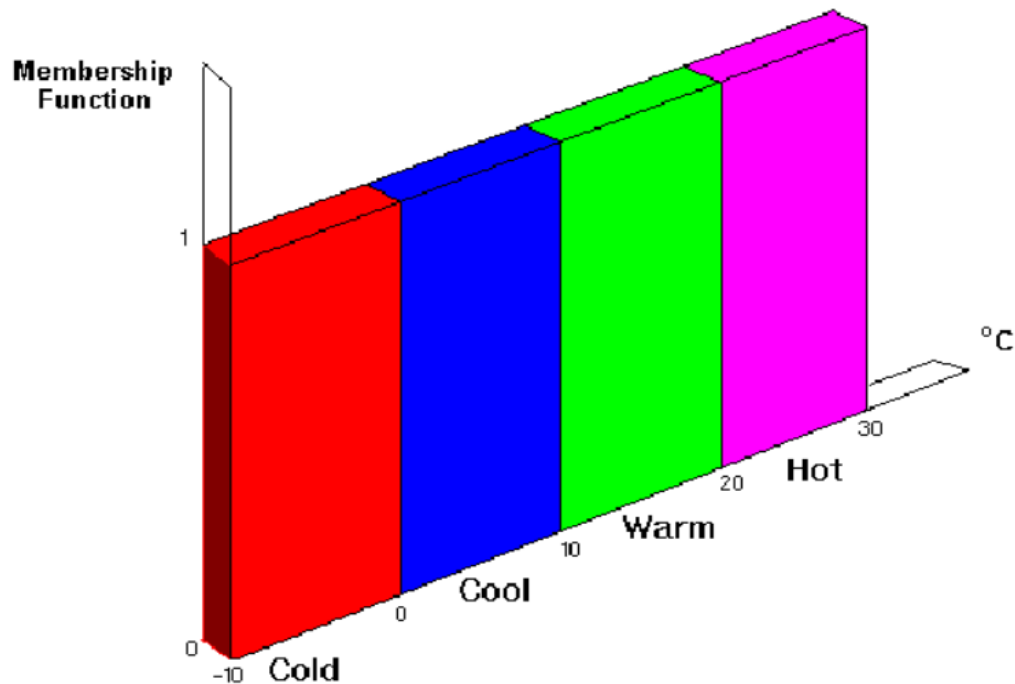
---



- Uma declaração é falsa ou verdadeira, não havendo nada entre esses limites
- Pela função característica, é determinado se o elemento pertence ou não ao conjunto.

$$f_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{se e somente se } x \in A \\ 0 & \text{se e somente se } x \notin A \end{cases}$$

# Lógica Binária



Conjuntos não-fuzzy para caracterizar a temperatura de um ambiente.

# Conjunto Fuzzy

---



Um simples sim ou um não como resposta a algumas questões é, na maioria das vezes, vago, incompleto

Abrir um pouco da válvula de pressão?

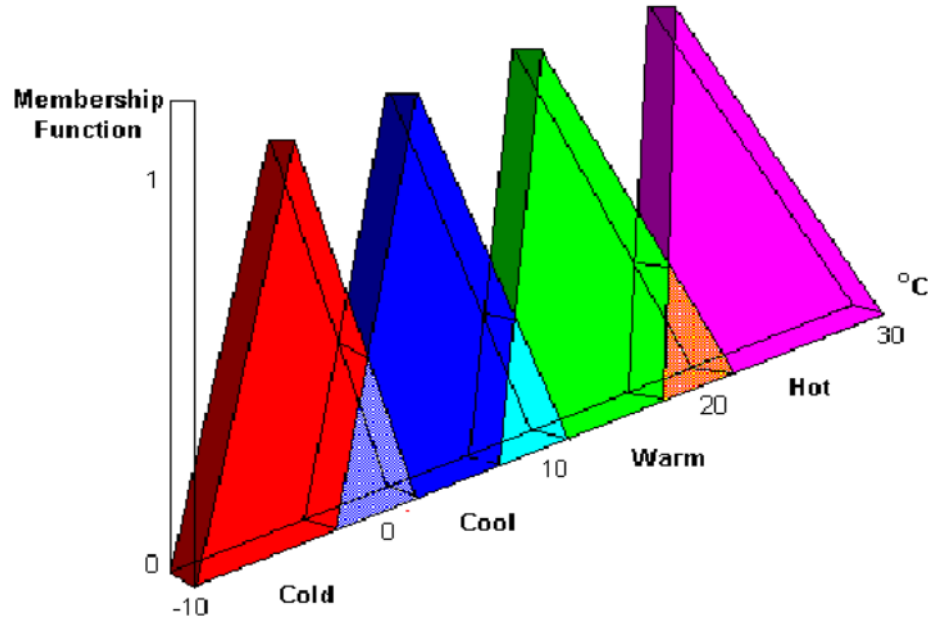
# Conjuntos Fuzzy

---



- Extensão da teoria clássica de conjuntos.
- Fronteiras dos conjuntos não muito bem delimitadas.
- Função Característica para definir o quanto um elemento pertence ao conjunto.

# Conjuntos Fuzzy



Conjuntos fuzzy para caracterizar a temperatura de um ambiente.

# Conjuntos Fuzzy

---



- Função de Pertinência
  - Usados para representar conceitos imprecisos.
  - Grau de compatibilidade do elemento com o conjunto.
  - Intervalo de  $[0,1]$ .



# Conjuntos Fuzzy

---



- Função de Pertinência
  - Pode ser representada de várias formas:
    - Gráfica;
    - Tabular;
    - Lista;
    - Entre outras...

# Conjuntos Fuzzy

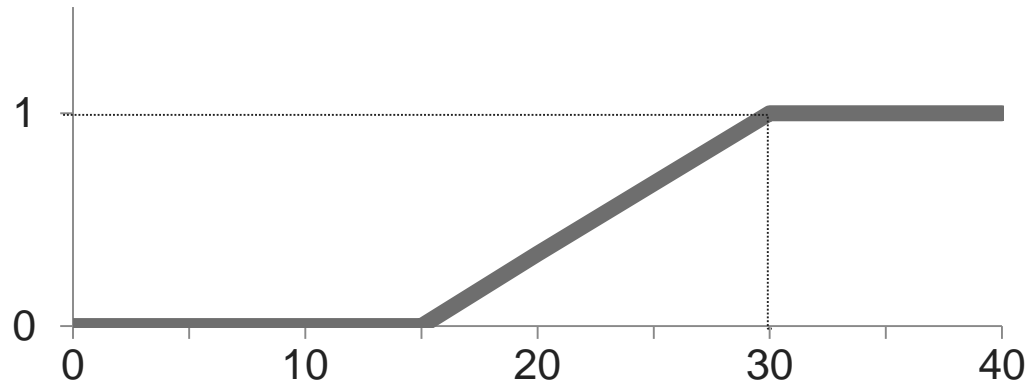


- Função de Pertinência

Gráfica:

— Exemplo:

**Temperatura Alta**



# Conjuntos Fuzzy



- Função de Pertinência

Tabular:

- Exemplo:

$x \in TD$	$\mu_{TA}(x)$
0	0
5	0
10	0
15	0
20	0,34
25	0,67
30	1
35	1
40	1

# Conjuntos Fuzzy

---



- Função de Pertinência

Lista:

– Exemplo:

$$TA = 0/0 + 0/5 + 0/10 + 0/15 + 0.34/20 + 0.67/25 + 1/30 + 1/35 + 1/40$$

Também é comum ocultar os elementos que possui grau de pertinência igual a zero

$$TA = 0.34/20 + 0.67/25 + 1/30 + 1/35 + 1/40$$

# Conjuntos Fuzzy

---



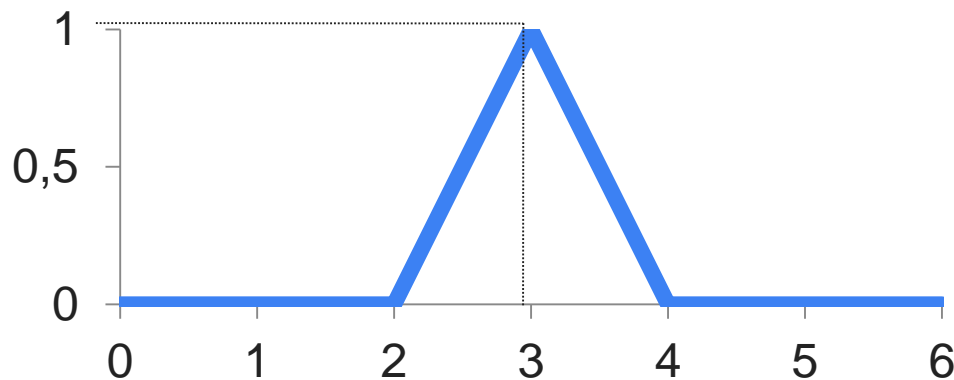
- Tipos Básicos de Conjuntos Fuzzy
  - Vários tipos (Formato do conjunto).
  - Influenciam no cálculo do grau de pertinência.
  - Cada tipo possui suas características próprias, com vantagens e desvantagens.
  - Para determinar qual é a melhor forma do conjunto é necessário testá-los.



# Conjuntos Fuzzy

- Tipos Básicos de Conjuntos Fuzzy

Função Triangular:



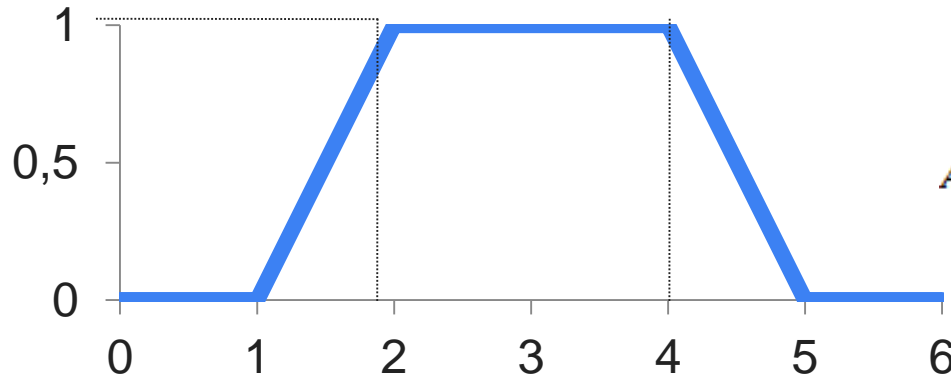
$$= \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } x \in [a, b] \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{se } x \in [b, c] \\ 0, & \text{se } x \geq c \end{cases}$$

# Conjuntos Fuzzy



- Tipos Básicos de Conjuntos Fuzzy

Função Trapezoidal:



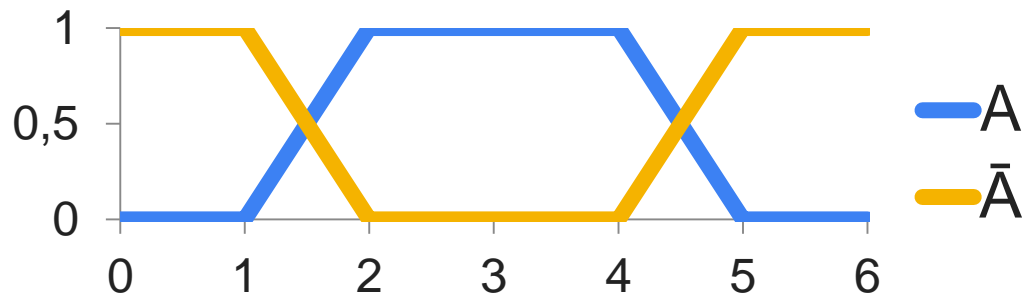
$$A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } x \in [a, b] \\ 1, & \text{se } x \in [b, c] \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{se } x \in [c, d] \\ 0, & \text{se } x \geq d \end{cases}$$



# Conjuntos Fuzzy

- Operações  
Complemento Fuzzy

$$\bar{A}(x) = 1 - A(x)$$





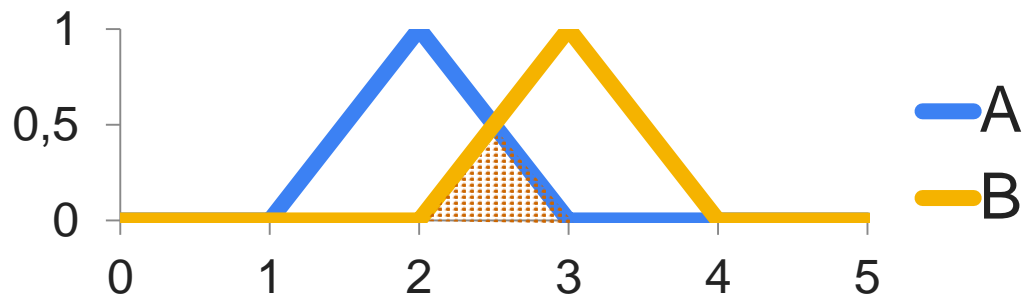


# Conjuntos Fuzzy

- Operações

## Intersecção Padrão Fuzzy

$$(A \cap B)(x) = \min [A(x), B(x)]$$

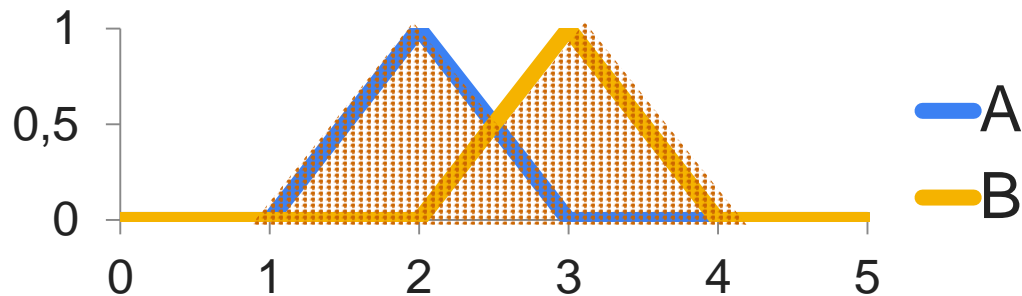




# Conjuntos Fuzzy

- Operações  
União Padrão Fuzzy

$$(A \cup B)(x) = \max[A(x), B(x)]$$



# Conjuntos Fuzzy



- Operações

t-normas: modelos genéricos para a operação de intersecção.

- Mínimo:  $x \text{ t1 } y = \min(x, y)$
- Produto algébrico:  $x \text{ t2 } y = x * y$
- Diferença limitada:  $x \text{ t3 } y = \max(0, x + y - 1)$
- Interseção drástica: 
$$x \text{ t4 } y = \begin{cases} x & \text{se } y = 1 \\ y & \text{se } x = 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

# Conjuntos Fuzzy



- Operações

s-normas: modelos genéricos para a operação de união.

- Máximo:

$$x \text{ s1 } y = \max(x, y)$$

- Soma algébrica:

$$x \text{ s2 } y = x + y - x * y$$

- Soma limitada:

$$x \text{ s3 } y = \min(1, x + y)$$

- União drástica:

$$x \text{ s4 } y = \begin{cases} x & \text{se } y = 0 \\ y & \text{se } x = 0 \\ 1 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

# Variáveis Lingüísticas

---



- As variáveis linguísticas são definidas sobre uma variável base.
- Associado a um conjunto fuzzy.
- Utilizar termos do nosso cotidiano para expressar o conhecimento.

# Variáveis Lingüísticas

---



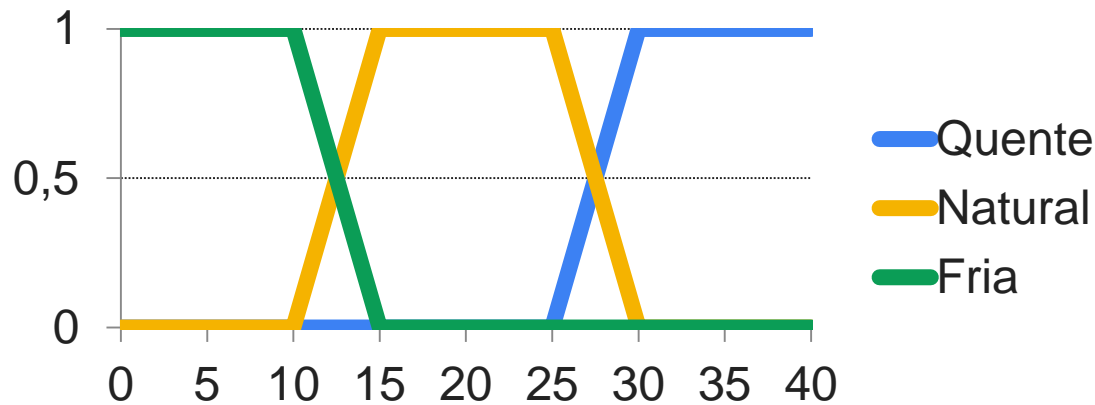
- Uma variável base pode ser exemplificada por qualquer variável quantitativa (temperatura, pressão, umidade, preço, idade, etc.).
- Os termos linguísticos podem ser associados aos intervalos numéricos, representando valores aproximados:
  - termos primários (alto, baixo, pequeno, médio, grande, zero, por exemplo);
  - conectivos lógicos (negação não, conectivos *e* e *ou*);
  - modificadores (muito, pouco, levemente, extremamente).



# Variáveis Lingüísticas

- Exemplo:

- Variáveis lingüísticas: Quente, Média, Fria.
- Conjunto Fuzzy: Temperatura.



# Lógica Fuzzy

---



- Lógica fuzzy é um método de formalizar a capacidade humana da imprecisão e do raciocínio aproximado.
- Tal raciocínio representa a habilidade humana de raciocinar aproximadamente e julgar através de incertezas.



# Lógica Fuzzy

---



- Manipulação de informações imprecisas.
- Realização de inferências.
- Obtenção de Conclusões.

# Lógica Fuzzy

---



- Proposição Fuzzy
  - Compostas por:
    - Um ou mais Antecedentes.
    - Um ou mais Conseqüentes.
    - Estrutura do tipo “IF  $\rightarrow$  THEN”.

# Lógica Fuzzy

---



- **Proposição Fuzzy**

- Antecedentes e Conseqüentes:

- Ligados por meio de conectivos:
      - e ( $\wedge$ ).
      - ou ( $\vee$ ).
    - Admite utilização de operador unário:
      - não ( $\sim$ ).

# Lógica Fuzzy

---



- Proposição Fuzzy

- Analogia a Causa – Efeito.
- Exemplo:
  - *Se temperatura estiver alta então ligar ventilador.*
  - *Se tempo estiver nublado e vento estiver forte então não sair.*

# Lógica Fuzzy

---



- Inferência
  - Avaliação das regras em conjunto com os conjuntos fuzzy e variáveis de entrada.
  - Tipos:
    - Mamdani;
    - Sugeno;
    - Larsen;
    - Entre outros...

# Lógica Fuzzy

---



- Inferência  
Mamdani

- Inferência composicional simplificada com entradas numéricas.
- Para a inferência utiliza-se Conjunção e Agregação das regras.
- Operador min-max para Conjunção e Agregação.

# Lógica Fuzzy

---



- Inferência  
Mamdani

- Conjunção:
  - Utilizado nos antecedentes das regras
  - Utiliza o operador de mínimo.

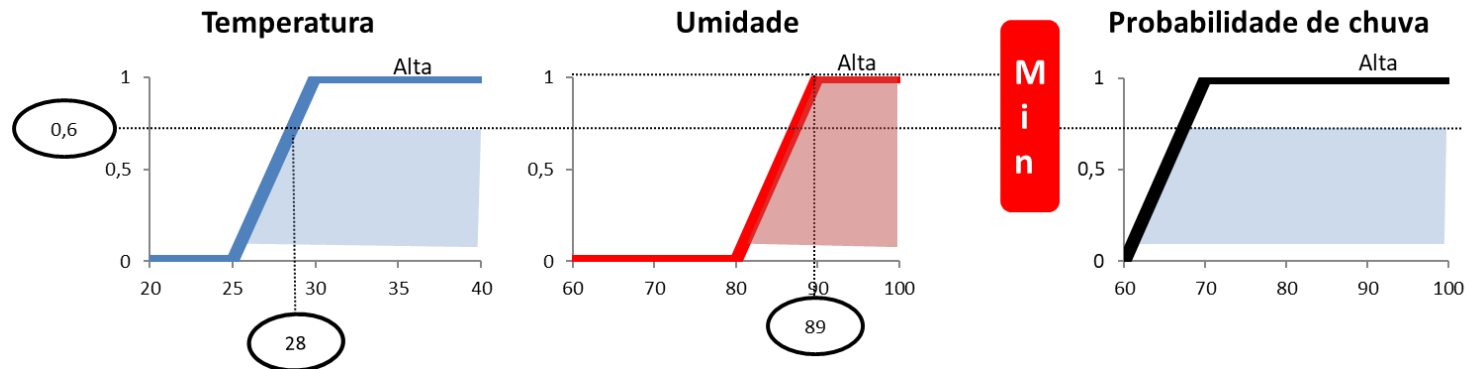


# Lógica Fuzzy

- Inferência  
Mamdani

**Regra:** Se *temperatura* é alta e *umidade* é alta então *probabilidade de chuva* é alta.

**Valores:** temperatura é igual a 28° e umidade é 89%







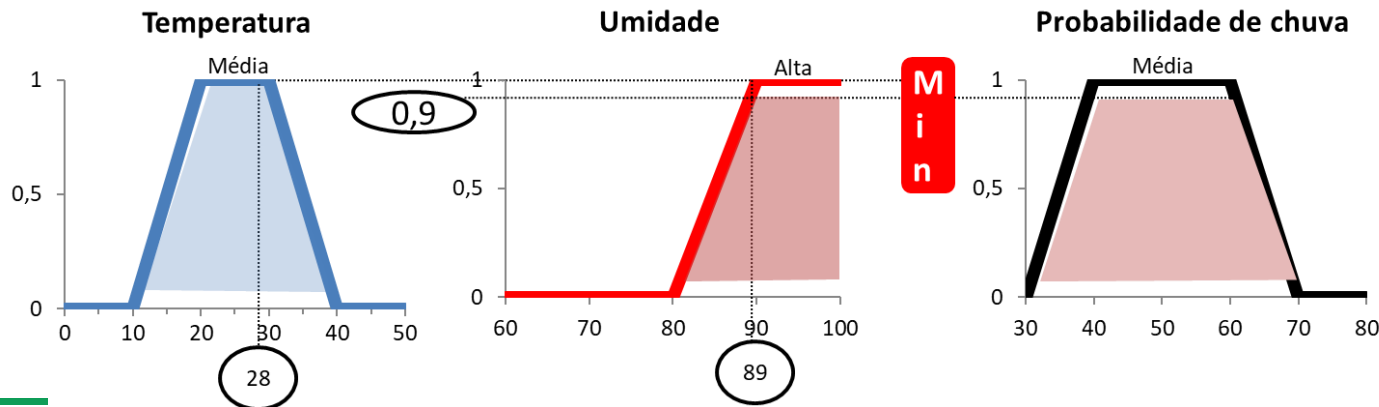
# Lógica Fuzzy

- Inferência

## Mamdani

**Regra:** Se *temperatura* é média e *umidade* é alta então *probabilidade de chuva* é média.

**Valores:** temperatura é igual a 28° e umidade é 89%



# Lógica Fuzzy

---



- Inferência  
Mamdani

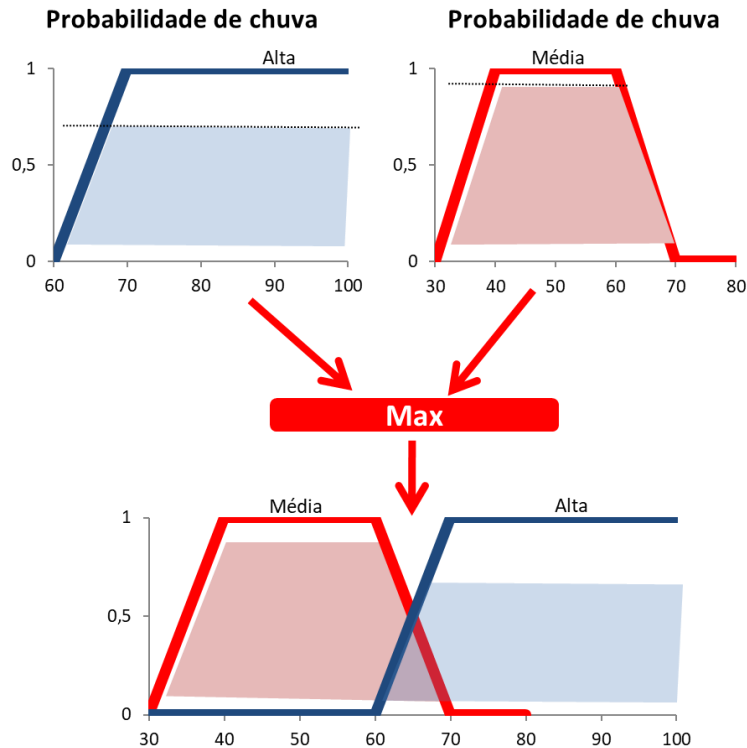
- Agregação:
  - Utilizado nos consequentes das regras
  - Utiliza o operador de máximo.



# Lógica Fuzzy

- Inferência  
Mamdani

— Agregação:



# Modelagem Sistemas Fuzzy

---



- Sistema Fuzzy
  - Incorpora algum mecanismo proveniente da lógica fuzzy.
  - Pelo menos uma variável que possa assumir valor linguístico definidos por conjuntos fuzzy.
  - A arquitetura é constituída de módulos independententes.

# Modelagem Sistemas Fuzzy

---

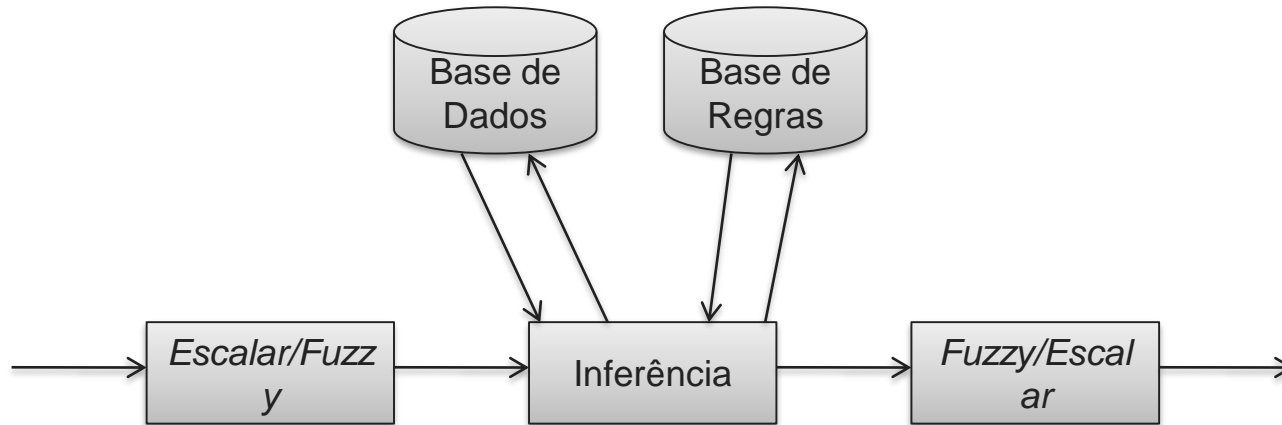


- Os Controladores Fuzzy controlam o valor de uma variável de saída em função dos valores de variáveis de entrada.
- Os Sistemas de Classificação Fuzzy são conjuntos de regras fuzzy com a finalidade de fazer a classificação de padrões.
- Os sistemas de apoio à decisão fuzzy são sistemas que têm a finalidade de apresentar uma recomendação.

# Modelagem Sistemas Fuzzy



- Sistema Fuzzy  
Arquitetura



# Modelagem Sistemas Fuzzy

---



- Definir as variáveis de entrada do sistema e seus intervalos;
- Definir as variáveis de saída do sistema e seus intervalos;
- Desenvolver as funções de pertinência fuzzy para cada variável de entrada e saída;
- Desenvolver uma base de regras baseada nas possíveis consequências do sistema;
- Determinar como cada ação será concluída de acordo com as regra e a defuzzificação.

# Modelagem Sistemas Fuzzy

---



- Sistema Fuzzy

## Base de Dados

- Definição dos conjuntos fuzzy
  - Termos Linguísticos
  - Função de Pertinência.



# Modelagem Sistemas Fuzzy

---



- Sistema Fuzzy

## Base de Regras

- Podem ser geradas de maneira:
  - Automática
    - Técnicas computacionais.
    - Algoritmo de Wang & Mendell.
  - Manual
    - Entrevista com os especialistas do domínio.

# Modelagem Sistemas Fuzzy

---



- Sistema Fuzzy

- Escalar / Fuzzy

- Transforma entradas crisp em fuzzy.
    - Mapeados pelas funções de pertinência

# Modelagem Sistemas Fuzzy

---



- Sistema Fuzzy

## Inferência

- Combina entradas provenientes:
  - Entrada do sistema (módulo escalar / fuzzy).
  - Regras (base de regras).
  - Conjuntos fuzzy (base de dados).

# Modelagem Sistemas Fuzzy

---



- Sistema Fuzzy

- Fuzzy / Escalar

- Transforma valores fuzzy em crisp
    - Utiliza métodos de mapeamento de fuzzy em crisp
      - Centro de Área (CoA)

$$CoA(B) = \frac{\sum_{i=0}^D B(y_i) y_i}{\sum_{i=0}^D B(y_i)}$$



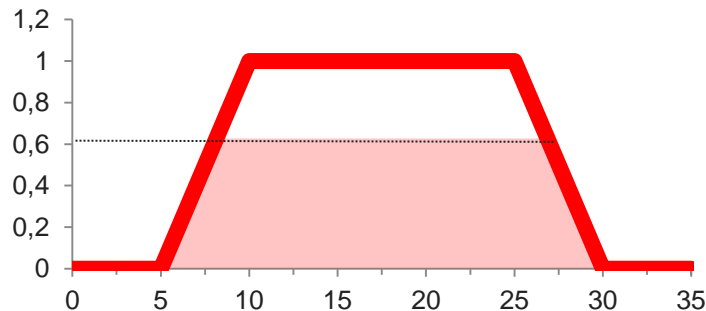
# Modelagem Sistemas Fuzzy

- Sistema Fuzzy

## Fuzzy / Escalar

— CoA

$Y = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 25\}$



$y_i$	$B(y_i)$
0	0
5	0
10	0,6
15	0,6
20	0,6
25	0,6
30	0
35	0

# Modelagem Sistemas Fuzzy



- Sistema Fuzzy  
Fuzzy / Escalar

– CoA

$$CoA(B) = \frac{[(0 * 0) + (0 * 5) + (0,6 * 10) + (0,6 * 15) + (0,6 * 20) + (0,6 * 25)(0 * 30) + (0 * 35)]}{0 + 0 + 0,6 + 0,6 + 0,6 + 0,6 + 0 + 0}$$

$$CoA(B) = \frac{6 + 9 + 12 + 15}{2,4} = 17,5$$



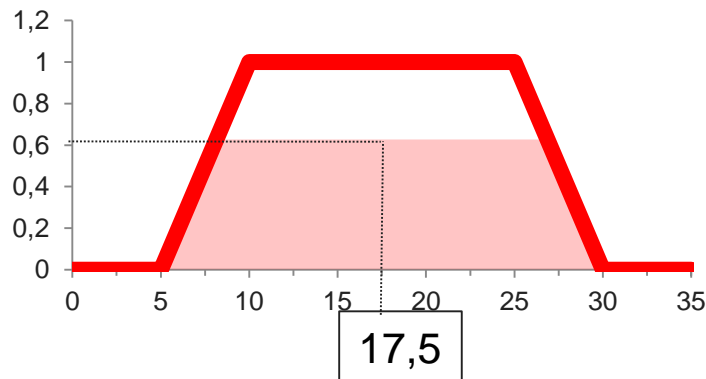
# Modelagem Sistemas Fuzzy

- Sistema Fuzzy

## Fuzzy / Escalar

— CoA

$Y = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 25\}$



$y_i$	$B(y_i)$
0	0
5	0
10	0,6
15	0,6
20	0,6
25	0,6
30	0
35	0

# Modelagem Sistema Fuzzy

---



- Exemplo  
Recomendação de Investimento

## *Variáveis de Entrada*

- Variação de Vendas  $[-100, 100]$   
{diminuindo, estável, aumentando}
- Sobrecarga de Serviços  $[0, 100]$   
{baixa, média, alta}
- Nível de Informatização  $[0, 100]$   
{ruim, médio, bom}



# Modelagem Sistema Fuzzy

---



- Exemplo  
Recomendação de Investimento

*Variáveis de Saída*

- Recomendação de Investimento  $[0, 100]$   
 $\{\text{leve, média, forte}\}$

# Modelagem Sistema Fuzzy

---



- Exemplo  
Recomendação de Investimento

*Regras*

*Se V está aumentando e S é alta e I é bom então R é forte*

*Se V está aumentando e S é média e I é bom então R é média*

*Se V está aumentando e S é baixa e I é bom então R é leve*

*Se V está aumentando e S é média I é ruim então R é forte*

*Fatos*

*V= 55, S= 60 e I= 85*

# MATLAB

---



- Introdução ao MATLAB
  - Ferramenta voltada para o cálculo numérico.
  - Provê robusta solução para:
    - Manipulação de Matrizes.
    - Análise Numérica.
    - Análise de Sinais.
    - Criação de Gráficos.
    - Diversas Toolboxes.

# MATLAB

---



- Toolboxes de IA:
  - Redes Neurais;
  - Algoritmos Genéticos;
  - Redes Bayesianas;
  - Lógica Fuzzy;
  - Entre outras...

# Toolbox Fuzzy

---

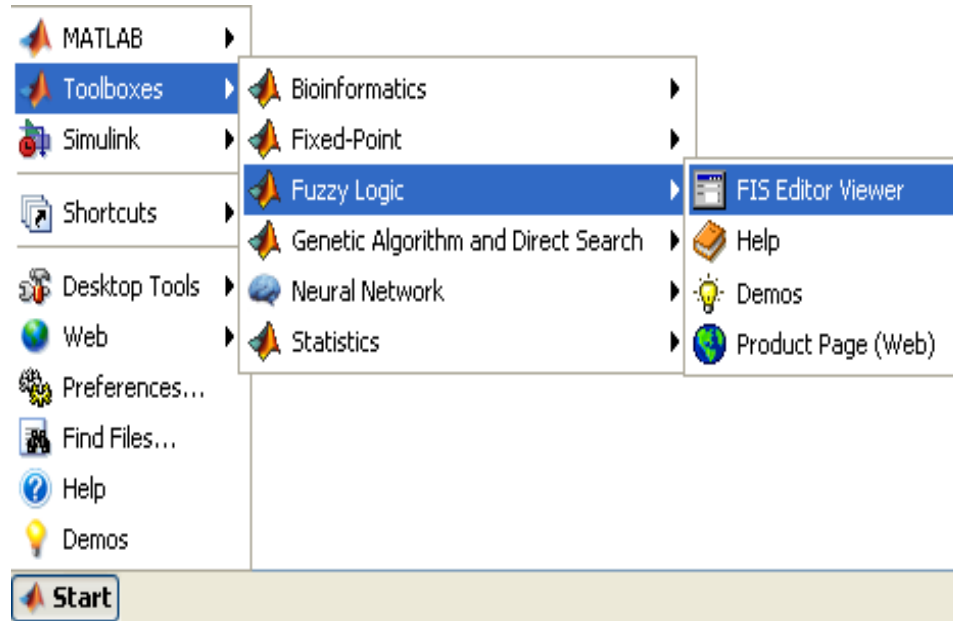


- Manipulação:
  - Por linha de comando
  - Por interface gráfica.
- Iniciar:
  - “>> *fuzzy*” (por linha de comando)



# Toolbox Fuzzy

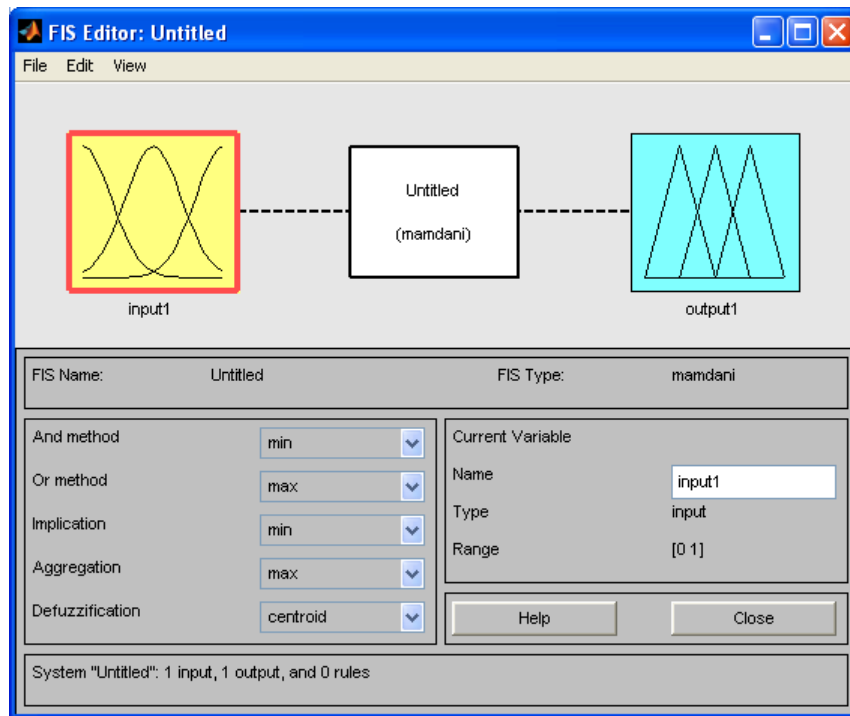
- Iniciar:





# Toolbox Fuzzy

- Tela inicial:



# Toolbox Fuzzy

---



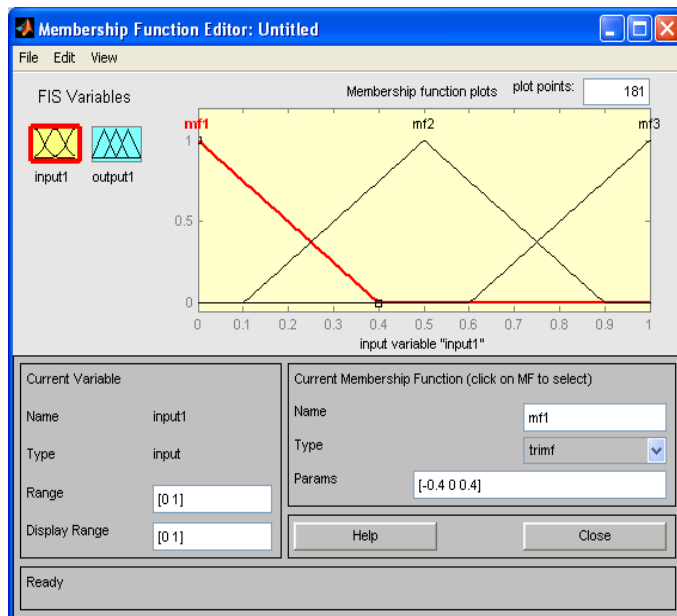
- Tela inicial:
  - Definição dos métodos
    - Inferência:
      - Mamdani (padrão).
      - Sugeno.
    - e / ou.
    - Composição / Agregação.
    - Defuzzificação.





# Toolbox Fuzzy

- Definição dos conjuntos Fuzzy:



# Toolbox Fuzzy

---

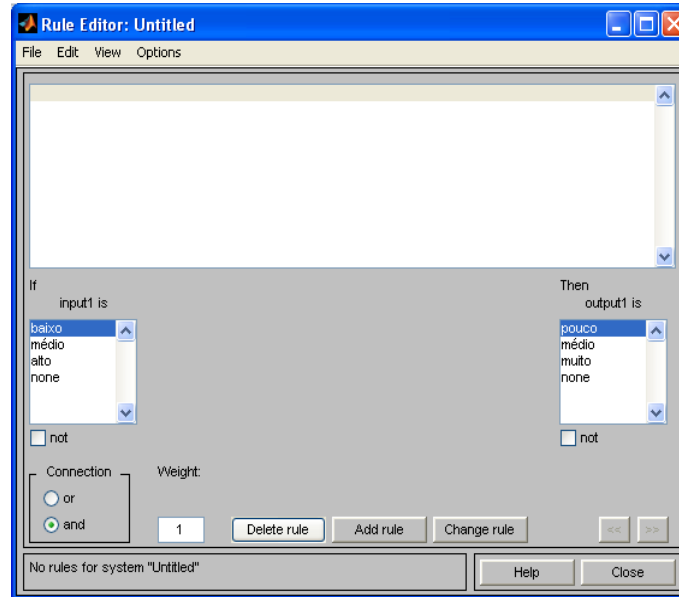


- Definição dos conjuntos Fuzzy:
  - Entrada / Saída:
    - Formas do conjunto:
      - Triangular, Trapezoidal, entre outras...
    - Variáveis Lingüísticas.
    - Intervalo do domínio da variável.
    - Valor do intervalo do conjunto.

# Toolbox Fuzzy



- Definição das regras fuzzy:



# Toolbox Fuzzy

---



- Definição das regras fuzzy:
  - Selecionar:
    - Variáveis desejadas.
    - Conectivos dos antecedentes / consequentes.

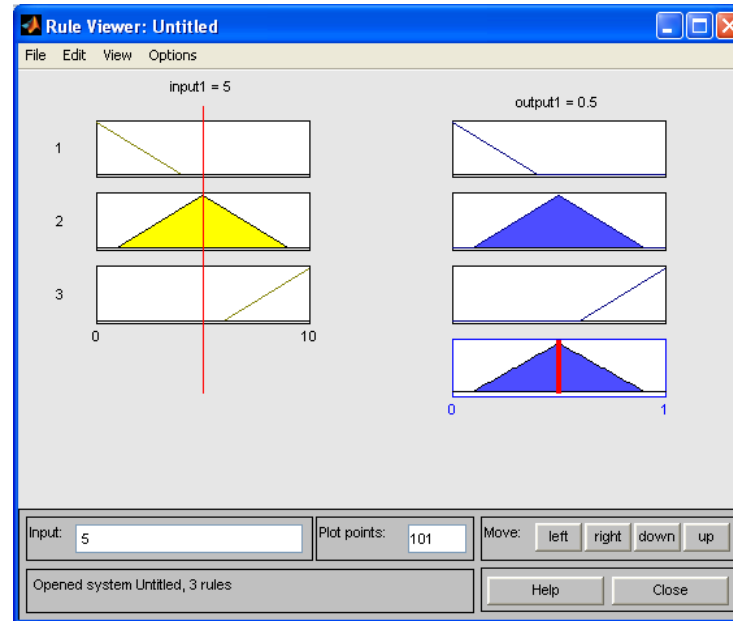


# Toolbox Fuzzy

- Obtenção da saída do sistema fuzzy:

- Menu:  
“view -> rules”.

- Definir o  
Input.



# Controle *Fuzzy* – exemplo

---



- Especificação:

Criar um controlador *fuzzy* para realizar o controle de temperatura de um ambiente.

# Controle *Fuzzy* – exemplo

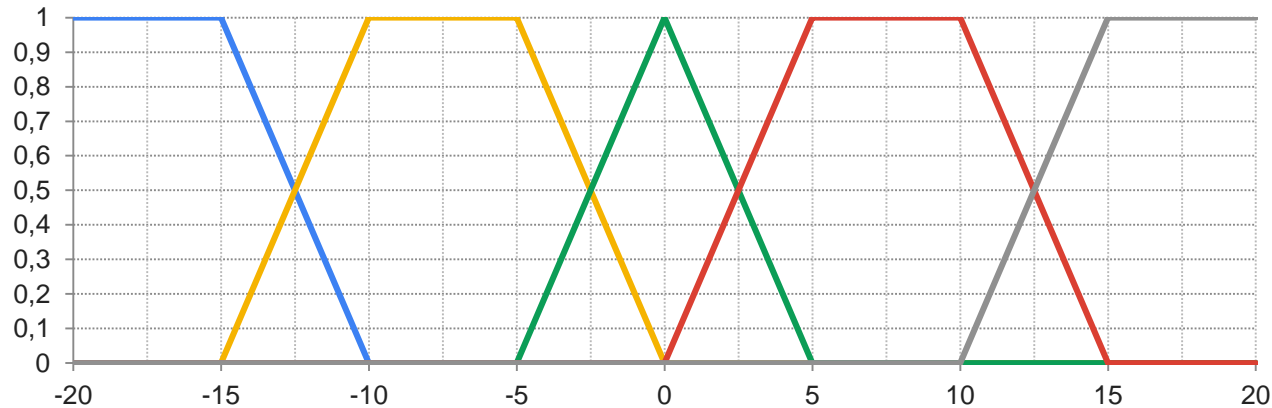


- 1º) Determinar variáveis de entrada e saída:

- Variáveis de entrada:

- $\Delta T$  (°C)

— Muito\_baixa    — baixa    — no\_setpoint    — alta    — muito\_alta



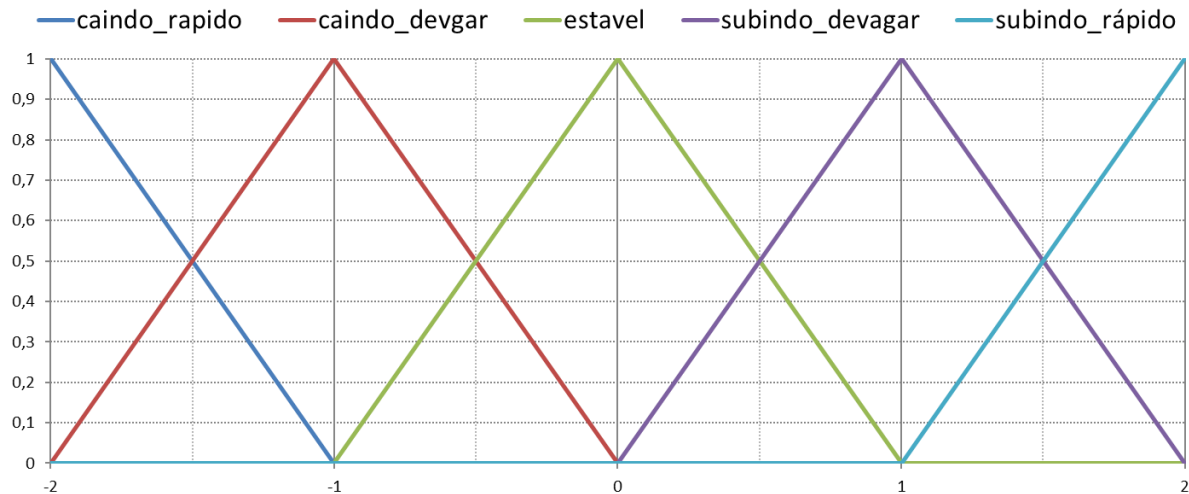


# Controle *Fuzzy* – exemplo

- 1º) Determinar variáveis de entrada e saída:

- Variáveis de entrada:

- Gradiente ( $^{\circ}\text{C/s}$ )





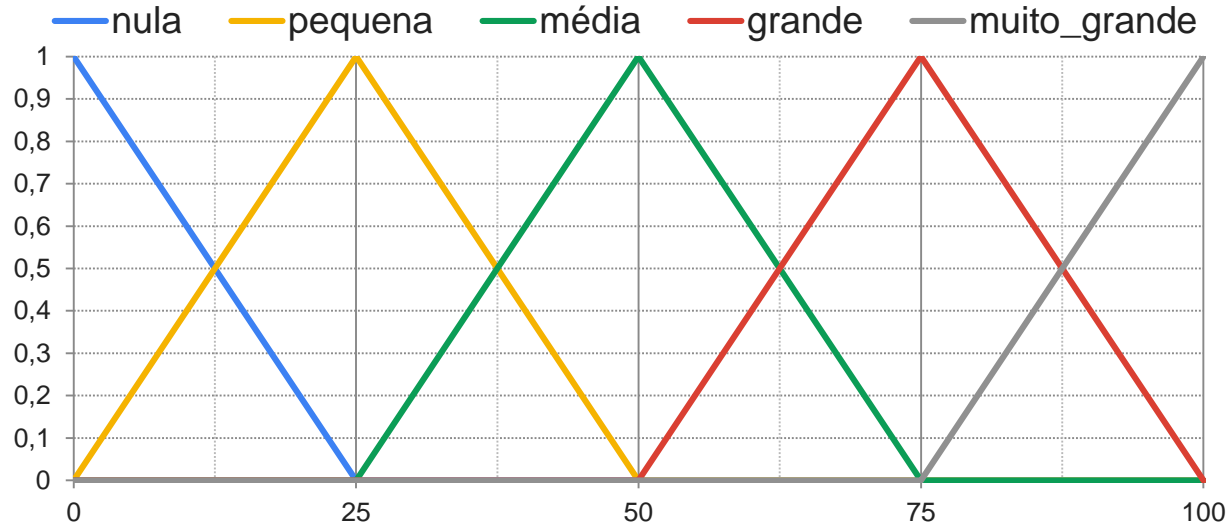
# Controle *Fuzzy* – exemplo



- 1º) Determinar variáveis de entrada e saída:

- Variáveis de saída:

- Modulação por largura de pulso - PWM (%)

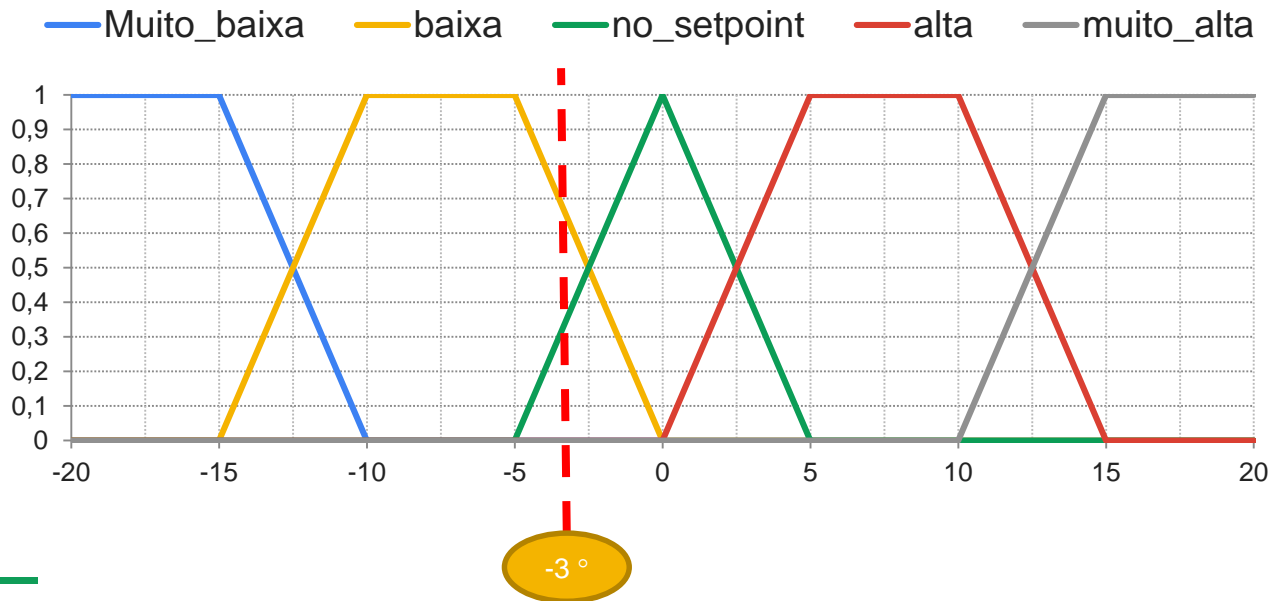




# Controle *Fuzzy* – exemplo

- 2º) Definir variáveis de entrada:

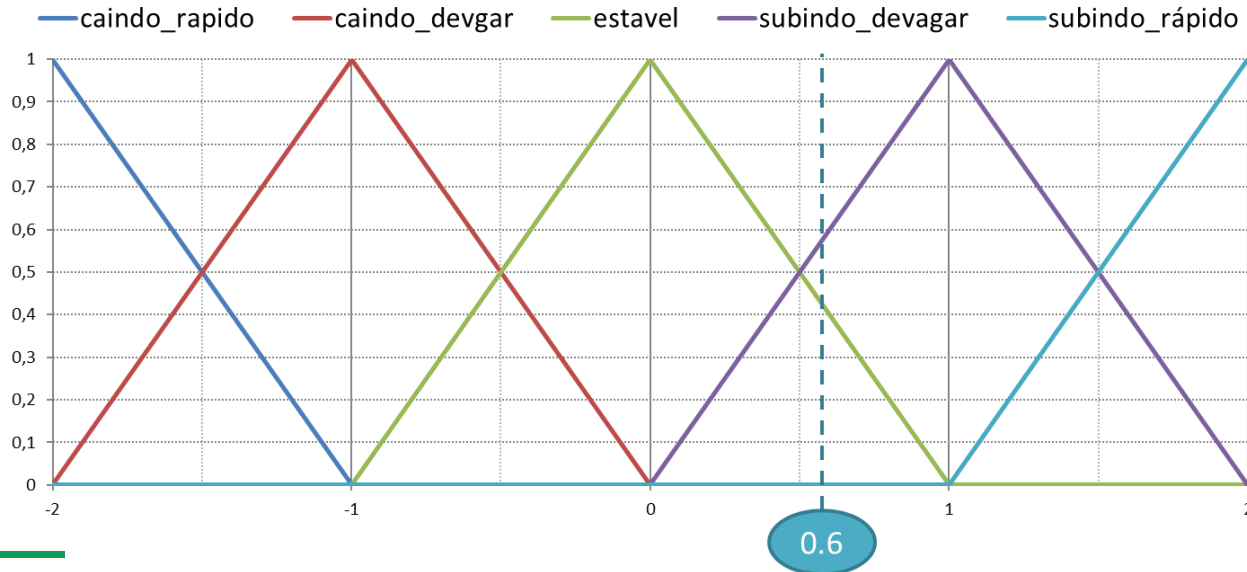
—  $\Delta T$ :  $-3^{\circ}\text{C}$



# Controle *Fuzzy* – exemplo



- 2º) Definir variáveis de entrada:
  - Gradiente:  $0.6\text{ }^{\circ}\text{C/s}$

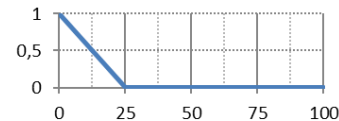
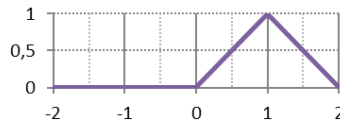
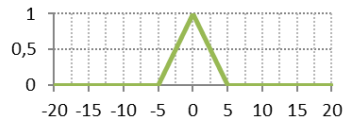
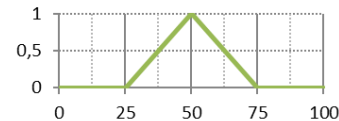
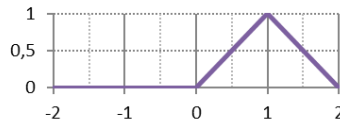
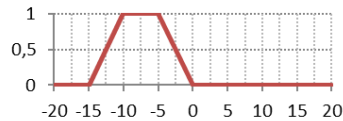
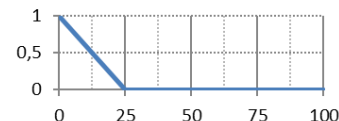
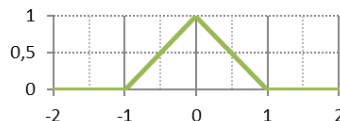
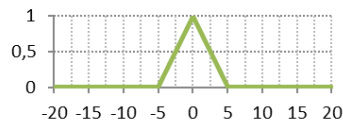
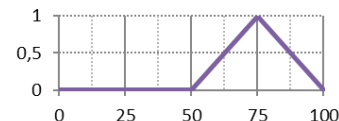
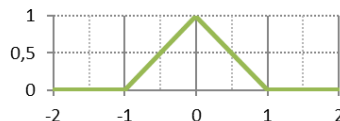
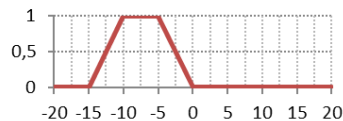




# Controle *Fuzzy* – exemplo

## • 3º) base de regras

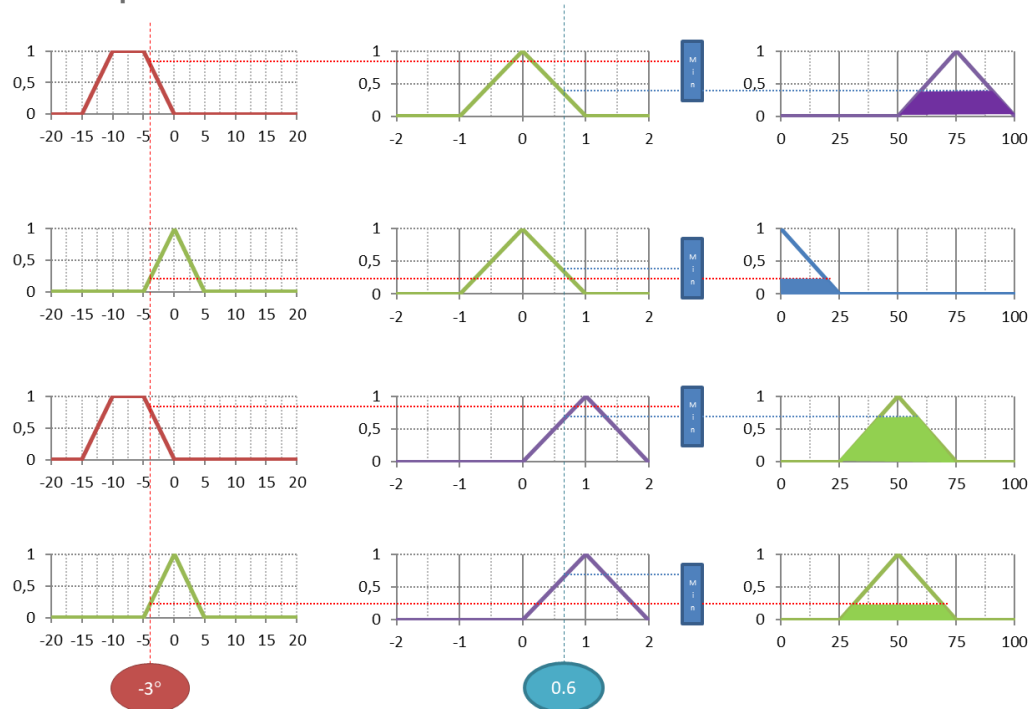
- Se  $\Delta t$  é baixa e grad. é estável então pwm é grande
- Se  $\Delta t$  é no\_setpoint e grad. é estável então pwm é nula
- Se  $\Delta t$  é baixa e grad. é subindo\_devagar então pwm é média
- Se  $\Delta t$  é no\_setpoint e grad. é subindo\_devagar então pwm é nula





# Controle *Fuzzy* – exemplo

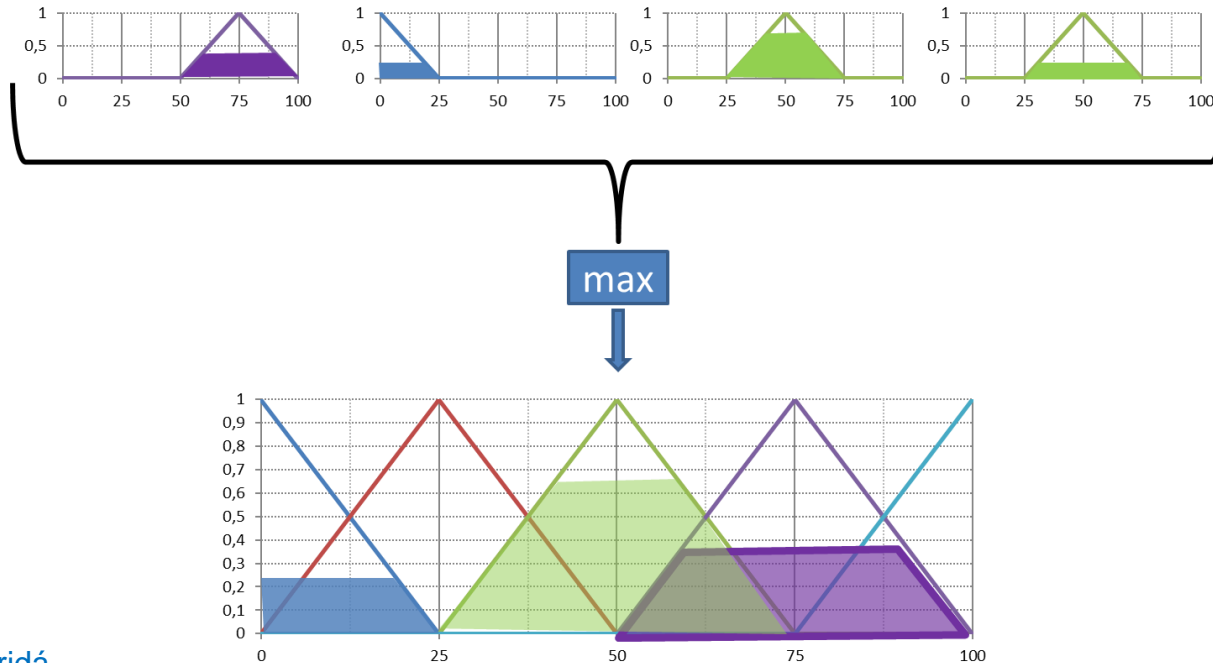
- 4º) Inferência por mamdani



# Controle *Fuzzy* – exemplo



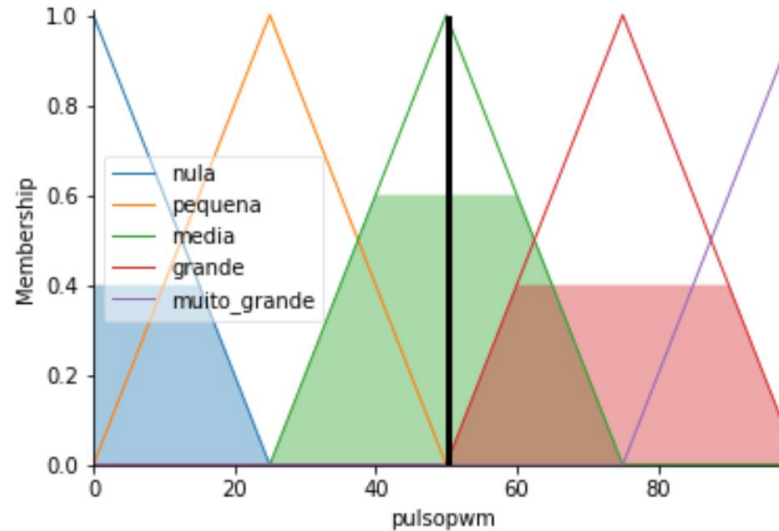
- 4º) Inferência por mamdani





# Controle *Fuzzy* – exemplo

- 4º) Defuzificação pelo centro de área



# Questions and Feedback

---



[Thank you!](#)



# Obrigado !



Vinicius Fernandes Caridá  
vfcarida@gmail.com



@Vinicius Caridá



@Vinicius Caridá  
@machine learning Brasil



@vfcarida

**MBA<sup>+</sup>**

Copyright © 2018 **Prof. Vinicius Fernandes Caridá**  
 Todos direitos reservados. Reprodução ou divulgação  
 total ou parcial deste documento é expressamente  
 proibido sem o consentimento formal, por escrito, do  
 Professor (autor).