

```
In [1]: import sympy as smp
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import numpy as np
from IPython.display import HTML
%matplotlib inline
```

Кинетическая энергия равна работе силы, которую необходимо приложить к телу для сообщения данной скорости.

пусть количество израсходованного за 1 сек топлива (кг/с):

$$\Delta m = \frac{dM_{\text{топлива}}}{dt}, \text{ кг/сек}$$

какую работу нужно совершить чтобы разогнать массу  $\Delta m$  до скорости истечения  $v$  ?

$$\Delta A = \frac{v^2 \cdot \Delta m}{2}$$

работа, совершенная за единицу времени - т.е. это ведь наша мощность  $N$ .

$$N = \frac{v^2 \cdot \Delta m}{2}$$

Мощность известна - это величина постоянная и равна 1.0МВт с учетом к.п.д.  $\eta = 0.5$  это  $N = 0.5\text{МВт}$

Пусть нам неизвестны ни скорость истечения, ни масса, но мы знаем мощность которую мы можем тратить на разгон рабочего тела, и это 0.5МВт

$$v = \sqrt{2 \frac{N}{\Delta m}}, \text{ или расход массы : } \Delta m = \frac{2N}{v^2} = \frac{2 \cdot 500,000 \text{ Вт}}{(v(\text{м/с}))^2}$$

Проверка размерностей для расхода рабочего тела:

$$\frac{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^3}}{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$

Построим график зависимости  $\Delta m(v)$  при постоянной заданной мощности, а заодно и время потраченное на расход 10,000.00 кг рабочего тела

```
In [2]: # сгенерируем данные для графика
data = pd.DataFrame([(2 * 500_000/(v**2), v) for v in range(1000, 201_000, 1000)], \
                    columns=['delta_m(kg)', 'v(m/s)'])

data['time_(s)'] = 10_000 / data['delta_m(kg)'] # время в секундах, чтобы израсходова
data['time_(year)'] = data['time_(s)']/60/60/24/365 # 60секунд * 60минут * 24 часа *
data[(data['v(m/s)'] >=60000) & (data['v(m/s)'] <=80000)]
```

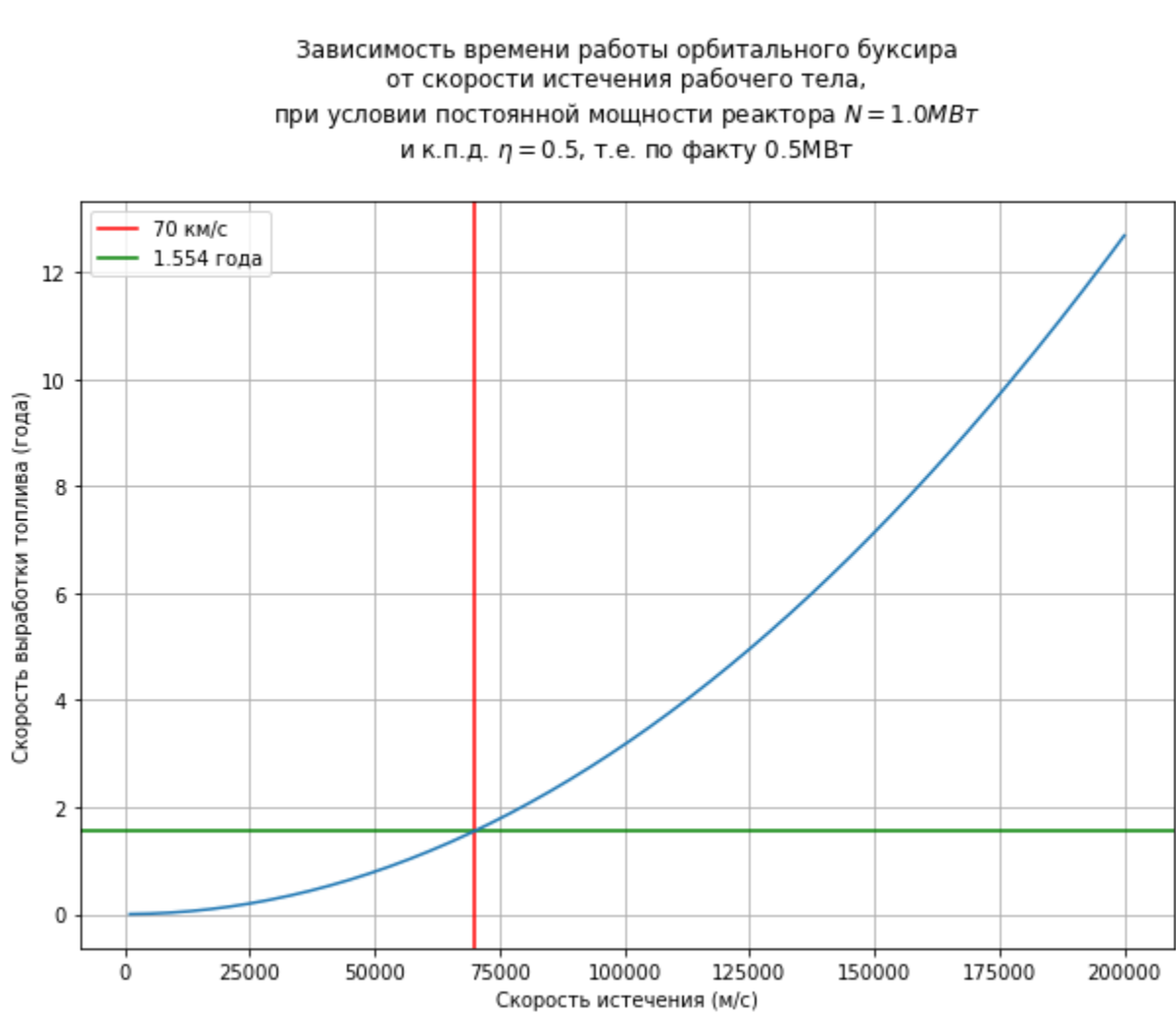
	delta_m(kg)	v(m/s)	time_(s)	time_(year)
59	0.000278	60000	36000000.0	1.141553
60	0.000269	61000	37210000.0	1.179921
61	0.000260	62000	38440000.0	1.218924
62	0.000252	63000	39690000.0	1.258562
63	0.000244	64000	40960000.0	1.298833
64	0.000237	65000	42250000.0	1.339739
65	0.000230	66000	43560000.0	1.381279
66	0.000223	67000	44890000.0	1.423453
67	0.000216	68000	46240000.0	1.466261
68	0.000210	69000	47610000.0	1.509703
69	0.000204	70000	49000000.0	1.553780
70	0.000198	71000	50410000.0	1.598491
71	0.000193	72000	51840000.0	1.643836
72	0.000188	73000	53290000.0	1.689815
73	0.000183	74000	54760000.0	1.736428
74	0.000178	75000	56250000.0	1.783676
75	0.000173	76000	57760000.0	1.831558
76	0.000169	77000	59290000.0	1.880074
77	0.000164	78000	60840000.0	1.929224
78	0.000160	79000	62410000.0	1.979008
79	0.000156	80000	64000000.0	2.029427

```
In [3]: time_end = round(data[data['v(m/s)'] == 70000]['time_(year)'].values[0],3)

display(HTML(f'<h3>Время выработки всего топлива при скорости' + \
              f' истечения 70 км/с составит: {time_end} года.</h3>'))
```

**Время выработки всего топлива при скорости истечения 70 км/с составит: 1.554 года.**

```
In [4]: plt.figure(figsize=(10,7))
plt.xlabel('Скорость истечения (м/с)')
plt.ylabel('Скорость выработки топлива (года)')
plt.grid(True)
plt.title("""
Зависимость времени работы орбитального буксира
от скорости истечения рабочего тела,
при условии постоянной мощности реактора $N = 1.0 \text{ МВт}$
и к.п.д. $\eta = 0.5$, т.е. по факту 0.5МВт
""")
plt.axvline(70000, color='red', label='70 км/с')
plt.axhline(time_end, color='green', label = f'{time_end} года')
plt.plot(data['v(m/s)'], data['time_(year)'])
plt.legend();
```



**применим формулу Циолковского для расчета максимального приращения скорости в случае**

- Сорость истечения - 70 км/с, буксир полная масса 35, топливо 10т (за 1.5 лет разгона)
- Сорость истечения - 70 км/с, буксир полная масса 55, топливо 10т (за 1.5 лет разгона)
- Сорость истечения - 200 км/с, буксир полная масса 35, топливо 10т (за 12.5 лет разгона)
- Сорость истечения - 200 км/с, буксир полная масса 55, топливо 10т (за 12.5 лет разгона)

$$V_{\text{конечная}} = V_{\text{истечения}} \cdot \ln\left(\frac{M_{\text{полная}}}{M_{\text{полная}} - M_{\text{топлива}}}\right)$$

```
In [5]: def calc_v_end(v, m_start, m_fuel ):
    """
        v - скорость истечения
        m_start - начальная масса
        m_fuel - масса топлива
    """
    print(f'Скорость истечения: {v} км/с')
    print(f'Сухая масса (включая полезную нагрузку): {m_start-m_fuel} т')
    print(f'Начальная масса: {m_start} т')
    print(f'Масса топлива: {m_fuel} т')
    v_end = v*np.log(m_start/(m_start-m_fuel))
    display(HTML(f'Полное приращение скорости после расхода всего топлива: <b>{np.round(v_end,2)} км/с'))

    return v_end
```

Для справки:

- Первая космическая скорость Земли - 7.9 км/с.
- Вторая космическая скорость Земли - 11.2 км/с.
- 11.2 - 7.9 = 3.3

```
In [6]: 'Чтобы слетать к Луне нужно изменить скорость на: ', 11.2 - 7.9
```

```
Out[6]: ('Чтобы слетать к Луне нужно изменить скорость на: ', 3.2999999999999999)
```

```
In [7]: calc_v_end(70, 35, 10); # за 1.5 года
```

Скорость истечения: 70 км/с  
Сухая масса (включая полезную нагрузку): 25 т  
Начальная масса: 35 т  
Масса топлива: 10 т  
**Полное приращение скорости после расхода всего топлива: 23.55306 км/с**

```
In [8]: calc_v_end(70, 55, 10); # за 1.5 года, реально спогнять до Луны, затормозить, разгрузить
# или наоборот, порожняком к Луне, загрузиться и назад.
# 35т - вес аппарата, 10т вес груз, 10т - топливо
```

Скорость истечения: 70 км/с  
Сухая масса (включая полезную нагрузку): 45 т  
Начальная масса: 55 т  
Масса топлива: 10 т  
**Полное приращение скорости после расхода всего топлива: 14.04695 км/с**

```
In [9]: calc_v_end(200, 35, 10); # за 12.5 лет
```

Скорость истечения: 200 км/с  
Сухая масса (включая полезную нагрузку): 25 т  
Начальная масса: 35 т  
Масса топлива: 10 т  
**Полное приращение скорости после расхода всего топлива: 67.29445 км/с**

```
In [10]: calc_v_end(200, 55, 10); # за 12.5 лет
```

Скорость истечения: 200 км/с  
Сухая масса (включая полезную нагрузку): 45 т  
Начальная масса: 55 т  
Масса топлива: 10 т  
**Полное приращение скорости после расхода всего топлива: 40.13414 км/с**

**Замена полезной нагрузки на топливо**

```
In [11]: calc_v_end(200, 55, 20); # за 25 лет
```

Скорость истечения: 200 км/с  
Сухая масса (включая полезную нагрузку): 35 т  
Начальная масса: 55 т  
Масса топлива: 20 т  
**Полное приращение скорости после расхода всего топлива: 90.39702 км/с**

```
In [ ]:
```