

Ejercicio #2: Energía y Potencia.

$$P_m = \frac{1}{T_0} \int_0^T (I_{\max} \cdot \sin(\omega t + \theta))^2 dt_0$$

$$= \frac{1}{T_0} \int_0^T I_{\max}^2 \cdot \sin^2(\omega t + \theta) dt_0$$

$$= \frac{1}{T_0} I_{\max}^2 \int_0^T \frac{1}{2} (1 - \cos(2(\omega t + \theta))) dt_0$$

$$= \frac{1}{2T_0} I_{\max}^2 \int_{-\infty}^{\infty} 1 - \cos(2(\omega t + \theta)) dt_0$$

$$= \frac{1}{2T_0} I_{\max}^2 \left[\int_0^T dt_0 - \int_0^T \cos(2\omega t + 2\theta) dt \right] = \frac{1}{2T_0} I_{\max}^2 \cdot T = \frac{I_{\max}^2}{2}$$

$$= \sqrt{\frac{I_{\max}^2}{2}} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \text{ RMS}$$

$$\int \cos(2\omega t) \cos(2\theta) - \int \sin(2\omega t) \sin(2\theta)$$

$$= \int \cos\left(\frac{2 \cdot 2\pi}{T} \cdot t\right) = \cos(2\theta) \int \cos\left(\frac{4\pi}{T} t\right) - \sin(2\theta) \int \sin\left(\frac{4\pi}{T} t\right)$$

$$\left[\frac{\cos(2\theta) \cdot T}{4\pi} \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{T} t\right) + \frac{\sin(2\theta) \cdot T}{4\pi} \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{T} t\right) \right] \Big|_0^T = 0$$

Ejercicio #5: Energía y Potencia

Demostrar que la norma al cuadrado de una señal equivale a su energía

$$\|x(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x(t))^2 dt$$

$x(t)$ es considerado como un número complejo $|x|^2 = x \cdot x^*$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (x_r(t) + jx_i(t)) (x_r(t) - jx_i(t)) dt$$

$x_r \rightarrow \text{real}$
 $x_i \rightarrow \text{imaginaria}$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} [x_r(t)]^2 - jx_r(t)x_i(t) + jx_i(t)x_r(t) + [x_i(t)]^2 dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} [x_r(t)]^2 + [x_i(t)]^2 dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$