**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**Tema:**

**Problema de 2 cuerpos, ecuaciones de Hamilton**



**Apellidos: Moreno Vera**

**Nombres: Felipe Adrian**

**Código: 20120354I**

**Curso: Física Computacional**

**Codigo Curso: CC063**

**2016-II**

**Ejercicio 1:**

Usar , cono p=v, q=r. Para demostrar que la ecuaciones Hamiltonianas, discretizadas a son equivalentes a leap-frog.

**Sol:**

Como q es la posición de la partícula y p actúa como la velocidad o momento lineal trivial (m=1).

Se discretiza usando el método de euler de primer orden:

.

Se discretiza usando el método de Leap-Frog:

Definiciones: p = mv, como momento lineal:

Y además la defición de Lagrangiana para 2 partículas se tiene: .

Se define el momento lineal con respecto a la coordenada qj de una partícula de lagrangina L por . a p se le llama vector de momento lineal.

Se define como hamiltoniana de un sistema de partículas de lagrangiana L a la función siguiente:

donde las son las correspondientes componentes de momento lineal.

Como q es la posición, entonces: , entonces se tiene:

.

, entonces:

, se deduce que la Hamiltoniana de un sistema sometido a un campo exterior constante, no dependiente del tiempo ni de la velocidad, es la energía total del sistema, suma de la energía cinética más la energía potencial.

**Derivando la hamiltoniana:**

Se tiene por el teorema de la derivada total se sabe:

...(1)

Usando solo una partícula

, además:

, entonces queda como:

...(2)

de (1) y (2) se tiene que:

, y .

Entonces de la ecuación anterior , se tiene que

las ecuaciones de Euler de p y q en función de Hamiltoniano son:

, .

y las ecuaciones de Leap-Frog son:

...(1)

...(2)

entonces queda:

...(3) y ,

entonces: ...(4)

Como dato adicional, nosotros sabemos que el Hamiltoniano es invariante al tiempo, es decir por lo que ...(a)

Por lo que se tiene en (3):

=>...(5).

Similar en (4):

, y

… (6)

Entonces de (1) y (5) para q, de (2) y (6) para p se deduce que las ecuaciones de discretización de Euler de primer orden es menos precisa que las ecuaciones de Leap-Frog de tercer orden.

**Ejercicio 2:**

Aplicar la transformación y el hamiltoniano transformado de Poincaré:

Con energía total constante E = K + U = const.

Para demostrar por qué la transformación de la variable de tiempo es llamada una regulación del problema de dos cuerpos.

**Sol:**

Entonces derivamos para encontrar los , pero del ejericio 1 se sabe que:

, derivando respecto a p y q, se tiene:

**I)**, se tiene: , se tiene que K(p) se interpreta como la energía Cinética, entonces tomando el momento lineal, con masa trivial (M=1), obtenemos que:

=> ,

**II)**, se tiene:

Entonces las ecuaciones son:

… (1)y … (2)

La dificultad al momento de derivar parcialmente en p y q es la componente:

Se tiene la siguiente expresión de la ecuación de Hamilton:

Ahora calcular sus respectivas derivadas parciales:

y

Se tiene:

… (3) y … (4)

Las derivadas resultan más sencillas de calcular y pero sigue la dependencia del campo potencial.

**Referencias:**

<http://www.fisicafundamental.net/simetrias/ecuaciones.html>

<http://casanchi.com/fis/hamilto01.htm>

[https://coloquiooleis.wordpress.com/2010/10/31/%c2%bfque-es-un-hamiltoniano/#more-1746](https://coloquiooleis.wordpress.com/2010/10/31/¿que-es-un-hamiltoniano/" \l "more-1746)

<http://www.fisica.uniud.it/~ercolessi/md/md/node21.html>