**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**Tema:**

**Problema de LoktaVolterra**



**Apellidos: Moreno Vera**

**Nombres: Felipe Adrian**

**Código: 20120354I**

**Curso: Física Computacional**

**Codigo Curso: CC063**

**2016-II**

**Problema de Lokta-Volterra**

Realiza la simulación de LoktaVolterra, para 6 poblaciones de depredador-presa.

Se sabe que las ecuaciones de presa-depredaror son:

**Presa:**

**Depredador:**

de estas 2 se sabe: , resolviendo por variable separables:

se tiene:

Se construye la ecuación:

**Solución general:**

Constante de integración:

Ahora haciendo un cambio de variable:

, , y

Se tiene:

**Presa:**

**Depredador:**

de estas 2 se sabe:

**Solución general:**

Constante de integración:

**Sistema de ecuaciones LoktaVolterra**

Para la solución del sistema, se tiene una matriz A, y vectores de la siguiente forma:

, donde: son los componentes de la matriz A.

Ejemplo de 2 dimensiones:

**Sistema de ecuaciones presa-depredador:**

esto nos da las ecuaciones:

**Presa:**

**Depredador:**

Entonces llevemóslo a nuestra problemática con 6 poblaciones (3presas y 3 depredadores)

Es equivalente a:

Donde donde a y d son vectores, donde sus componentes son:

y , donde “n” es el número de presas y “m” es el número de depredadores, donde los son los valores iniciales de cada componente.

**Cálculo de los valores iniciales:**

Se sabe que el sistema solución de LoktaVolterra es:

Donde son los autovectores, son los autovalores y son los coeficientes para la solución. (combinación lineal de las soluciones).

**Solución:**

Nos dan de dato la matriz A (ya definida arriba) y los coeficientes .

Entonces nuestros X(0) son:

Calculando los autovectores de A usando Octave, con la función eig(A) se obtiene:

Esto es igual a un vector:

Entonces calculando nuestro r, vendría a ser:

**Vector de presas:**

, entonces :

resulta:

**Vector de depredadores:**

, entonces:

resulta:

Entonces nuestro vector r es igual a:

Entonces nuestro sistema a resolver queda de la forma:

Usando el método de euler para aproximar la solución del sistema de ecuaciones de grado 1 con valores iniciales:

Se hace la aproximación para calcular el valor de los X(t) usando Octave.

Y usando la matriz anterior se tiene:

Como ecuación para calcular cada valor por variación del tiempo.

**Usando Octave:**

Inicializamos valores:

A=[ 0 0 0 -20 -30 -5;

0 0 0 -1 -3 -7;

0 0 0 -4 -10 -20;

20 30 35 0 0 0;

3 3 3 0 0 0;

7 8 20 0 0 0];

b = [-20 -30 -5;

-1 -3 -7;

-4 -10 -20];

c = [20 30 35;

3 3 3;

7 8 20];

**Autovalores y Autovectores:**

[autovectores,v]=eig(A);

# devuelve los autovectores de manera vertical, y los autovalores en matriz diagonal

autovectores

autovalores = [];

k=1;

len1 = length(v);

len2 = length(v(1,:));

for i=1:len1

for j=1:len2

if i==j

autovalores(k) = v(i,j);

k++;

end

end

end

autovalores=autovalores'

**Valores Iniciales:**

x0 = zeros(lenu,1);

lenu = length(autovectores);

lamb = [3,3,1,1,5,0.1];

**Solucion Analitica**

t=0;

for i=1:lenu

x0 = x0 + lamb(i)\*exp(autovalores(i)\*t)\*autovectores(:,i);

endfor

**Solucion Numerica**

iters=10;

**Calculamos el vector r:**

a = b\*x0(1:lenu/2);

d = c\*x0(lenu/2+1:6);

r = a;

r(4:6)=d

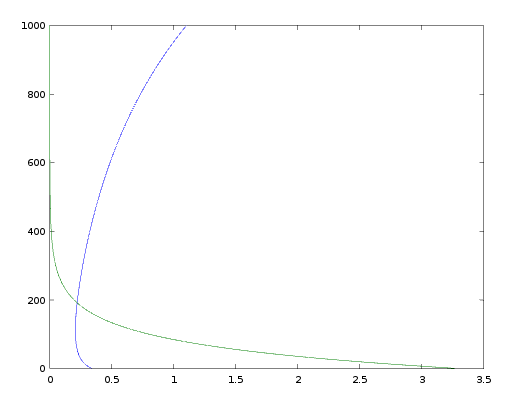
x0

xt = zeros(lenu,iters); # lenu columnas y iters filas

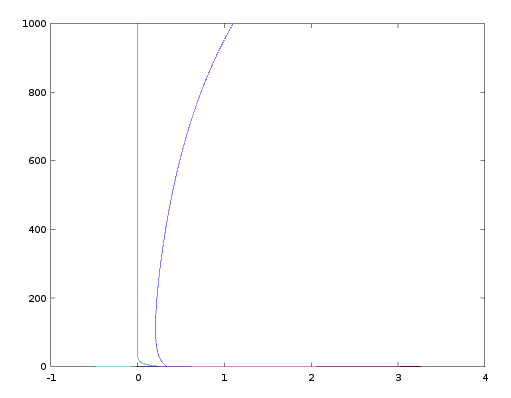
xt(:,1)=x0;

**Solución Numérica I: (loktaVolterra\_numerico\_Real.m):**

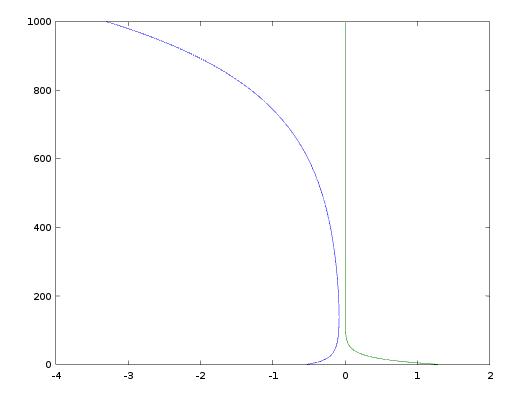
**Problación 1 y 3:**



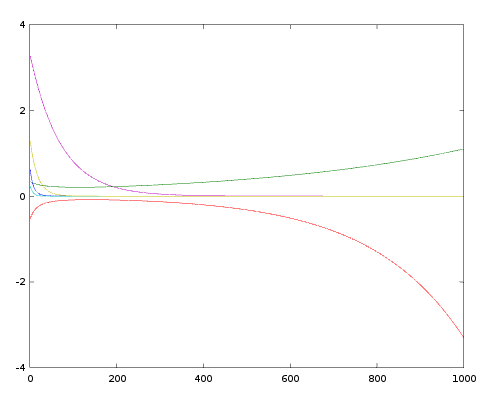
**Población 2 y 4:**

****

**Población 3 y 6:**

****

**Interacción de las 6 poblaciones (presa vs t y depredador vs t):**

****

**Metodo de Euler para la aproximacion de las poblaciones:**

dt=0.0001;

for i=2:iters

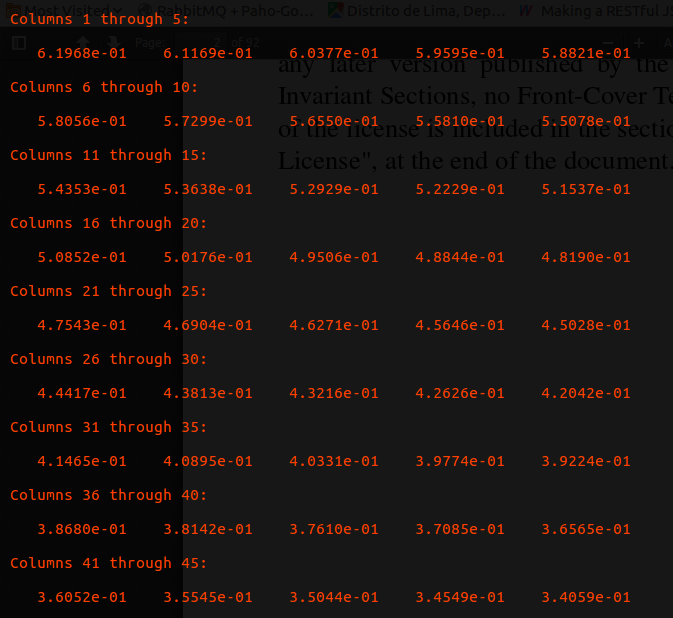
for j=1:lenu

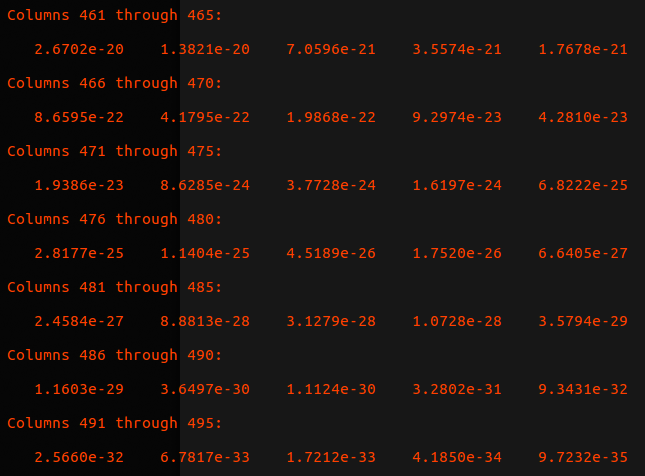
xt(j,i)= xt(j,i-1) + xt(j,i-1)\*(r(j)+A(j,:)\*xt(:,i-1))\*dt;

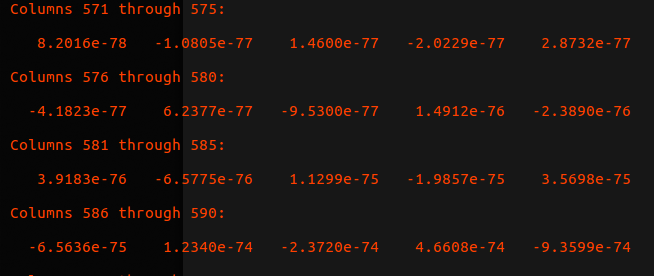
end

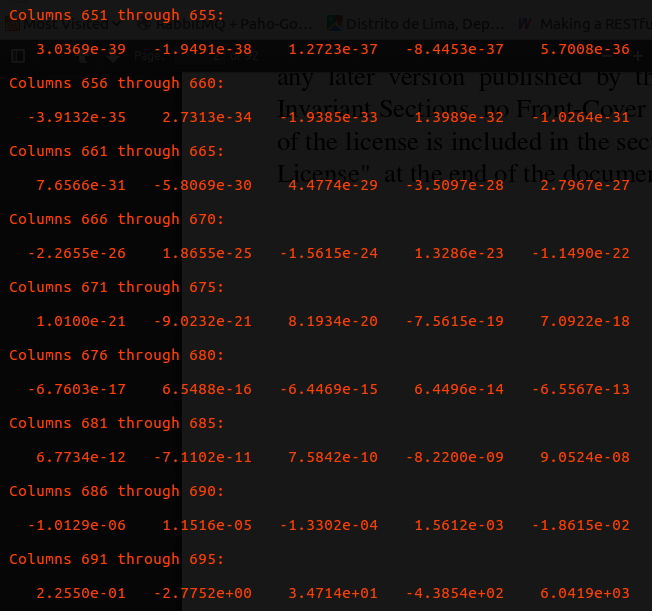
end

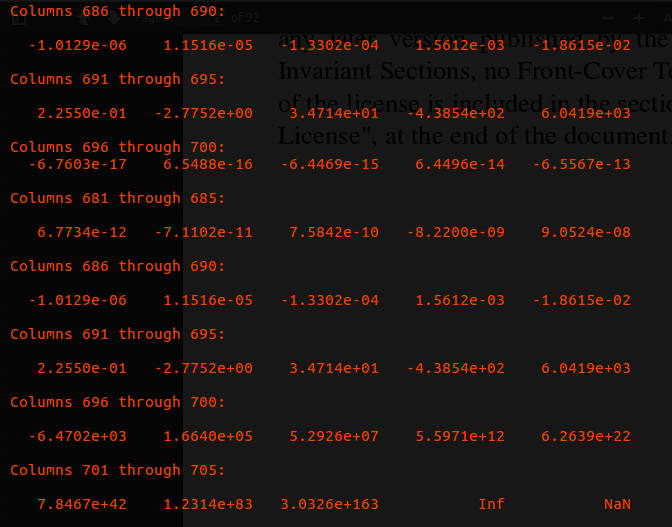
Resolviendo y viendo los resultados, obtenemos lo siguiente:









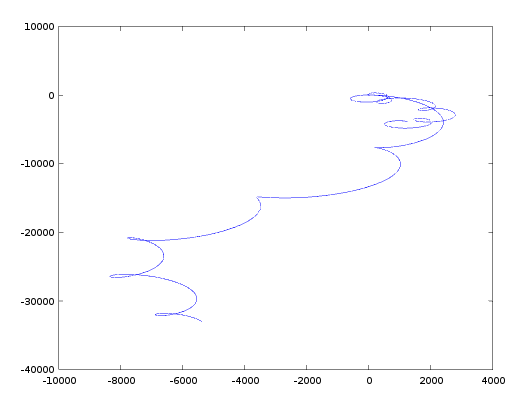


Con estas imágenes de resultados, se ve que los resultados de las poblaciones decrecen y crecen hasta cierto punto y vuelven a decrecer … pero al momento de crecer de nuevo diverge.

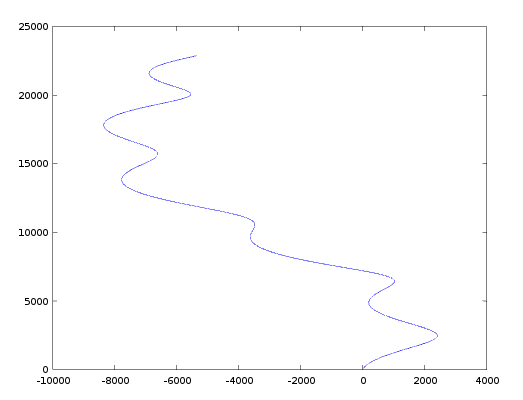
**Solución** **Analítica (loktaVolterra\_analitico.m):**

Se presenta las gráficas de poblaciones:

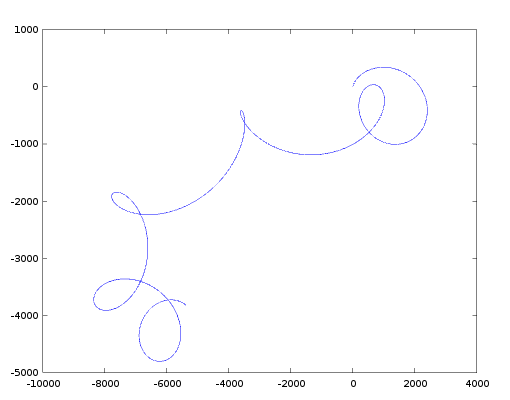
**Población 1 y 4:**

****

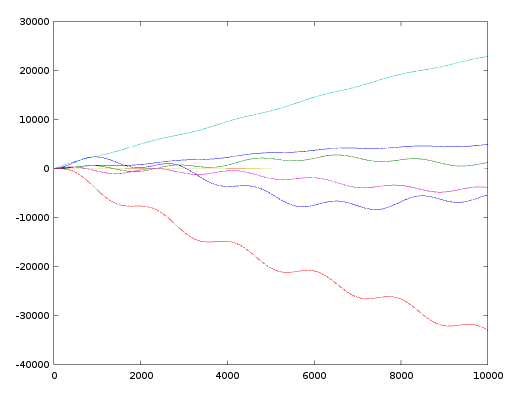
**Población 2 y 5:**

****

**Población 3 y 6:**

****

**Interacción de las 6 poblaciones:**

****

Se observa la divergencia.

**Explicación de la divergencia:**

Se ve que los autovalores de la matriz A, también llamada estabilidad tiene autovalores imaginarios y reales, de los cuales 4 son imaginarios y 2 reales.

Por tener un autovalor real positivo y otro negativo, el sistema se hace inestable.

Es por eso que el sistema (solución real) diverge.

**Solución Numérica II:**

**Cambio de variable (loktaVolterra\_numerico\_Ideal.m):**

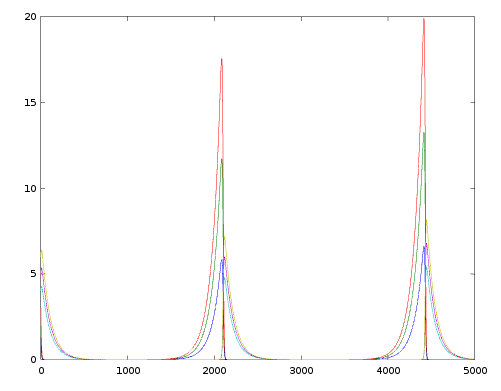
Es decir, probando con el vector

y los mismos valores iniciales, con .

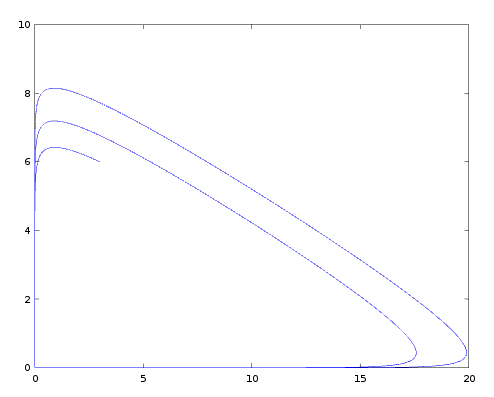
Es decir, la nueva ecuación a tomar será:

Se observa que los valores no divergen tan rápido como de la anterior manera.

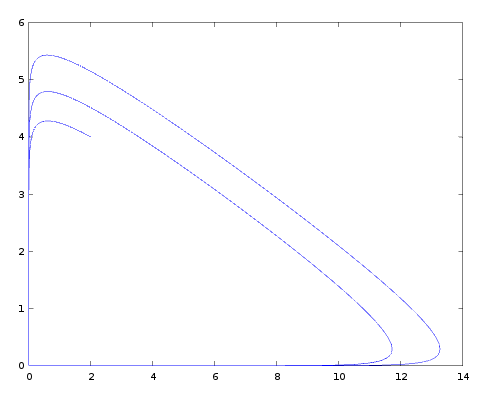
**Solución general: (Presas vs t y Depredadores vs t)**



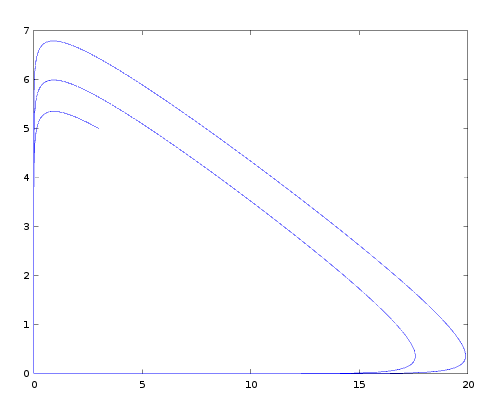
**Población 1 y 4:**

****

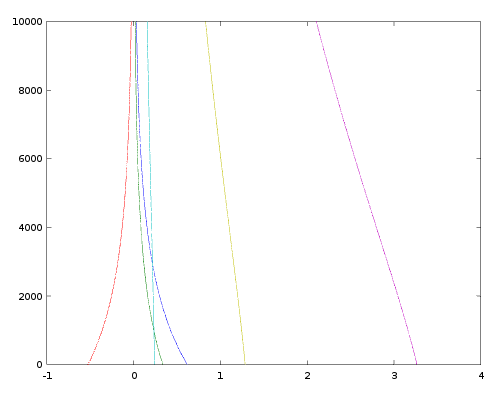
**Población 2 y 5:**

****

**Población 3 y 6:**



**Interacción entre las 6 poblaciones:**



Se observa cierta estabilidad luego del cambio de variable.

**Analisando par en par la población (loktaVolterra\_pares.m):**

Escogemos una presa y un depredador y aplicamos la misma técnica, pero esta vez en un sistema de 2 dimensiones, es decir:

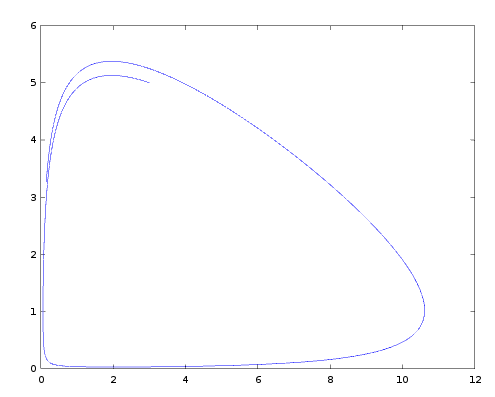
Por lo que se analiza con las condiciones iniciales similares al anterior, pero esta vez con y tomamos de par en par.

El script loktaVolterra\_pares.m es el que ejecuta este método cogiendo por pares, el cual nos muestra (a diferencia de las anteriores gráficas donde obviamente la interacción entre 6 poblaciones divergen) que las poblaciones cumplen los condicionamientos de Lokta-Volterra.

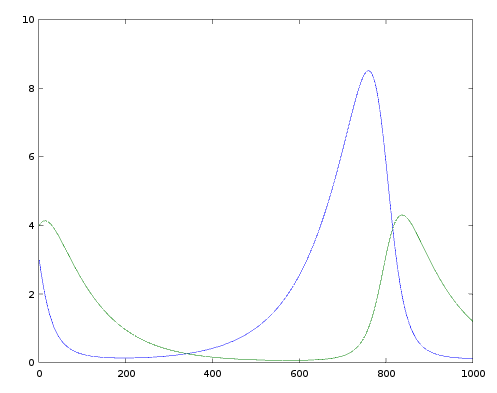
**Ejemplo:**

Interacción de l apoblación 1 (presa) y la 3 (depredador)

**Gráfica Presa vs Depredador:**



**Gráfica Presa vs t y Depredador vs t:**

****

Podemos apreciar que la convergencia entre 2 poblaciones es mucho más estable que la interacción entre 3 o más especies.

**Resumen:**

Se tienen 4 scripts:

**loktaVolterra\_analitico.m:**

Presenta resultados mediante la solución analítica del sistema loktaVolterra para 6 poblaciones interactuantes al mismo tiempo, usando:

**loktaVolterra\_numerico\_Real.m:**

Presenta resultados mediante la solución numérica del sistema loktaVolterra para 6 poblaciones interactuantes al mismo tiempo usando el método de Euler, usando:

**loktaVolterra\_numerico\_Ideal:**

Presenta resultados mediante la solución numérica del sistema loktaVolterra para 6 poblaciones interactuantes al mismo tiempo usando el método de Euler, haciendo el cambio de variable de x, y a u1 y u2 usando:

**loktaVolterra\_pares.m:**

Presenta resultados mediante la solución numérica del sistema loktaVolterra tomando de par en par presa-depredador, se sabe que del sistema de 6 variables, 3 son presas y 3 son depredadores. Entonces este script esta diseñado para analizar cada presa con cada depredador mediante un sistema de 2 variables, de la forma:

**Ejecución:**

En consola ejecutar:

octave loktaVolterra\_pares.m o también entrar al shell de octave y ejecutar el nombre del programa.

**Referencias:**

<http://mathfaculty.fullerton.edu/mathews/n2003/lotkavoltera/Lotka-VolterraMod/Links/Lotka-VolterraMod_lnk_3.html>

[https://en.wikipedia.org/wiki/Competitive\_Lotka%E2%80%93Volterra\_equations](https://en.wikipedia.org/wiki/Competitive_Lotka–Volterra_equations)

[https://en.wikipedia.org/wiki/Lotka%E2%80%93Volterra\_equations](https://en.wikipedia.org/wiki/Lotka–Volterra_equations)