Movimiento Browniano

Simulación de sistemas

Marco Antonio Guajardo Vigil

31 de enero de 2019

Quiero citar a Yessica Reyna Fernández [3] ya que, gracias a ella, me basé a realizar mi propio reporte.

1. Introducción

El Movimiento Browniano [2] refiere a una partícula cuyo movimiento está en constante cambio, el cual es aleatorio, en esta práctica solo se limita a usar un movimiento paralelo a los ejes cardinales del sistema de coordenadas, a su vez, se mueve en pasos discretos los cuales miden siempre lo mismo, unitariamente, esto significa que el paso en el cual avanza la partícula mide uno, teniendo como la posición inicial el origen. La probabilidad de que avance uno o retroceda es de 0.5.

Iniciamos en **una** dimensión, cuya posición inicial es 0 y, en cada paso dado, con la probabilidad antes mencionada, incrementa o decrementa su posición según la condición que se le de, en esté caso, incrementa si el número aleatorio es mayor a 0.5 y hace un decremento en caso de ser menor a 0.5. En esta dimensión, la partícula solo se mueve en el eje horizontal ya que refiere de la primera dimensión.

2. Implementación de R

Para la elaboración de este experimento, se hace uso de un software libre para computación estadística y gráficos llamado R [1], el cual nos permite realizar los cálculos necesarios para dicho experimento. Con él, se puede controlar los datos estadísticos que se ocupan para dar seguimiento con la práctica, se necesita graficarlos para así poder compararlos mejor, ya que se maneja una cantidad de datos considerable y trabajaremos con ellos en forma estadística, por lo tanto, se recomienda el uso de este software ya que ayuda a paralelizar las acciones que sean necesarias, así se ahorra tiempo, haciéndolas simultáneamente.

3. Experimentación

Para llevar a cabo este experimento, debemos examinar los efectos que puede llegar a tener la dimensión en la **probabilidad de regreso al origen del movimiento Browniano de la partícula**.

Para poder analizarlo de forma sistemática, daremos uso de R y de unos cuantos parámetros que ayudan a encontrar esa probabilidad estadísticamente, se tiene que tomar en cuenta para dimensiones de 1 a 8 en incrementos lineales de uno, variando el número de pasos de la caminata como potencias de dos, se usan exponentes de 6 a 12 incrementándolos de uno en uno, con 30 repeticiones para cada combinación de potencias, en total 7.

Los resultados son graficados en una sola figura con diagramas de caja-bigote de tal forma que se pueda comparar las probabilidades que existen dependiendo de cada dimensión y número de pasos realizados.

La función que hace ese trabajo es la que se muestra a continuación:

```
1 cont <- 0 #Inicializamos un contador en 0
2
3 if (all(pos==0)) { #Si llega al origen, sumara +1 al contador
4         cont <- cont + 1
5 }
6
7 return(cont/duracion) #Sacamos la probabilidad
```

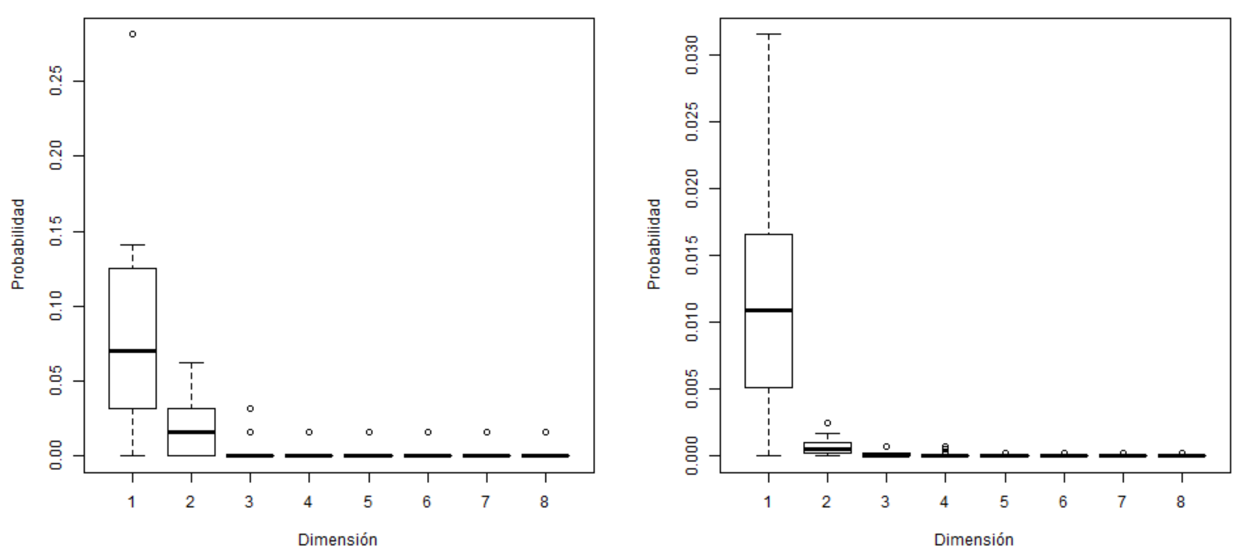
La linea 7 regresa las probabilidades adquiridas en la variable llamada *resultado*, en la cual se agregan con un rbind **en la linea 1**:

```
1 datos <- rbind(datos, resultado)
```

y con esto, poder graficar los datos en relación de las dimensiones y su probabilidad en ellas.

Esto se repite con todas las combinaciones establecidas y así, podremos comparar mejor como es que la probabilidad se ve afectada con ayuda de las gráficas.

Graficando y comparando lo obtenido en 64 y 4,096 pasos 1:



(a) Gráfica de probabilidades en 64 pasos.

(b) Gráfica de probabilidades en 4,096 pasos.

Figura 1: Comparacion entre 64 y 4,096 pasos.

En la dimensión 1 hay mas probabilidades de que la partícula regrese a su origen, esto va disminuyendo conforme la dimensión aumenta.

Se nota que en la dimensión 1 hay mas probabilidades de que la partícula regrese a su origen, esto va disminuyendo conforme la dimensión aumenta.

4. Conclusión

Con estos datos y gráficas realizadas, se notan dos cosas:

1. La probabilidad depende tanto de la dimensión como de la cantidad de pasos, entre mayor sean los pasos realizados, más le cuesta llegar de nuevo a su punto de origen, a su vez, se le complica también dependiendo de la complejidad de la dimensión. Como se observa en las gráficas, la dimensión 1 siempre tiene la mayor probabilidad de todas, al ser esta la más sencilla.
2. Las probabilidades son muy mínimas aun así, por lo tanto, rara vez llegó a su punto de origen.
3. La probabilidad depende tanto de la dimensión como de la cantidad de pasos, entre mayor sean los pasos realizados, le costará llegar de nuevo a su punto de origen, a su vez, se le complica más a la partícula llegar al punto de origen dependiendo de la complejidad de la dimensión. Como hemos estado observando en las gráficas, la dimensión 1 siempre tiene la mayor probabilidad de todas, al ser esta la más sencilla.
4. Las probabilidades son muy minimas aun asi, por lo tanto, rara vez podra llegar a su punto de origen.

Referencias

[1] The R Project for Statistical Computing. 2019. URL `https://www.r-project.org/`.

[2] Satu Elisa Schaeffer. Práctica 1: Movimiento Browniano. 2019. URL `https://elisa.dyndns-web.com/teaching/comp/par/p1.html`.

[3] Yessica Reyna Fernández. Práctica 1, Movimiento Browniano. pages 1–5, 2018. URL `https://sourceforge.net/projects/simulacion-de-sistemas/`.