

Diagramas de Voronoi

Simulación de sistemas

Marco Antonio Guajardo Vigil 2095

19 de febrero de 2019

1. Introducción

Los *diagramas de Voronoi* tienen importancia en las matemáticas puras y en las ciencias aplicadas como por ejemplo la ciencia de los materiales. Se toma de un espacio bidimensional una zona con medidas conocidas que contienen k puntos de semilla P_i , los cuales son representados por sus coordenadas (X_i, Y_i) . Se busca dividir esa zona en regiones llamadas *celdas de Voronoi* de tal forma que todos los puntos que pertenecen a la región de P_i estén más cerca de esa semilla que a cualquier otra [2].

Para esta práctica se utiliza el **diagrama de Voronoi** para crear un modelo matemático continuo, es decir, las coordenadas son números reales. Se representa la zona por una matriz $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$ y las coordenadas son números enteros en $[1, \mathbf{n}]$. Se coloca uniformemente al azar las \mathbf{k} semillas, representadas por los números $\mathbf{1}$ a \mathbf{k} dentro de la matriz, procurando que ocupen una posición distinta, como se muestra en la figura 1.

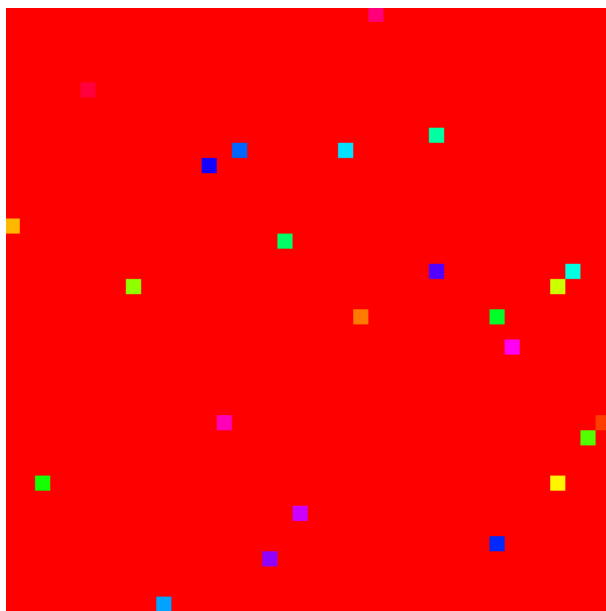


Figura 1: Representación de una zona de Voronoi de 40 x 40, con 24 semillas.

2. Implementación de R

Para la elaboración de este experimento, se hace uso de un software libre para computación estadística y gráficos llamado R [1], el cual nos permite realizar los cálculos necesarios para dicho experimento. Con él, se pueden controlar los datos estadísticos que se ocupan para dar seguimiento con la práctica, se necesita graficarlos para así poder compararlos mejor, ya que se maneja una cantidad de datos considerable y trabajaremos con ellos en forma estadística, por lo tanto, se recomienda el uso de este software ya que ayuda a paralelizar las acciones que sean necesarias, así se ahorra tiempo, haciéndolas simultáneamente.

3. Experimentación

Para llevar a cabo este experimento, se realiza una variación de los parametros n (dimensión de la zona) y k (número de semillas), se hacen 20 réplicas para cada variación de k y n . Se utiliza otro método para obtener las distancias de las grietas propagadas usando *Manhattan*, esto es debido con el fin de detectar grietas peligrosas en base de la distancia más alejada que llego a estar de un borde cercano de la zona. Se realizó un resumen de los datos recaudados del experimento y fueron guardados en un *data.frame* llamado **datos**.

```
1 N <- c(15,30,45,60)
2 K <- c(12,24,36,48)
3 datos <- data.frame()
4 Largo <- c()
5 Manhattan <- FALSE
6 replicas <- 20
```

Para controlar el manejo de las distancias a usar, siendo las celdas recorridas por la grieta o distancia *Manhattan*, se utiliza el siguiente código, el cual es controlado por una variable llamada **Manhattan** cuyo valor booleano viene por default como **FALSE**, para así, encontrar los largos por la distancia de las celdas recorridas, en caso de que este obtenga un valor **TRUE** encontrara las distancias máximas mediante *Manhattan*:

```
1 if (Manhattan){
2   return(abs(i[1] - xg) + abs(i[2] - yg))
3 } else {
4   return(largo)
5 }
6 }
```

La acumulación de los datos en el data frame se realiza mediante la finalización de cada réplica de modo que se sitúan como se muestra en el siguiente parte del código.

```
1 for(n in N){
2   for(k in K){
3     ...
4     suppressMessages(library(doParallel))
5     registerDoParallel(makeCluster(detectCores() - 1))
6     largos <- foreach(r = 1:replicas, .combine=c) %dopar% propaga(r)
7     stopImplicitCluster()
8     sum <- c(n, k, summary(largos))
9     datos <- rbind(datos, sum)
10    Largo <- c(Largo, largos)
11    colnames(datos) <- c("n", "k", "Min", "Q1", "Median", "Mean", "Q3", "Max")
12  }
13 }
```

Los resultados obtenidos se grafican con ayuda de **ggplot** en forma de *boxplot*:

```
1 g <- ggplot(datos, aes(x = as.factor(k), ymin = Min, lower = Q1, middle = Mean, upper = Q3, ymax = Max
2   , fill = as.factor(k)))
3 g <- g + geom_boxplot(stat = "identity") + theme_gray(base_size = 14) + labs(x = "Tama\u{F1}o de la
4   zona (n)", y = "Largo de la grieta")
5 g <- g + scale_fill_brewer(palette = "BuPu") + facet_grid(~n) + theme(legend.position = "none")
6 g
7 ggsave("LargoDeGrieta.png")
```

4. Resultados

4.1. Recorrido de celdas

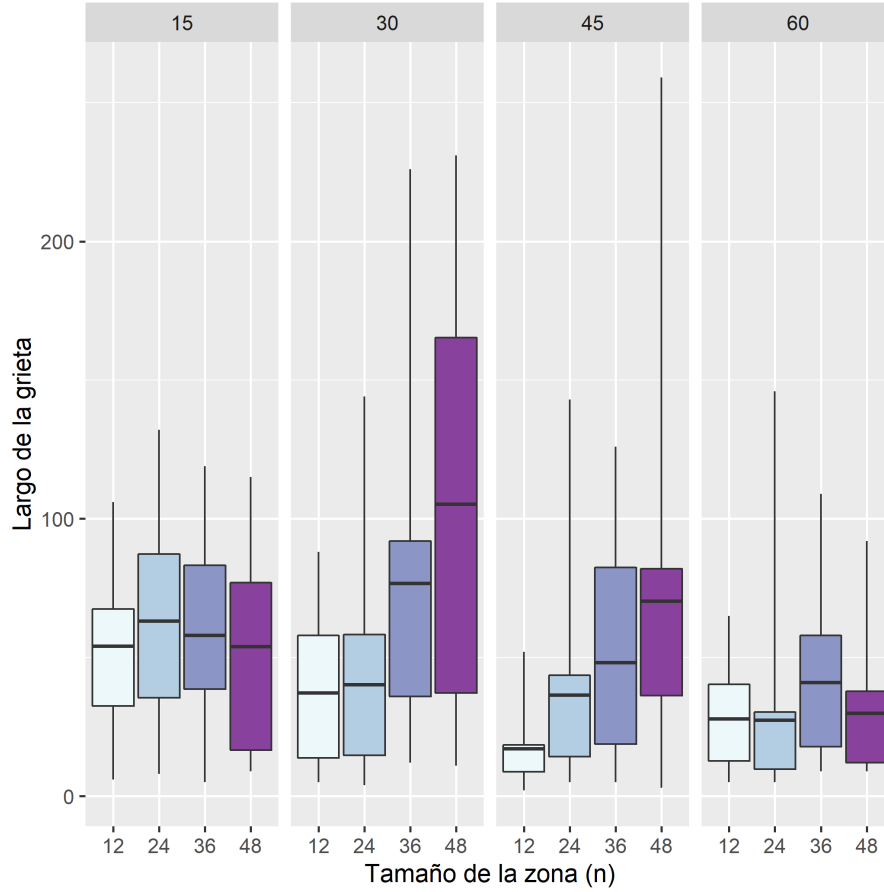


Figura 2: Resultados de variaciones por el recorrido de celdas.

Con la distancia máxima por el recorrido de celdas, mostradas en la figura 2, es notable que las variaciones tanto de k como n afectan en la distancia que llega a recorrer la grieta, cuando $k = 48$ y $n = 30$, llega a mostrar las distancias más largas, con una media de 110 aproximadamente. Cuando k es mayor a n , las distancias son mayores.

4.2. Recorrido usando Manhattan

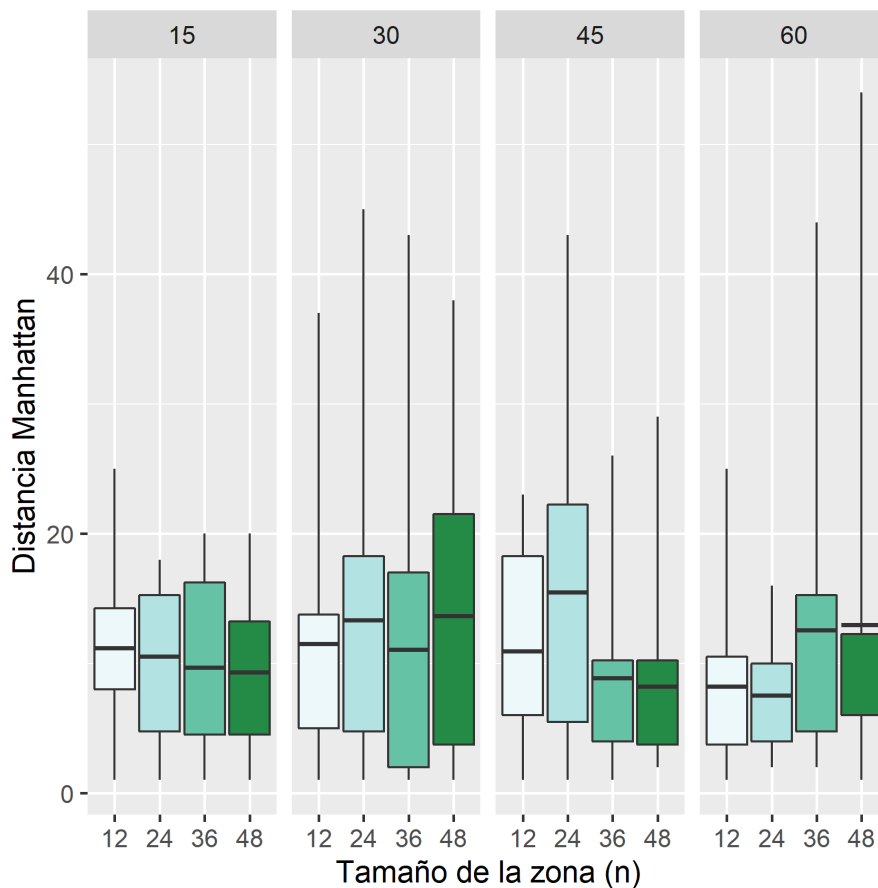


Figura 3: Resultados de variaciones por el recorrido Manhattan.

En la figura 3, la distancia de mayor de las grietas baja considerablemente, ya que, con el recorrido por celdas, esta distancia suele ser mucho mayor sobrepasando los doscientos, en cambio, aquí llegan a un máximo de cincuenta. La distancias largas en este recorrido son más realistas que con el recorrido de celdas, por lo tanto, cuando k y n aumentan, estas grietas se vuelven cada vez mas peligrosas, en especial con el número de semillas, como se observa en la ultima variación de n .

5. Conclusión

La grieta tiene más oportunidad de propagarse cuando hay una gran cantidad de semillas esparcidas en la zona, aunque, si la zona es mucho mas grande, la grieta puede empezar a batallar cada vez más en propagarse, puesto que ahora tiene mayor distancia que recorrer.

Referencias

- [1] The R Project for Statistical Computing. 2019. URL <https://www.r-project.org/>.
- [2] Schaeffer, E. Práctica 4: Diagramas de voronoi. 2019. URL <https://elisa.dyndns-web.com/teaching/comp/par/p4.html>.