Práctica 5: Método Monte-Carlo

Simulación de sistemas

Marco Antonio Guajardo Vigil 2095

26 de febrero, 2019

1. Introducción

El método Monte-Carlo es idóneo para situaciones en las cuales algún valor o alguna distribución no se conoce y resulta complicado de determinar de manera analítica [2]. Para esta práctica se ocupa estimar el valor de la integral $f(x)$ (1), cuyo valor dado en siete cifras es de **0.0488341**, obtenido de *Wolfram Alpha* [3].

$$f(x) = \int_3^7 \frac{1}{exp(x) + exp(-x)} dx \tag{1}$$

La figura 1 muestra la forma que tiene la función $f(x)$.

Se utiliza la función $g(x) = \frac{2f(x)}{\pi}$ para así obtener una distribución válida, ya que,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{\pi} f(x) = 1 \tag{2}$$

Se crea un generador con la función $g(x)$ para crear valores que se normalizan para que el estimado sea de la función $f(x)$, la figura 2 representa la función $g(x)$.

2. Implementación de R

Para la elaboración de este experimento, se hace uso de un software libre para computación estadística y gráficos llamado R [1], el cual nos permite realizar los cálculos necesarios para dicho experimento. Con él, se pueden controlar los datos estadísticos que se ocupan para dar seguimiento con la práctica, se necesita graficarlos para así poder compararlos mejor, ya que se maneja una cantidad de datos considerable y trabajaremos con ellos en forma estadística, por lo tanto, se recomienda el uso de este software ya que ayuda a paralelizar las acciones que sean necesarias, así se ahorra tiempo, haciéndolas simultáneamente.

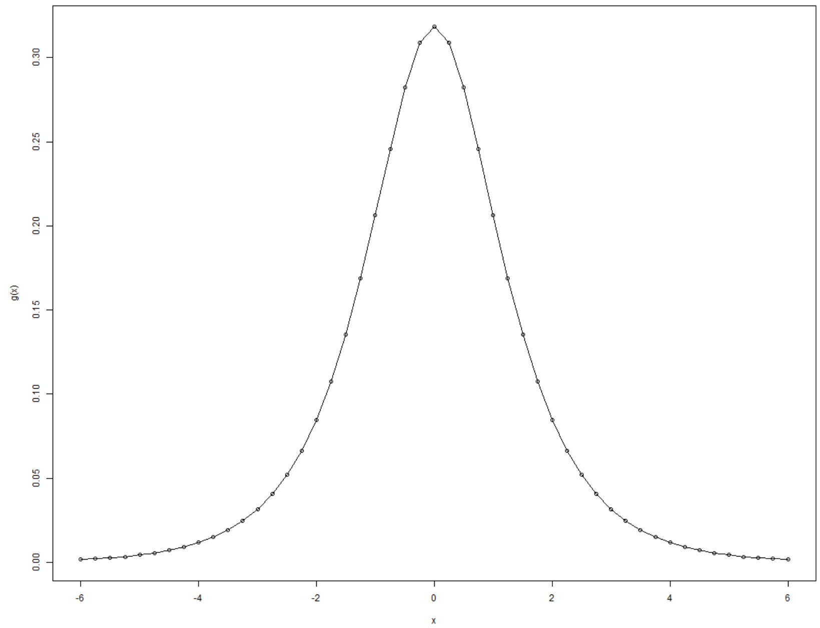

Figura 1: Gráfica de la función $f(x)$

Figura 2: Histograma de $g(x)$ comparado con $g(x)$.

3. Experimentación

Para la elaboración de este experimento, se hace uso de un paquete de R llamado *distr*. Se crea un data.frame() llamado **datos** (en el cual se almacenan los valores de las réplicas, muestras y resultados) y otro llamado **decimas** para comparar cuantas décimas se aproximó con tal muestra.

```
1 datos <- data.frame()
2 cuantos <- 500 #Cuantos valores se manejan
3 replicas <- 30
4 pedazos <- c(500,1000,1500,2000,5000,10000)
5 valor <- 0.0488341
6 decimas <- data.frame()
7 lista <- NULL
```

Donde **pedazos**, línea 4 del código, refiere al número de muestras que se usan para el acercamiento al valor estimado de la integral.

Para controlar el manejo de las muestras a usar y el número de réplicas que tiene cada muestra se utiliza el código:

```
for (pedazo in pedazos) {
  for (rep in 1:replicas) {
    montecarlo <- foreach(i = 1:cuantos, .combine=c) %dopar% parte()
    integral <- sum(montecarlo) / (cuantos * pedazo)
    resultado <- (pi / 2) * integral
    lista <- c(lista, resultado)
    error <- valor - resultado
    resultados <- c(rep, pedazo, valor, resultado, error)
    datos <- rbind(datos, resultados)
  }
  print(length(lista))
  decimas <- rbind(decimas, c(min(lista), max(lista), pedazo))
  lista <- NULL
}
stopCluster(cluster)
```

Se crea una gráfica que muestra el error que se presento relacionado con las muestras y otra para las estimaciones obtenidas con relación a las muestras.

```
png("error.png")
boxplot(data=datos, error~muestra, xlab="Tama\~o de muestra", ylab="Error", main="", col = "orange")
abline(h=0, col="red", pch=20)
graphics.off()

png("aproximacion.png")
boxplot(data=datos, resultado~muestra, xlab="Tama\~o de muestra", ylab="Resultados", main="", col = "
    blue")
abline(h=valor, col="red", pch=20)
graphics.off()
```

4. Resultados y concluciones

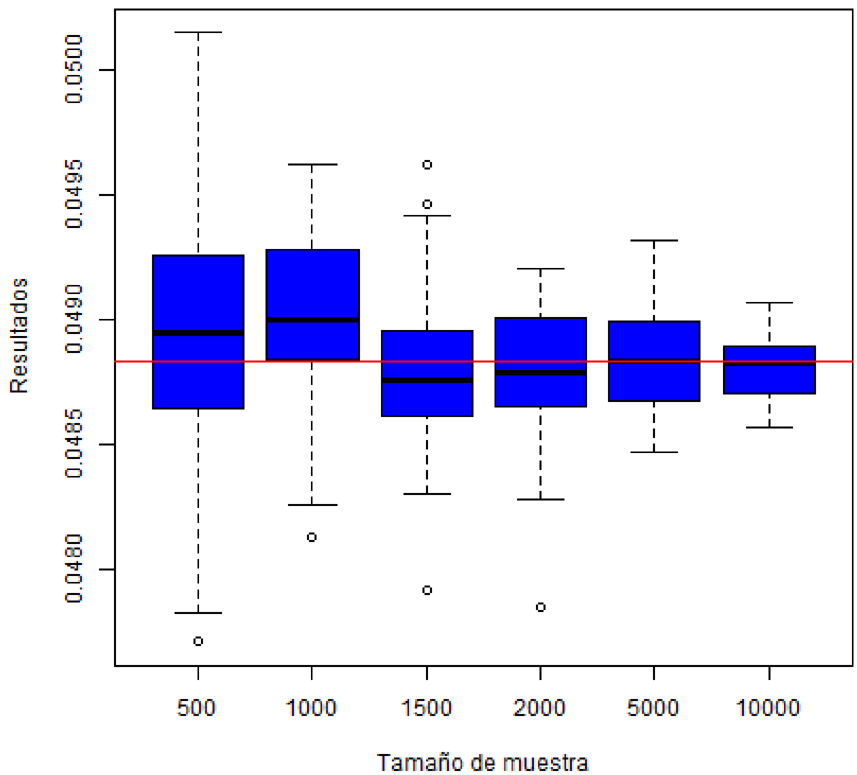

Figura 3: Gráfica de estimaciones obtenidas con relación a las muestras.

En la figura 3 se observa que en cuanto la muestra sea cada vez mayor a la anterior, esta da aproximaciones muy cercanas al valor de la integral $f(x)$, lo cual hace que el numero de decimas acertadas sean cada vez más, esto debido a que se toma mayor muestra la cual aumenta la posibilidad de que los valores generados en esa muestra se encuentren debajo de la curva de la integral. La línea roja representa el valor de la integral **0.0488341**.

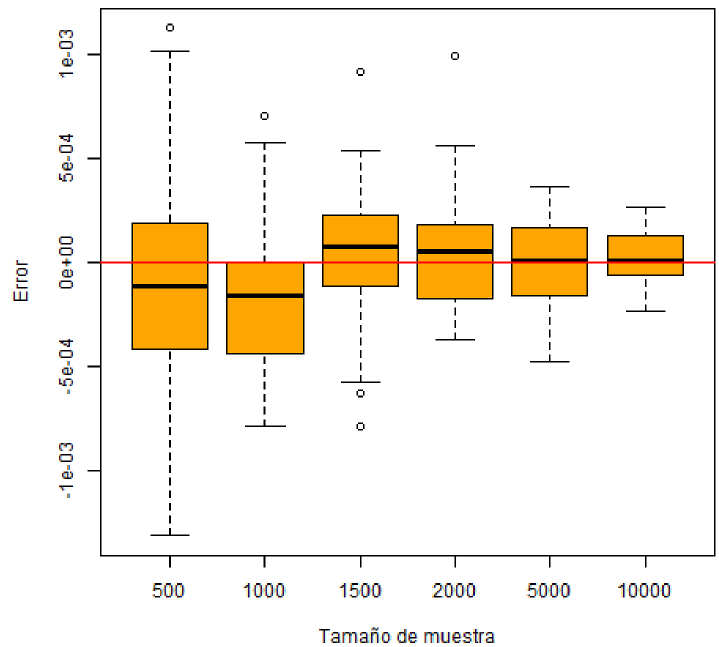

Figura 4: Gráfica de errores con relación a las muestras.

La figura 4 muestra el error de aproximación que tienen los resultados estimados con relación de las muestras, cada vez que aumenta la muestra el error se va haciendo menos notorio a comparación de una muestra pequeña como lo es con **500**, la línea roja representa el error al momento en el que este llega a ser nulo, tomando el valor de **0**.

A los valores obtenidos de cada muestra se obtuvo el máximo y mínimo para asi poder observar mejor los valores estimados, como se muestra en el cuadro 1.

Mínimo	Máximo	Muestra
0.04770823	0.05014610	500
0.04812920	0.04961831	1000
0.04791557	0.04962041	1500
0.04784331	0.04920205	2000
0.04846849	0.04931421	5000
0.04856934	0.04906508	10000

Cuadro 1: Valores estimados con relación a las muestras.

Para muestras de **1,000** la aproximación al valor es de 3 décimas, con **10,000** muestras empieza aproximar entre seis y siete décimas.

Referencias

[1] The R Project for Statistical Computing. 2019. URL https://www.r-project.org/.

[2] Schaeffer, E. Práctica 5: Método Monte - Carlo. 2019. URL https://elisa.dyndns-web.com/teaching/comp/par/p5.html.

[3] Wolfram Alpha. Compute expert-level answers using Wolfram's breakthrough algorithms, knowledgebase and AI technology. 2019. URL https://www.wolframalpha.com/.