1 Rappels sur les inégalités

Exercice 1. 1 à 10 p. 144

Axiome 1

Soit A, B, C, et T des réels.

(a) *Si $A \leq B$ et $B \leq C$, alors $A \leq C$ (**transitivité**).*

(b) *$A \leq B$ si et seulement si $A + T \leq B + T$ (**invariance par translation**).*

(c) *La règle des signes. il est toujours clair de présenter sont utilisation dans un tableau de signes.*

Théorème 1 (*Résultats d'algèbre*)

Soit A, B, A', B' et K des réels.

(a) *$A^2 \geq 0$.*

(b) *$A \leq B$ si et seulement si $A - B \leq 0$.*

(c) *Si $A \leq A'$ et $B \leq B'$, alors $A + B \leq A' + B'$ (**somme d'inégalités**).*

(d) *Si $K > 0$, alors : $A \leq B$ si et seulement si $KA \leq KB$ (**homothétie de rapport positif**).*

(e) *Si $K < 0$, alors : $A \leq B$ si et seulement si $KA \geq KB$ (**homothétie de rapport négatif**).*

Exemple 1. Démontrer que pour tout $x > 1$, $x^2 > x$. Démontrer que pour tout $0 < x < 1$, $x^2 < x$. Résoudre une inéquation du premier degré.

2 Fonctions affines

2.1 Définition et exemples

Définition 1

Les fonctions affines sont les fonctions de la forme $x \mapsto ax + b$, où a et b sont deux nombres réels.

Remarque 1. Lorsque $b = 0$, on dit aussi que la fonction est linéaire (l'image est proportionnelle à l'antécédent et le coefficient de proportionnalité est a).

Exemple 2. On modélise la fréquence cardiaque maximale à l'effort en fonction de l'âge par la fonction $f(x) = 220 - x$, définie sur $[0, 120]$. On a $a = -1$ et $b = 220$. Preuve de la décroissance de f.

Exemple 3. Les prix diminuent de 15%. La fonction n qui à l'ancien prix x associe le nouveau prix $n(x)$ est définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$n(x) = x - \frac{15}{100}x.$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, on peut factoriser :

$$n(x) = (1 - 0,15)x = 0,85x.$$

Ainsi on voit que n est une fonction affine c'est à dire de la forme $x \mapsto ax + b$ avec $a = 0,85$ et $b = 0$ (c'est donc aussi une fonction linéaire). Preuve de la croissance de n.

Exercice 2. 3 et 4 p. 68

2.2 Variations des fonctions affines

Théorème 2

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine. Les variations de f sont données par le signe de a :
- *Si $a > 0$, alors f est strictement croissante sur son ensemble de définition.*
- *Si $a < 0$, alors f est strictement décroissante sur son ensemble de définition.*

Remarque 2. Évidemment, si $a = 0$ alors f est constante.

Démonstration : Supposons que $a > 0$. Alors si $x_1 < x_2$ sont deux réels de l'ensemble de définition de f, on a ... donc $f(x_1) < f(x_2)$.

Supposons que $a < 0$. Alors si $x_1 < x_2$ sont deux réels de l'ensemble de définition de f, on a ... donc $f(x_1) > f(x_2)$. □

Exercice 3. 23, 24 p. 69

2.3 Représentation graphique des fonction affines

Théorème 3 (*Admis*)

Une fonction est affine si et seulement si sa représentation graphique est une droite. Alors, en notant $f(x) = ax + b$, a est le coefficient directeur de la droite et b son ordonnée à l'origine.

Exemple 4. < Représenter graphiquement $f(x) = 2x - 3$>

Exercice 4. 11 p. 68

Ainsi, quand on connaît la valeur d'une fonction affine en deux points, on peut retrouver a puis b.

Exercice 5. 15, 16, 17 p. 69

3 La fonction carré : $f(x) = x^2$

Exercice 6. 18 p. 118

3.1 Ensemble de définition

3.2 Représentation graphique

Sur [-2 ;2], unité 2 carreaux.

Exercice 7. 20 et 21 p. 118.

3.3 Variations

Théorème et preuve.

Exercice 8. 26 et 29 p. 119 ; 31 et 38 p. 119

4 La fonction inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$

Exercice 9. 44 et 47 p. 120

4.1 Ensemble de définition

4.2 Représentation graphique

Sur [-5 ;5], unité 1 carreaux.

Exercice 10. 50 p. 121

4.3 Variations

Théorème et preuve.

Exercice 11. 48 p. 120 ; 51 p. 121