Contrôle commun

Toutes les réponses doivent être justifiées sauf contre-indication. Le soin et la qualité de rédaction seront bien sûr pris en compte. Les résultats doivent être encadrés en couleur. N'oubliez pas la marge à gauche !

EXERCICE 1 : Fonctions

PARTIE 1 : Graphiquement

En annexe sur la figure 1, vous avez le graphe d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ d'expression
$f(x) = x^3 - 3x + \frac{4}{3}$.

1. Conjecturer le tableau de signe et le tableau de variation sur $\mathbb{R}$ de la fonction f (aucune justification n'est demandée dans cette question).
2. Tracer sur l'annexe la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ d'expression $g(x) = x + \frac{4}{3}$.
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$ puis l'inéquation $f(x) > 2$.
4. Déterminer le minimum de la fonction f sur l'intervalle $[0;3[$.

PARTIE 2 : Algébriquement

1. Déterminer le tableau de signe de la fonction g.
2. Le but de cette question est de résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.
   a. Montrer que $f(x) = g(x)$ si et seulement si $x^3 - 4x = 0$.
   b. Développer et réduire l'expression $x(x-2)(x+2)$.
   c. En déduire que $f(x) = g(x)$ si et seulement si $x(x-2)(x+2) = 0$.
   d. Conclure.
3. Dans un même tableau, donner le signe des expressions $2x+3$ et $5-x$. En déduire les solutions de l'inéquation $(2x+3)(5-x) < 0$.
4. Bonus : montrer que la fonction f est croissante sur $[1;+\infty[$.

EXERCICE 2 : Vecteurs

1. Placer dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$ les points A $(2;3)$, B $(-5;1)$ et C $(-2;-1)$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CA}$; puis montrer que I, le milieu de [AC], a pour coordonnées $(0;1)$.
3. Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
4. Construire les points E et F tels que :

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \qquad et \qquad \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AB}.$$

5. Montrer que les coordonnées de F sont $(-12;-1)$ et calculer celles de E.
6. Soit G le point de coordonnées $(6;2)$. Les points F, I et G sont-ils alignés ?

EXERCICE 3 : Droites

1. En annexe, sur la figure 2, il y a trois droites d_1, d_2 et d_3. Déterminer l'équation de chacune de ces droites.
2. B le point de coordonnées $(2;2,3)$ est-il sur d_1 ?
3. Sur la même figure, tracer la droite qui passe par le point A de coordonnées $(2;-2)$ et dirigée par le vecteur directeur $\vec{u}$ de coordonnées $(1;3)$.

<u>EXERCICE 4 :</u> Probabilités

<u>PARTIE 1</u>

Dans un lycée, il y a 120 élèves en seconde, à qui l'on propose deux options sportives : basket et natation, toutes deux facultatives. Un même élève peut choisir les deux options.

60 élèves choisissent au moins une option. On sait que 30 élèves sont inscrits en basket et 40 en natation. On choisit au hasard un élève, on note p la probabilité.

1. Donner sans justification la probabilité de chacun des événements suivants :
   N : « il pratique la natation »
   B : « il pratique le basket » ?
2. Décrire par une phrase l'événement « $N \cup B$ ». Donner sa probabilité (sans justification) et celle de son événement contraire (en justifiant).
3. Décrire par une phrase l'événement « $N \cap B$ ». Déterminer sa probabilité (on pourra utiliser la valeur trouvée pour $p(N \cup B)$) et celle de son événement contraire.
4. Comparer $p(\overline{N} \cup \overline{B})$ et $p(\overline{N} \cap \overline{B})$.

<u>PARTIE 2</u>

Une urne contient 4 boules marquées par les chiffres 1, 2, 4, et 5. On tire au hasard et successivement deux boules, sans remise (impossible d'avoir un double). Quelle est la probabilité pour que le nombre formé par les deux chiffres obtenus soit un multiple de 3 ?