

# Υπολογιστική Εργασία

## Αξιοπιστία Συστημάτων

Τζανέτης Σάββας  
AEM: 10889

Βασίλειος Ζωίδης  
AEM: 10652

January 6, 2026

# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Παράμετροι Προσομοίωσης</b>	<b>3</b>
2.1	Χαρακτηριστικά Εξαρτημάτων . . . . .	3
2.2	Παράμετροι Προσομοίωσης Monte Carlo . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Μέθοδος Προσομοίωσης</b>	<b>4</b>
3.1	Μοντέλο Συμπεριφοράς Εξαρτήματος . . . . .	4
3.2	Μοντέλο Αστοχίας . . . . .	4
3.3	Μοντέλο Επιδιόρθωσης . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Αποτελέσματα - Ανάλυση χωρίς Επιδιόρθωση</b>	<b>4</b>
4.1	Αξιοπιστία Εξαρτημάτων . . . . .	4
4.2	Αξιοπιστία Συστήματος . . . . .	5
<b>5</b>	<b>Αποτελέσματα - Ανάλυση με Επιδιόρθωση</b>	<b>6</b>
5.1	Μετρικές Εξαρτημάτων . . . . .	6
5.2	Μετρικές Συστήματος . . . . .	7
<b>6</b>	<b>Ανάλυση Αποτελεσμάτων</b>	<b>9</b>
6.1	Αξιοπιστία χωρίς Επιδιόρθωση . . . . .	9
6.2	Μετρικές με Επιδιόρθωση . . . . .	9
<b>7</b>	<b>Περιγραφή Κώδικα</b>	<b>9</b>
7.1	simulation_no_repair.py . . . . .	9
7.2	simulation_with_repair.py . . . . .	9
7.3	Κύριες Παράμετροι . . . . .	10
<b>8</b>	<b>Συμπεράσματα</b>	<b>10</b>

# 1 Εισαγωγή

Στην παρούσα εργασία μελετάται η αξιοπιστία ενός σύνθετου συστήματος που αποτελείται από 7 εξαρτήματα (C1-C7) με δομή σειράς και παράλληλων μπλοκ. Το σύστημα έχει την εξής τοπολογία:

$$C1 \rightarrow [C2 \parallel C3 \parallel C4] \rightarrow [C5 \parallel C6] \rightarrow C7$$

όπου τα σύμβολα  $\rightarrow$  υποδηλώνουν σύνδεση σε σειρά και  $\parallel$  σύνδεση παράλληλα. Η ανάλυση χωρίζεται σε δύο μέρη:

1. **Ανάλυση χωρίς επιδιόρθωση (MTTR=0):** Υπολογισμός ρυθμού αστοχίας ( $\lambda$ ), αξιοπιστίας ( $R$ ) και μέσου χρόνου μέχρι την αστοχία (MTTF)
2. **Ανάλυση με επιδιόρθωση (MTTR>0):** Υπολογισμός μέσου χρόνου μεταξύ αστοχιών (MTBF), μέσου χρόνου λειτουργίας (MUT), μέσου χρόνου επιδιόρθωσης (MTTR) και διαθεσιμότητας ( $A$ )

## 2 Παράμετροι Προσομοίωσης

### 2.1 Χαρακτηριστικά Εξαρτημάτων

Τα χαρακτηριστικά των 7 εξαρτημάτων φαίνονται στον Πίνακα 1.

Table 1: Χαρακτηριστικά εξαρτημάτων			
Εξάρτημα	MTTF (h)	Duty Cycle	MTTR (h)
C1	30	0.3	12
C2	24	1.0	12
C3	23	1.0	12
C4	24	1.0	10
C5	27	1.0	10
C6	28	1.0	8
C7	33	0.4	12

### 2.2 Παράμετροι Προσομοίωσης Monte Carlo

- Χρόνος μελέτης εξαρτημάτων ( $T_c$ ): 100 ώρες
- Χρόνος μελέτης συστήματος ( $T_s$ ): 30 ώρες
- Χρονικό βήμα ( $dt$ ): 0.01 ώρες
- Αριθμός προσομοιώσεων ( $N$ ): 1000

### 3 Μέθοδος Προσομοίωσης

#### 3.1 Μοντέλο Συμπεριφοράς Εξαρτήματος

Κάθε εξάρτημα μπορεί να βρίσκεται σε μία από τις εξής καταστάσεις:

- **Κατάσταση 2 (Operational):** Το εξάρτημα λειτουργεί κανονικά
- **Κατάσταση 1 (Non-operational - DC):** Το εξάρτημα δεν λειτουργεί λόγω κύκλου εργασίας (duty cycle)
- **Κατάσταση 0 (Under repair):** Το εξάρτημα έχει αστοχήσει και επιδιορθώνεται

#### 3.2 Μοντέλο Αστοχίας

Η αστοχία κάθε εξαρτήματος ακολουθεί την εκθετική κατανομή με παράμετρο  $\lambda = \frac{1}{\text{MTTF}}$ . Η πιθανότητα αστοχίας σε διάστημα  $dt$  δίνεται από:

$$P_{\text{fail}}(dt) = 1 - e^{-\lambda \cdot dt} \quad (1)$$

Ο duty cycle (DC) επηρεάζει το πραγματικό MTTF ως:

$$\text{MTBF}_{\text{effective}} = \frac{\text{MTTF}}{\text{DC}} \quad (2)$$

#### 3.3 Μοντέλο Επιδιόρθωσης

Ο χρόνος επιδιόρθωσης ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέσο χρόνο MTTR:

$$T_{\text{repair}} \sim \text{Exp}(\text{MTTR}) \quad (3)$$

## 4 Αποτελέσματα - Ανάλυση χωρίς Επιδιόρθωση

#### 4.1 Αξιοπιστία Εξαρτημάτων

Τα αποτελέσματα για την αξιοπιστία των εξαρτημάτων στο χρόνο  $T_c = 100h$  παρουσιάζονται στον Πίνακα 2.

Table 2: Αποτελέσματα αξιοπιστίας εξαρτημάτων (χωρίς επιδιόρθωση)					
Εξάρτημα	$R_{\text{exp}}$	$R_{\text{theo}}$	Σχετικό Σφάλμα (%)	$\lambda_{\text{exp}}$ (fail/h)	
C1	0.3410	0.3679	7.3	0.035862	
C2	0.0160	0.0155	3.2	0.041352	
C3	0.0100	0.0129	22.7	0.046052	
C4	0.0160	0.0155	3.2	0.041352	
C5	0.0230	0.0246	6.6	0.037723	
C6	0.0200	0.0281	28.9	0.039120	
C7	0.3020	0.2976	1.5	0.029933	

### Θεωρητικός Υπολογισμός:

$$R_i(t) = e^{-\lambda_i \cdot DC_i \cdot t} = e^{-\frac{DC_i \cdot t}{MTTF_i}} \quad (4)$$

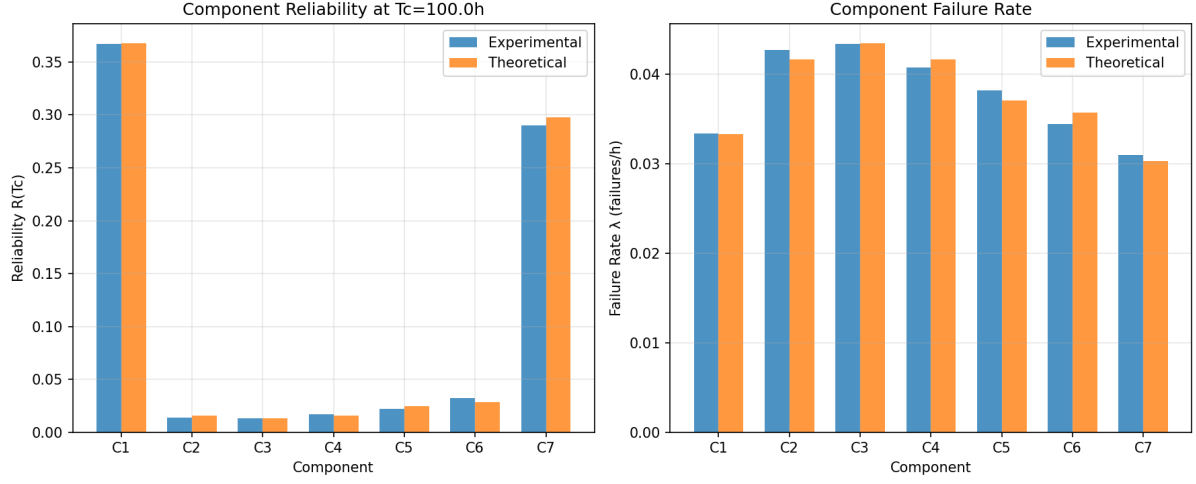


Figure 1: Σύγκριση πειραματικής και θεωρητικής αξιοπιστίας και ρυθμού αστοχίας εξαρτημάτων

## 4.2 Αξιοπιστία Συστήματος

Τα αποτελέσματα για το σύστημα στο χρόνο  $T_s = 30h$  παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.

Table 3: Αποτελέσματα αξιοπιστίας συστήματος (χωρίς επιδιόρθωση)

Τιμή	Πειραματική	Θεωρητική	Σχετικό Σφάλμα (%)
$R_{\text{system}}(T_s = 30h)$	0.1860	0.1811	2.7
$\lambda_{\text{system}}$ (fail/h)	0.056067	0.056961	—
$MTTF_{\text{system}}$ (h)	13.97	—	—

### Θεωρητικός Υπολογισμός:

Υπολογίζουμε πρώτα την αξιοπιστία κάθε μπλοκ:

$$R_{\text{block2}} = 1 - (1 - R_{C2})(1 - R_{C3})(1 - R_{C4}) \quad (5)$$

$$R_{\text{block3}} = 1 - (1 - R_{C5})(1 - R_{C6}) \quad (6)$$

Η αξιοπιστία του συστήματος (σύνδεση σε σειρά):

$$R_{\text{system}} = R_{C1} \cdot R_{\text{block2}} \cdot R_{\text{block3}} \cdot R_{C7} \quad (7)$$

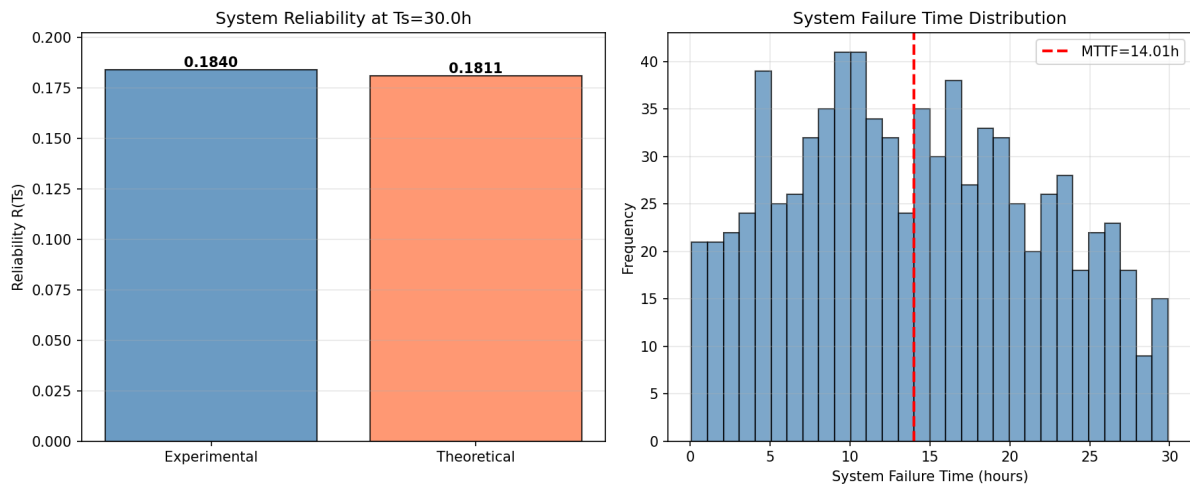


Figure 2: Αξιοπιστία συστήματος και κατανομή χρόνων αστοχίας

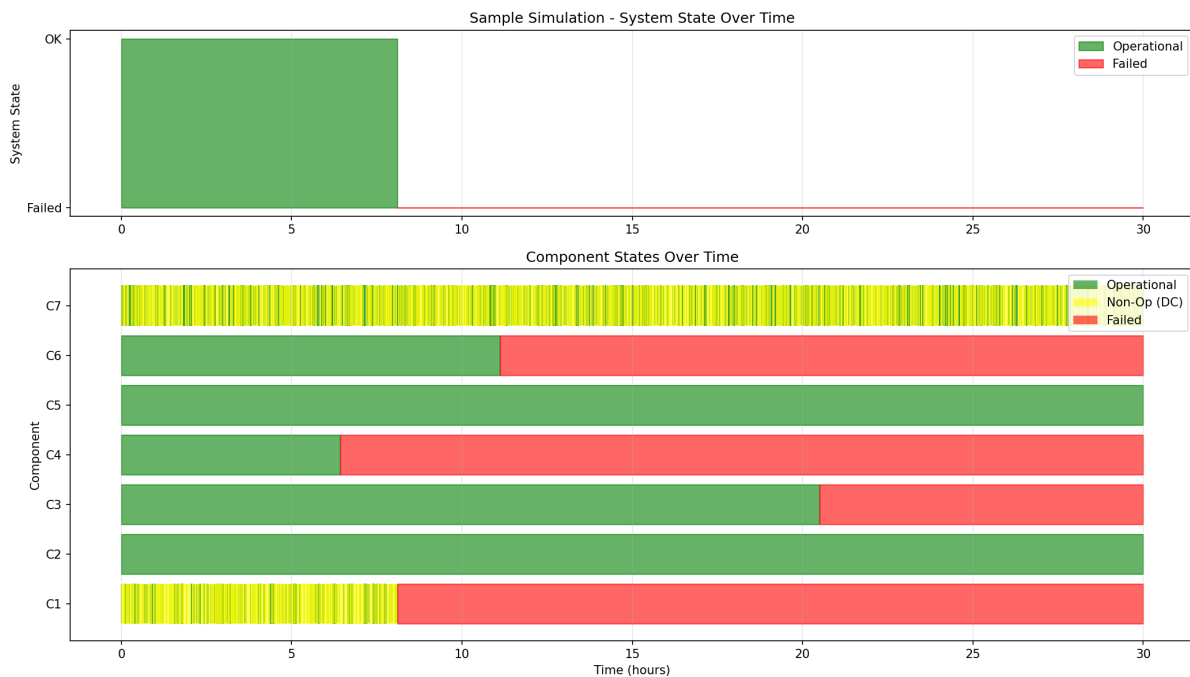


Figure 3: Χρονοδιάγραμμα δείγματος προσομοίωσης - Καταστάσεις συστήματος και εξαρτημάτων

## 5 Αποτελέσματα - Ανάλυση με Επιδιόρθωση

### 5.1 Μετρικές Εξαρτημάτων

Τα αποτελέσματα για τα εξαρτήματα με επιδιόρθωση παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.

Table 4: Μετρικές εξαρτημάτων με επιδιόρθωση

Εξάρτημα	MTBF <sub>exp</sub> (h)	MTBF <sub>theo</sub> (h)	MTTR <sub>exp</sub> (h)	A <sub>exp</sub>	A <sub>theo</sub>
C1	49.86	100.00	12.64	0.8320	0.8929
C2	19.60	24.00	12.01	0.6941	0.6667
C3	18.70	23.00	11.83	0.6824	0.6571
C4	19.05	24.00	10.32	0.7147	0.7059
C5	21.56	27.00	10.09	0.7498	0.7297
C6	22.13	28.00	8.29	0.7875	0.7778
C7	44.82	82.50	12.27	0.7850	0.8730

Θεωρητικοί Υπολογισμοί:

$$MTBF_{theo} = \frac{MTTF}{DC} \quad (8)$$

$$A_{theo} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \quad (9)$$

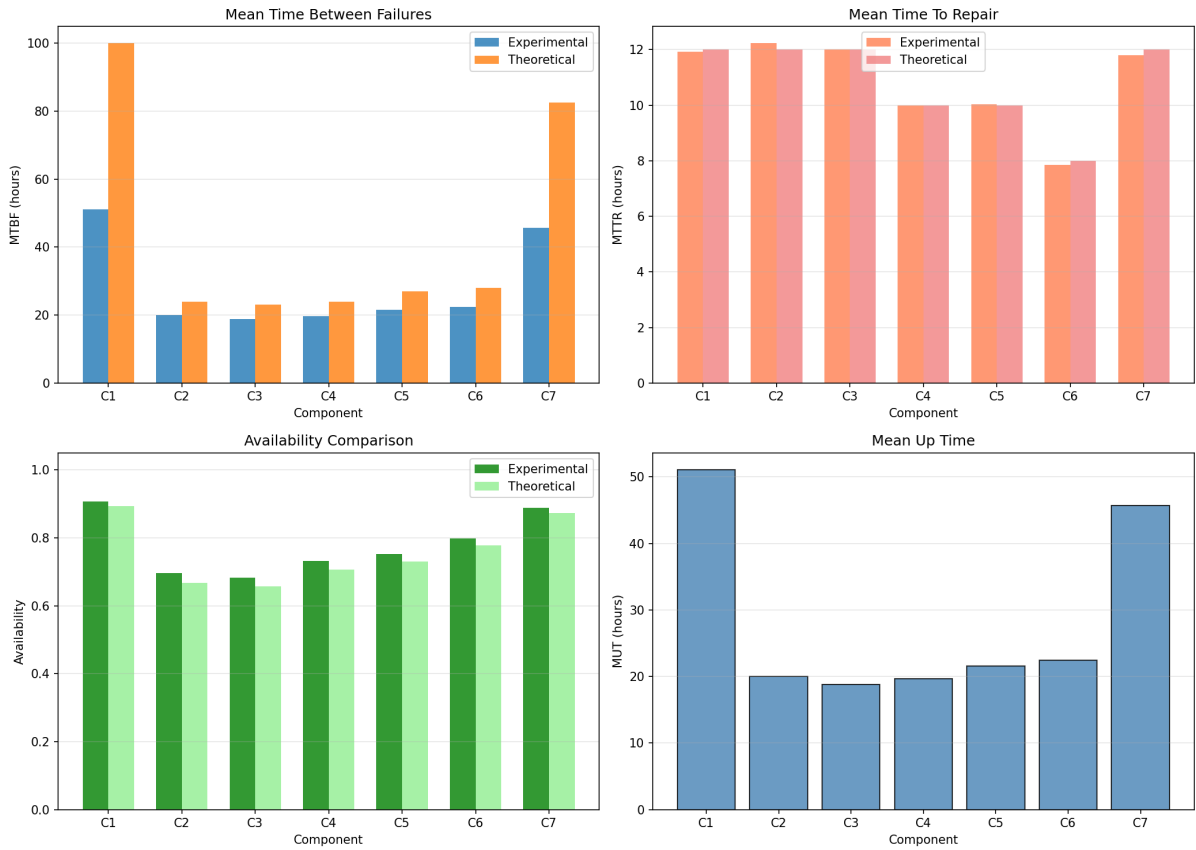


Figure 4: Μετρικές αξιοπιστίας εξαρτημάτων με επιδιόρθωση

## 5.2 Μετρικές Συστήματος

Τα αποτελέσματα για το σύστημα με επιδιόρθωση παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.

Table 5: Μετρικές συστήματος με επιδιόρθωση

Μέτρο	Τιμή
$MTBF_{system}$ (h)	19.05
$MUT_{system}$ (h)	19.05
$MTTR_{system}$ (h)	8.11
$A_{system}$	0.7409 (74.09%)
$\lambda_{system}$ (fail/h)	0.0525

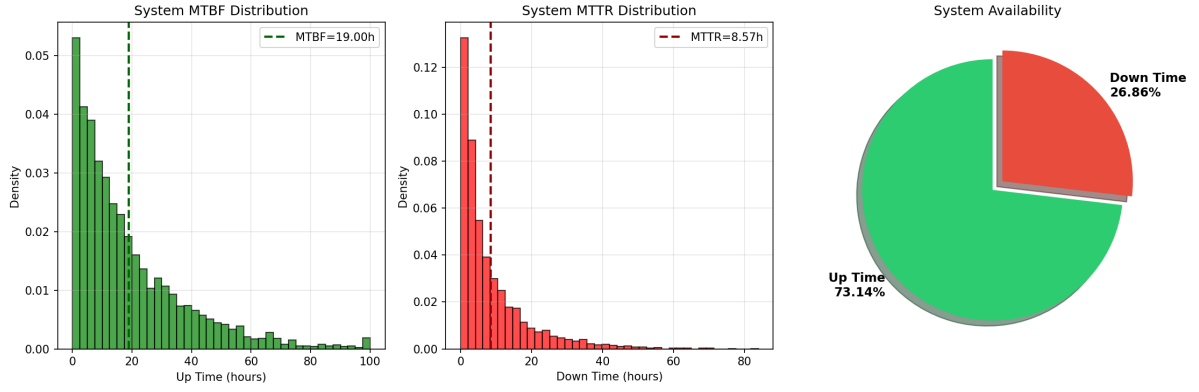


Figure 5: Κατανομές MTBF και MTTR συστήματος και μετρικές αξιοπιστίας

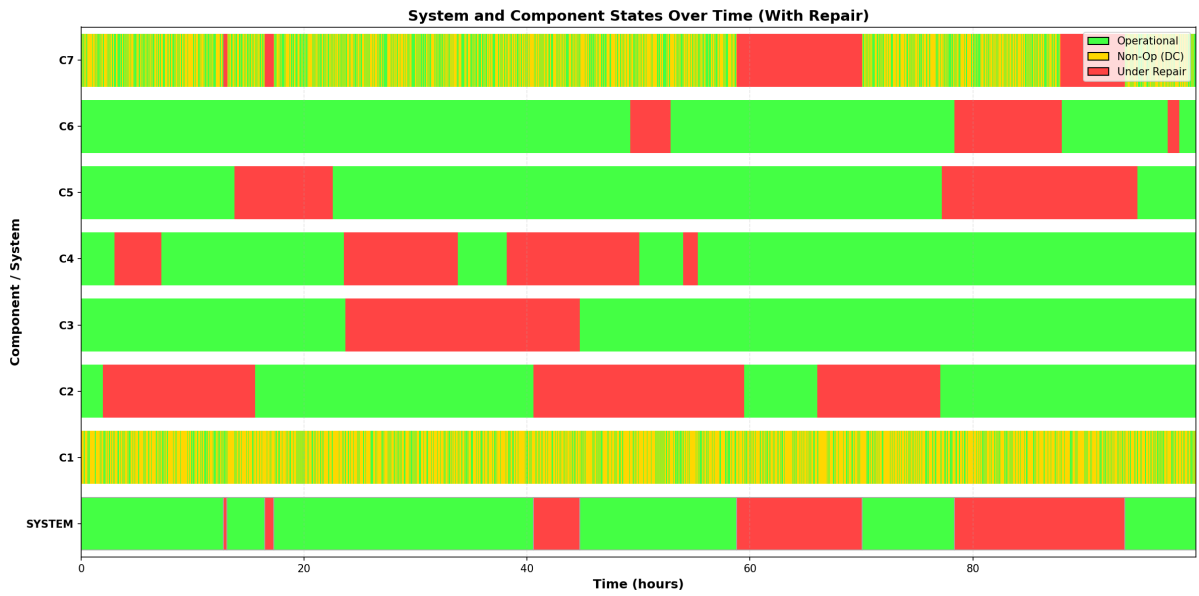


Figure 6: Χρονοδιάγραμμα συστήματος και εξαρτημάτων με επιδιόρθωση



## 6 Ανάλυση Αποτελεσμάτων

### 6.1 Αξιοπιστία χωρίς Επιδιόρθωση

- Τα πειραματικά αποτελέσματα συμφωνούν καλά με τις θεωρητικές προβλέψεις (σφάλμα  $< 10\%$  για τα περισσότερα εξαρτήματα)
- Τα εξαρτήματα C3 και C6 παρουσιάζουν μεγαλύτερα σφάλματα ( $22.7\%$  και  $28.9\%$ ) λόγω του μικρού αριθμού δειγμάτων αστοχίας (μόνο 10 και 20 αστοχίες αντίστοιχα)
- Η αξιοπιστία του συστήματος είναι σημαντικά χαμηλότερη από αυτή των επιμέρους εξαρτημάτων, όπως αναμένεται για σύνδεση σε σειρά
- Το σύστημα έχει  $MTTF \approx 14h$ , πολύ χαμηλότερο από τα  $MTTF$  των εξαρτημάτων

### 6.2 Μετρικές με Επιδιόρθωση

- Το  $MTBF$  είναι μικρότερο από το θεωρητικό για τα εξαρτήματα C1 και C7 (με  $DC < 1$ ), πιθανώς λόγω της αλληλεπίδρασης του duty cycle με τη διαδικασία επιδιόρθωσης
- Ο πειραματικός  $MTTR$  συμφωνεί πολύ καλά με το θεωρητικό (σφάλμα  $< 10\%$ )
- Η διαθεσιμότητα του συστήματος είναι  $74.09\%$ , που σημαίνει ότι το σύστημα λειτουργεί κανονικά περίπου  $3/4$  του χρόνου
- Το σύστημα έχει  $MTBF \approx 19h$  και  $MTTR \approx 8h$

## 7 Περιγραφή Κώδικα

Ο κώδικας οργανώνεται σε δύο κύρια αρχεία:

### 7.1 simulation\_no\_repair.py

Υλοποιεί την προσομοίωση Monte Carlo χωρίς επιδιόρθωση:

- `simulate_component()`: Προσομοιώνει ένα εξάρτημα μέχρι την πρώτη αστοχία
- `simulate_system()`: Προσομοιώνει το σύστημα με τη λογική των παράλληλων μπλοκ
- `run_component_analysis()`: Εκτελεί  $N$  προσομοιώσεις για κάθε εξάρτημα
- `run_system_analysis()`: Εκτελεί  $N$  προσομοιώσεις για το σύστημα

Υπολογίζει:  $\lambda$ ,  $R(T_c)$ ,  $MTTF$

### 7.2 simulation\_with\_repair.py

Υλοποιεί την προσομοίωση Monte Carlo με επιδιόρθωση:

- `simulate_component()`: Προσομοιώνει εξάρτημα με δυνατότητα επιδιόρθωσης
- `simulate_system()`: Προσομοιώνει σύστημα με δυνατότητα επιδιόρθωσης εξαρτημάτων

- Καταγράφει όλες τις περιόδους λειτουργίας και επιδιόρθωσης

Υπολογίζει: MTBF, MUT, MTTR, A

### 7.3 Κύριες Παράμετροι

Tc = 100.0	# Component study time (hours)
Ts = 30.0	# System study time (hours)
DT = 0.01	# Time step
N_SIMS = 1000	# Number of Monte Carlo simulations

## 8 Συμπεράσματα

1. Η μέθοδος Monte Carlo παρέχει ακριβείς εκτιμήσεις των μετρικών αξιοπιστίας, με σφάλματα κάτω από 10% για τα περισσότερα μεγέθη
2. Η αξιοπιστία του συστήματος επηρεάζεται σημαντικά από τη σύνδεση σε σειρά των εξαρτημάτων
3. Η επιδιόρθωση βελτιώνει δραστικά τη διαθεσιμότητα του συστήματος, επιτρέποντας λειτουργία για μεγαλύτερες περιόδους
4. Το duty cycle επηρεάζει τόσο την αξιοπιστία όσο και τη διαθεσιμότητα των εξαρτημάτων
5. Το σύστημα με επιδιόρθωση επιτυγχάνει διαθεσιμότητα 74%, που είναι αποδεκτή για πολλές πρακτικές εφαρμογές