

BÀI TẬP TOÁN 7



Thầy Vũ



MỤC LỤC

Chương I. SỐ HỮU TỈ

3

- 🍏 Chuyên đề 1. Tập hợp các số hữu tỉ. 3
- 🍏 Chuyên đề 2. Cộng, trừ, nhân, chia số hữu tỉ 16
- 🍏 Chuyên đề 3. Luỹ thừa với số mũ tự nhiên của một số hữu tỉ. 36

SỐ HỮU TỈ

Mục lục của chương

Chuyên đề 1. Tập hợp các số hữu tỉ	3
Chuyên đề 2. Cộng, trừ, nhân, chia số hữu tỉ	16
Chuyên đề 3. Luỹ thừa với số mũ tự nhiên của một số hữu tỉ	36

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ



- ① Số hữu tỉ là số được viết dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$. Tập số hữu tỉ được kí hiệu là \mathbb{Q} . Số thập phân đã biết, số nguyên, hỗn số đều là số hữu tỉ.
- ② Mỗi số hữu tỉ đều được biểu diễn bởi một điểm trên trục số.
- ③ Hai số hữu tỉ bất kì luôn so sánh được với nhau. Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ a, b bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó. Số hữu tỉ dương là số hữu tỉ lớn hơn 0; số hữu tỉ âm là số hữu tỉ nhỏ hơn 0. Số 0 không là số hữu tỉ âm, không là số hữu tỉ dương. Tính chất bắc cầu: Với ba số hữu tỉ a, b, c mà $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$.
- ④ Trên trục số, nếu $a < b$ thì điểm a nằm trước điểm b (H.1.1).

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng

1

Nhận biết một số hữu tỉ, các quan hệ

Muốn xem một số hữu tỉ hay không, ta hãy biến đổi xem số đó có dạng $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$ hay không.

Ví dụ 1



Các số $0, 3; -1, 35; 1\frac{3}{4}; 0; -2; 100$ có là số hữu tỉ không? Vì sao?

Lời giải. Ta có các số trên đều là số hữu tỉ vì:

$$0,3 = \frac{3}{10}; -1,35 = \frac{-135}{100} = \frac{-27}{20}; 1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}; 0 = \frac{0}{1}; -2 = \frac{-2}{1}; 100 = \frac{100}{1}.$$

LƯU Ý. Số nguyên a cũng được xem là số hữu tỉ, vì $a = \frac{a}{1}$. Do đó, ta có $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Ví dụ 2



Hãy cho biết tính đúng, sai của mỗi khẳng định sau:

- | | | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|--|
| ① $0,45 \in \mathbb{Q};$ | ③ $-123 \notin \mathbb{Q};$ | ⑤ $0 \in \mathbb{Q};$ | ⑦ $-1\frac{1}{2} \in \mathbb{Q};$ |
| ② $-\frac{11}{3} \in \mathbb{Q};$ | ④ $3\frac{1}{2} \notin \mathbb{Q};$ | ⑥ $2023 \notin \mathbb{Q};$ | ⑧ $\frac{-2022}{2023} \in \mathbb{Q};$ |

Lời giải. Các khẳng định a), b), e), g) là khẳng định đúng. Còn lại là khẳng định sai.

Bài 1. Điền kí hiệu (\in, \notin, \subset) thích hợp vào ô vuông:

$$-7 \square \mathbb{Z}; \quad -1,2 \square \mathbb{N}; \quad \frac{1}{3} \square \mathbb{Q}; \quad \mathbb{Z} \square \mathbb{Q}; \quad 3\frac{2}{5} \square \mathbb{Q}; \quad \frac{-2}{5} \square \mathbb{N}; \quad 0 \square \mathbb{Q}$$

Hướng dẫn giải.

$$-7 \in \mathbb{Z}; \quad -1,2 \notin \mathbb{N}; \quad \frac{1}{3} \in \mathbb{Q}; \quad \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}; \quad 3\frac{2}{5} \in \mathbb{Q}; \quad \frac{-2}{5} \notin \mathbb{N}; \quad 0 \in \mathbb{Q}$$

Bài 2. Điền kí hiệu thích hợp vào ô trống:

① $-\frac{3}{5} \square \mathbb{Z}; -\frac{3}{5} \in \square.$

② $2023 \square \mathbb{N}; 2023 \in \square.$

Hướng dẫn giải.

① $-\frac{3}{5} \notin \mathbb{Z}; -\frac{3}{5} \in \mathbb{Q}.$

② $2023 \in \mathbb{N}; 2023 \in \mathbb{Q}.$

Bài 3. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

(A) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Q}.$

(B) $-47 \in \mathbb{Q}.$

(C) $-47 \in \mathbb{Z}.$

(D) $\frac{2}{3} \notin \mathbb{Z}.$

Hướng dẫn giải. Khẳng định $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ **sai** vì $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}.$

Bài 4. Dãy số nào sau đây cùng biểu diễn một số hữu tỉ?

① $-0,3; \frac{-3}{10}; \frac{-6}{20}$

② $5; \frac{-5}{-1}; \frac{-10}{2}$

③ $\frac{2}{13}; \frac{-7}{13}; \frac{-14}{26}$

Hướng dẫn giải. a) cùng biểu diễn một số hữu tỉ là $\frac{-3}{10}.$

Dạng 2 Biểu diễn các số hữu tỉ trên trục số

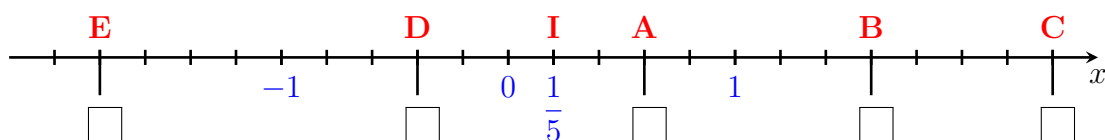
Để biểu diễn số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$), ta chia đoạn thẳng đơn vị (chẳng hạn từ điểm 0 đến điểm 1) thành b phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (bằng $\frac{1}{b}$ đơn vị cũ).

◇ Nếu $a > 0$ thì số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ được biểu diễn bởi điểm M nằm bên phải của 0 và cách 0 một đoạn bằng a đơn vị mới.

◇ Nếu $a < 0$ thì số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ được biểu diễn bởi điểm N nằm bên trái của 0 và cách 0 một đoạn bằng $|a| = -a$ đơn vị mới.

Ví dụ 1

Trên trục số, đặt các vạch chia sao cho khoảng cách giữa hai vạch chia kề nhau bằng $\frac{1}{5}$ độ dài đoạn đơn vị cũ (chẳng hạn đoạn từ điểm 0 đến điểm 1 như trong hình dưới đây). Điền số hữu tỉ thích hợp vào ô vuông.



Lời giải.

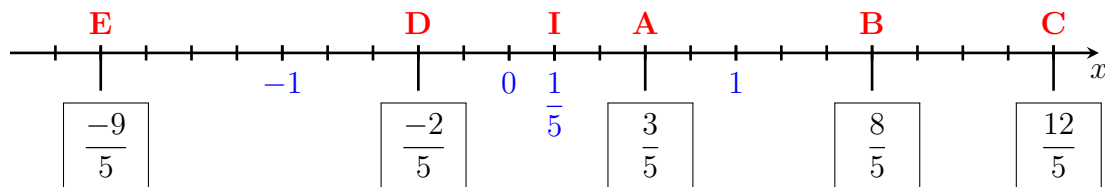
◇ Điểm A nằm bên phải điểm O và $OA = 3OI$ (với $OI = \frac{1}{5}$) nên điểm A biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{5}.$

◇ Tương tự điểm B và C nằm bên phải điểm O và $OB = 8OI; OC = 12OI$ nên điểm B biểu

diễn số hữu tỉ $\frac{8}{5}$, điểm C biểu diễn số hữu tỉ $\frac{12}{5}$.

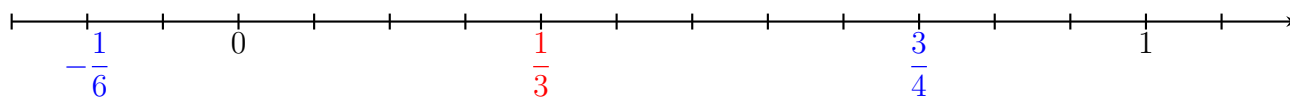
◇ Điểm D và E nằm bên trái điểm O và $OD = 2OI$; $OE = 9OI$ nên điểm D biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{2}{5}$, điểm E biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{9}{5}$.

Từ đó, ta có thể điền như sau:



✎ **Bài 1.** Biểu diễn các số hữu tỉ $\frac{1}{3}; \frac{3}{4}$ và $-\frac{1}{6}$ trên cùng một trục số.

✎ *Hướng dẫn giải.* Để biểu diễn các số hữu tỉ trên cùng một trục số, trước hết ta quy đồng mẫu số các số hữu tỉ đã cho. Ta có $\text{BCNN}(3, 4, 6) = 12$ nên $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}; \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ và $-\frac{1}{6} = -\frac{2}{12}$. Ta chia đoạn thẳng đơn vị thành 12 phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng $\frac{1}{12}$ đơn vị cũ). Khi đó ta có biểu diễn các số hữu tỉ trên như sau:



✎ **Bài 2.**

① Trong các phân số sau, phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{5}{-4}$:

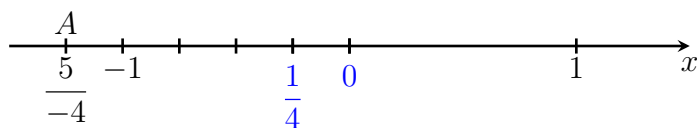
$$\frac{-25}{20}; \frac{15}{-12}; \frac{-30}{24}; \frac{-54}{44} ?$$

② Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{5}{-4}$ trên trục số.

✎ *Hướng dẫn giải.*

① Ta có $\frac{-25}{20}; \frac{15}{-12}; \frac{-30}{24}$ là biểu diễn của số hữu tỉ $\frac{5}{-4}$. Còn số $\frac{-54}{44}$ không phải là số biểu diễn của số hữu tỉ $\frac{5}{-4}$.

② Ta chia đoạn thẳng đơn vị thành 4 phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị. Khi đó số hữu tỉ $\frac{5}{-4}$ được biểu diễn bởi điểm A nằm phía bên trái điểm 0 và cách 0 một đoạn bằng 5 đơn vị mới.



Dạng 3 So sánh các số hữu tỉ

Viết x, y dưới dạng hai phân số cùng mẫu dương $x = \frac{a}{m}, y = \frac{b}{m}$ ($m > 0$).

- ① Nếu $a < b$ thì $x < y$; ② Nếu $a > b$ thì $x > y$; ③ Nếu $a = b$ thì $x = y$.

LƯU Ý.

◇ Nếu $b > 0, d > 0$ thì $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ khi và chỉ khi $ad > bc$.

◇ Nếu $\frac{a}{b} - 1 > \frac{c}{d} - 1$ thì $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$. Nếu $\frac{a}{b} + 1 > \frac{c}{d} + 1$ thì $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$.

Ví dụ 1

So sánh các số hữu tỉ sau:

- ① $\frac{-12}{17}$ và $\frac{-5}{7}$; ② $\frac{1}{2021}$ và $\frac{-6}{2023}$; ③ $\frac{9}{71}$ và $\frac{27}{211}$.

Lời giải.

- ① Ta có $\frac{-12}{17} = \frac{(-12) \cdot 7}{17 \cdot 7} = \frac{-84}{119}$; $\frac{-5}{7} = \frac{(-5) \cdot 17}{7 \cdot 17} = \frac{-85}{119}$.

Vì $-84 > -85$ nên $\frac{-12}{17} > \frac{-5}{7}$.

- ② Nhận thấy $\frac{1}{2021} > 0$ và $\frac{-6}{2023} < 0$ nên $\frac{1}{2021} > \frac{-6}{2023}$.

- ③ Nhận thấy $27 = 9 \cdot 3$ nên ta sẽ đưa hai phân số cần so sánh về cùng tử số.

$$\frac{9}{71} = \frac{9 \cdot 3}{71 \cdot 3} = \frac{27}{213};$$

Vì $213 > 211 > 0$ nên $\frac{27}{213} < \frac{27}{211}$, do đó $\frac{9}{71} < \frac{27}{211}$.

Bài 1. Hãy so sánh hai số hữu tỉ

- ① $-0,3$ và $\frac{-1}{5}$. ② $-0,6$ và $\frac{1}{-2}$. ③ $\frac{9}{10}$ và $\frac{5}{42}$; ④ $\frac{-4}{27}$ và $\frac{10}{-73}$.

Hướng dẫn giải.

- ① Trước tiên, ta biến đổi hai số $-0,3$ và $\frac{-1}{5}$ về dạng phân số có cùng mẫu số

$$-0,3 = \frac{-0,3 \cdot 10}{10} = \frac{-3}{10}, \quad \frac{-1}{5} = \frac{-1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{-2}{10}.$$

Tới đây, ta có nhận xét $-3 < -2$ nên $\frac{-3}{10} < \frac{-2}{10}$ hay $-0,3 < \frac{-1}{5}$.

- ② Trước tiên, ta biến đổi hai số $-0,6$ và $\frac{1}{-2}$ về dạng phân số có cùng mẫu số

$$-0,6 = \frac{-0,6 \cdot 10}{10} = \frac{-6}{10}, \quad \frac{1}{-2} = \frac{1 \cdot (-5)}{(-2) \cdot (-5)} = \frac{-5}{10}.$$

Tới đây, ta có nhận xét $-6 < -5$ nên $\frac{-6}{10} < \frac{-5}{10}$ hay $-0,6 < \frac{1}{-2}$.

- ③ $\frac{9}{70} = \frac{27}{210}$; $\frac{5}{42} = \frac{25}{210}$. Vì $\frac{27}{210} > \frac{25}{210}$ nên $\frac{9}{70} > \frac{5}{42}$.

$$\textcircled{4} \quad \frac{-4}{27} = \frac{-28}{189}; \quad \frac{10}{-63} = \frac{-10}{63} = \frac{-30}{189}. \text{ Vì } \frac{-28}{189} > \frac{-30}{189} \text{ nên } \frac{-4}{27} > \frac{10}{-63}.$$

Bài 2. So sánh các số hữu tỉ x và y sau bằng cách nhanh nhất.

$$\textcircled{1} \quad x = \frac{999}{556} \text{ và } y = \frac{1000}{557};$$

$$\textcircled{3} \quad x = \frac{300}{-299} \text{ và } y = \frac{-500}{507};$$

$$\textcircled{2} \quad x = \frac{-313}{370} \text{ và } y = \frac{-314}{371};$$

$$\textcircled{4} \quad x = \frac{-2}{15} \text{ và } y = \frac{-10}{-11}.$$

Hướng dẫn giải.

1 Nhận thấy $999 - 556 = 1000 - 557 = 443$ nên ta làm như sau :

$$x - 1 = \frac{999}{556} - 1 = \frac{443}{556}; \quad y - 1 = \frac{1000}{557} - 1 = \frac{443}{557}$$

Do $\frac{443}{556} > \frac{443}{557}$ nên $x - 1 > y - 1$. Suy ra $x > y$.

2 Nhận thấy $370 + (-313) = 371 + (-314) = 57$ nên ta làm như sau :

$$x + 1 = \frac{-313}{370} + 1 = \frac{57}{370}; \quad y + 1 = \frac{-314}{371} + 1 = \frac{57}{371}.$$

Do $\frac{57}{370} > \frac{57}{371}$ nên $x + 1 > y + 1$. Suy ra $x > y$.

3 Nhận thấy $x < -1$ và $y > -1$. Do đó $x < y$.

4 Ta có $x = \frac{-2}{15} < \frac{0}{15} = 0, y = \frac{-10}{-11} = \frac{10}{11} > \frac{0}{11} > 0$. Vậy $x < y$.

Bài 3. So sánh các số hữu tỉ sau: $\frac{-16}{27}; \frac{-16}{29}; \frac{-19}{27}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\frac{16}{27} > \frac{16}{29}$ suy ra $\frac{-16}{27} < \frac{-16}{29}$. (1)

Mặt khác $\frac{-19}{27} < \frac{-16}{27}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{-19}{27} < \frac{-16}{27} < \frac{-16}{29}$.

Bài 4. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần:

$$\textcircled{1} \quad \frac{19}{33}; \frac{6}{11}; \frac{13}{11};$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{-18}{12}; \frac{10}{-7}; -1, 6;$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{5}{-6}; \frac{3}{4}; \frac{-7}{12}; \frac{5}{8}.$$

Hướng dẫn giải.

1 Ta có $\frac{6}{11} = \frac{18}{33}, \frac{13}{11} = \frac{39}{33}$. Mà $18 < 19 < 39$, nên $\frac{6}{11} < \frac{19}{33} < \frac{13}{11}$.

2 Ta có $-1, 6 = \frac{-8}{5} = \frac{-112}{70}, \frac{10}{-7} = \frac{-100}{70}, \frac{-18}{12} = \frac{-3}{2} = \frac{-105}{70}$.

Mà $-112 < -105 < -100$ nên ta có $-1, 6 < \frac{-18}{12} < \frac{10}{-7}$.

3 Ta có $\frac{5}{-6} = \frac{-20}{24}; \frac{3}{4} = \frac{18}{24}; \frac{-7}{12} = \frac{-14}{24}; \frac{5}{8} = \frac{15}{24}$.

Vì $\frac{-20}{24} < \frac{-14}{24} < \frac{15}{24} < \frac{18}{24}$ nên $\frac{5}{-6} < \frac{-7}{12} < \frac{5}{8} < \frac{3}{4}$.

Dạng

4

Tìm điều kiện để một số hữu tỉ là một số nguyên.

◇ Muốn cho số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là một số nguyên thì b phải là ước của a .

Ví dụ 1

Cho số hữu tỉ $x = \frac{4}{a}$ ($a \in \mathbb{Z}; a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là một số nguyên?

Lời giải. Ta có: $x = \frac{4}{a} \in \mathbb{Z}$ khi $a \in U(4)$. Vậy $a \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$.

Ví dụ 2

Cho số hữu tỉ $x = \frac{a+11}{a}$ ($a \in \mathbb{Z}; a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là một số nguyên?

Lời giải. Ta có: $x = \frac{a+11}{a} = 1 + \frac{11}{a}$.

Ta có $x \in \mathbb{Z}$ khi $\frac{11}{a} \in \mathbb{Z}$ hay $a \in U(11)$. Vậy $a \in \{\pm 1; \pm 11\}$.

Bài 1. Cho số hữu tỉ $x = \frac{3m-12}{6}$ với $m \in \mathbb{Z}$. Tìm các giá trị của m để x là số nguyên.

Hướng dẫn giải. $x = \frac{m-4}{2}$ là số nguyên khi $m-4$ là bội của 2 hay $m-4$ là số chẵn. Vậy m là số chẵn.

III. BÀI TẬP TRONG SÁCH BÀI TẬP

Bài 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

- ☐ A Số hữu tỉ âm nhỏ hơn số hữu tỉ dương;
- ☐ B Số hữu tỉ âm nhỏ hơn số tự nhiên;
- ☐ C Số 0 là số hữu tỉ dương;
- ☐ D Số nguyên âm không phải là số hữu tỉ âm;

Tập hợp \mathbb{Q} gồm các số hữu tỉ dương và các số hữu tỉ âm;

Hướng dẫn giải. Câu a, b đúng; câu c, d, e sai.

Bài 2. Điền kí hiệu (\in, \notin) thích hợp vào ô vuông:

$$-7 \square \mathbb{N}; -7 \square \mathbb{Z}; -7 \square \mathbb{Q}; \frac{-3}{5} \square \mathbb{Z}; \frac{-3}{5} \square \mathbb{Q}$$

Hướng dẫn giải. $-7 \notin \mathbb{N}; -7 \in \mathbb{Z}; -7 \in \mathbb{Q}; \frac{-3}{5} \notin \mathbb{Z}; \frac{-3}{5} \in \mathbb{Q}$.

Bài 3. Nối mỗi dòng ở cột bên trái với một dòng ở cột bên phải để được khẳng định đúng:

a) $\frac{0}{-8}$	1) Là số hữu tỉ âm
b) $\frac{-7}{-5}$	2) Là số hữu tỉ dương
c) $\frac{-2}{9}$	3) Không là số hữu tỉ âm, cũng không là số hữu tỉ dương
d) $\frac{5}{0}$	4) Không là số hữu tỉ

Hướng dẫn giải. a) nối với 3); b) nối với 2); c) nối với 1) và d) nối với 4).

Bài 4. So sánh các số hữu tỉ sau:

① $-\frac{57}{2021}$ và $\frac{1}{6345}$;

② $-\frac{19}{35}$ và $-\frac{13}{21}$;

③ $\frac{6}{73}$ và $\frac{9}{82}$.

Hướng dẫn giải. HD :

① So sánh qua số trung gian là 0, ta có $-\frac{57}{2021} < \frac{1}{6345}$.

② Quy đồng mẫu, ta có $-\frac{19}{35} > -\frac{13}{21}$.

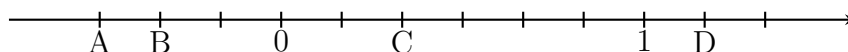
③ Đưa về cùng tử số, ta có $\frac{6}{73} < \frac{9}{82}$.

Bài 5. Máy ảnh thường có nhiều tốc độ màn trập (tức khoảng thời gian mà màn trập mở cửa). Tốc độ màn trập tính bằng giây, thường là $\frac{1}{125}$; $\frac{1}{15}$; 0,125; $\frac{1}{60}$; 0,004 và $\frac{1}{4}$. Hãy sắp xếp các tốc độ này từ nhanh nhất đến chậm nhất.

Hướng dẫn giải. Ta có $0,125 = \frac{1}{8}$; $0,004 = \frac{1}{250}$.

Từ $\frac{1}{250} < \frac{1}{125} < \frac{1}{60} < \frac{1}{15} < \frac{1}{8} < \frac{1}{4}$ nên $0,004 < \frac{1}{125} < \frac{1}{60} < \frac{1}{15} < 0,125 < \frac{1}{4}$.

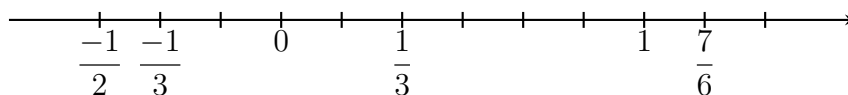
Bài 6. Các điểm A, B, C, D lần lượt biểu diễn các số hữu tỉ nào?



Hình 1.3

Hướng dẫn giải.

Ta chia đoạn thẳng đơn vị thành 6 phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng $\frac{1}{6}$ đơn vị cũ) (H.1.4). Khi đó ta có biểu diễn các số hữu tỉ trên như sau:

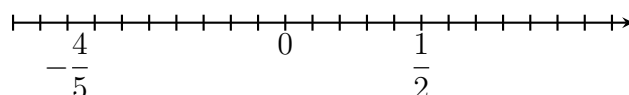


Hình 1.4

Bài 7. Hãy biểu diễn hai số hữu tỉ $-\frac{4}{5}$ và $\frac{1}{2}$ trên cùng một trục số.

Hướng dẫn giải. Ta có BCNN(2, 5) = 10 nên $-\frac{4}{5} = -\frac{8}{10}$; $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$.

Ta chia đoạn thẳng đơn vị thành 10 phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng $\frac{1}{10}$ đơn vị cũ) (H.1.5). Khi đó ta có biểu diễn các số hữu tỉ trên như sau:



Bài 8. Chỉ ra hai phân số có mẫu bằng 7, lớn hơn $-\frac{3}{8}$ và nhỏ hơn $-\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải. Chẳng hạn, hai phân số $-\frac{2}{7}$ và $-\frac{1}{7}$.

Bài 9. Bảng sau thống kê thành tích ghi bàn của cầu thủ bóng đá Lionel Messi cho câu lạc bộ

FC Barcelona tại giải bóng đá vô địch quốc gia La Liga của Tây Ban Nha trong 5 mùa giải gần

Mùa giải	Số bàn thắng	Số trận đấu
2020 – 2021	30	35
2019 – 2020	25	33
2018 – 2019	36	34
2017 – 2018	34	36
2016 – 2017	37	34

Biết hiệu suất ghi bàn được tính bằng tỉ số giữa số bàn thắng và số trận đấu. Em hãy sắp xếp hiệu suất ghi bàn của Messi từ bé đến lớn và cho biết mùa giải nào thì Messi ghi bàn tốt nhất.

Hướng dẫn giải. Ta có:

$$\frac{25}{33} < \frac{30}{35} < \frac{34}{36} < \frac{36}{34} < \frac{37}{34}$$

Vậy mùa giải 2016-2017, hiệu suất ghi bàn của Messi là tốt nhất.

IV. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 10. Trong các phân số $\frac{12}{27}, \frac{-1}{2}, \frac{-20}{-45}, \frac{16}{-36}$ phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{-4}{9}$?

Hướng dẫn giải. Ta có $\frac{16}{-36} = \frac{-4}{9}$.

Bài 11. Trong các số hữu tỉ sau, số nào là số hữu tỉ âm?

$$\frac{-3}{-8}, \frac{4}{5}, \frac{0}{-7}, \frac{-6}{13}.$$

Hướng dẫn giải. Số hữu tỉ $\frac{-6}{13}$ là số hữu tỉ âm.

Bài 12. Tìm số đối của các số hữu tỉ sau

- | | | | |
|---------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|
| ① $-3,75$; | ③ $\frac{11}{-19}$; | ⑤ $2\frac{2}{3}$; | ⑦ 2022 ; |
| ② $\frac{-5}{13}$; | ④ $-\frac{3}{10}$; | ⑥ $-1\frac{1}{4}$; | ⑧ $\frac{-17}{-35}$. |

Hướng dẫn giải.

- | | | | |
|--------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| ① $3,75$; | ③ $\frac{11}{19}$; | ⑤ $-2\frac{2}{3}$; | ⑦ -2022 ; |
| ② $\frac{5}{13}$; | ④ $\frac{3}{10}$; | ⑥ $1\frac{1}{4}$; | ⑧ $-\frac{17}{35}$. |

Bài 13. Cho các số hữu tỉ sau: $x = \frac{-12}{30}, y = \frac{-3}{-7}, z = \frac{10}{-25}$. Khi đó trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| ① $x > y$; | ② $y < z$; | ③ $x = z$; | ④ $z > x$. |
|-------------|-------------|-------------|-------------|

Hướng dẫn giải. Các khẳng định sau **sai**: $x > y, x = z, z > x$.

Bài 14.

- ① Tìm số nhỏ nhất trong các số hữu tỉ sau: $\frac{3}{4}, \frac{-5}{7}, \frac{7}{-8}, \frac{0}{5}$.

- ② Tìm số lớn nhất trong các số hữu tỉ sau: $\frac{-6}{11}, \frac{6}{-13}, \frac{-9}{-17}, \frac{6}{11}$.

Hướng dẫn giải.

- ① Số nhỏ nhất là số $\frac{7}{-8}$. ② Số lớn nhất là số $\frac{6}{11}$.

Bài 15. So sánh các số hữu tỉ

- ① $\frac{-15}{16}$ và $\frac{5}{-8}$. ② $-\frac{7}{3}$ và $\frac{-6}{5}$. ③ $\frac{13}{9}$ và $\frac{-16}{-3}$. ④ $\frac{2}{3}$ và $\frac{6}{7}$.

Hướng dẫn giải. Ta sẽ đưa các phân số về dạng cùng mẫu số

- ① Ta có $\frac{5}{-8} = \frac{-5}{8} = \frac{(-5) \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{-10}{16}$. Vì $-15 < -10$ nên $\frac{-15}{16} < \frac{5}{-8}$.
 ② Ta có $-\frac{7}{3} = \frac{-7}{3} = \frac{(-7) \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{-35}{15}$; $\frac{-6}{5} = \frac{(-6) \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{-18}{15}$. Vì $-35 < -18$ nên $-\frac{7}{3} < \frac{-6}{5}$.
 ③ Ta có $\frac{-16}{-3} = \frac{16}{3} = \frac{16 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{39}{9}$. Vì $13 < 39$ nên $\frac{13}{9} < \frac{-16}{-3}$.
 ④ Ta có $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$; $\frac{6}{7} = \frac{6 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{18}{21}$. Vì $14 < 18$ nên $\frac{2}{3} < \frac{6}{7}$.

Bài 16. Sắp xếp các số hữu tỉ sau đây theo thứ tự tăng dần

$$-0,25; \frac{1}{2}; -0,5; \frac{5}{6}; \frac{13}{12}; \frac{-5}{24}; 0; \frac{1}{48}; \frac{2}{3}; \frac{-9}{8}.$$

Hướng dẫn giải. Ta biến đổi về dạng phân số có cùng mẫu số

$$\begin{aligned} \diamond -0,25 &= \frac{-0,25 \cdot 48}{48} = \frac{-12}{48}. & \diamond \frac{13}{12} &= \frac{13 \cdot 4}{12 \cdot 4} = \frac{52}{48}. \\ \diamond \frac{1}{2} &= \frac{1 \cdot 24}{2 \cdot 24} = \frac{24}{48}. & \diamond \frac{-5}{24} &= \frac{(-5) \cdot 2}{24 \cdot 2} = \frac{-10}{48}. \\ \diamond -0,5 &= \frac{-0,5 \cdot 48}{48} = \frac{-24}{48}. & \diamond \frac{2}{3} &= \frac{2 \cdot 16}{3 \cdot 16} = \frac{32}{48}. \\ \diamond \frac{5}{6} &= \frac{5 \cdot 8}{6 \cdot 8} = \frac{40}{48}. & \diamond \frac{-9}{8} &= \frac{(-9) \cdot 6}{8 \cdot 6} = \frac{-54}{48}. \end{aligned}$$

Do đó các số hữu tỉ sắp xếp theo thứ tự tăng dần

$$\frac{-9}{8}; -0,5; -0,25; \frac{-5}{24}; 0; \frac{1}{48}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{13}{12}.$$

Bài 17. Chứng minh rằng với mọi $b > 0$, ta có

- ① Nếu $\frac{a}{b} > 1$ thì $a > b$. ② Nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $a < b$.

Hướng dẫn giải. Ta có $1 = \frac{b}{b}$ với $b > 0$.

- ① Theo giả thiết $\frac{a}{b} > 1 = \frac{b}{b}$. Do đó $a > b$.
 ② Theo giả thiết $\frac{a}{b} < 1 = \frac{b}{b}$. Do đó $a < b$.

Bài 18. Viết 5 đại diện của mỗi số hữu tỉ sau rồi nêu dạng tổng quát của nó.

$$x_1 = -2,5; x_2 = \frac{5}{6}; x_3 = \frac{-7}{5}; x_4 = -0,36; x_5 = \frac{-9}{-25}; x_6 = \frac{27}{6}.$$

Hướng dẫn giải. Ta có:

$$\diamond x_1 = -2,5 = \frac{-25 \cdot 2}{2} = \frac{-5}{2} = \frac{(-5) \cdot 2}{2 \cdot 2} = \dots = \frac{-5k}{2k}, (k \in \mathbb{Z}, k \neq 0).$$

$$\diamond x_2 = \frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \dots = \frac{5k}{6k}, (k \in \mathbb{Z}, k \neq 0).$$

$$\diamond x_3 = \frac{-7}{5} = \frac{(-7) \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{-14}{10} = \dots = \frac{-7k}{5k}, (k \in \mathbb{Z}, k \neq 0).$$

$$\diamond x_4 = -0,36 = \frac{-0,36 \cdot 25}{25} = \frac{-9}{25} = \frac{(-9) \cdot 2}{25 \cdot 2} = \dots = \frac{-9k}{25k}, (k \in \mathbb{Z}, k \neq 0).$$

$$\diamond x_5 = \frac{-9}{-25} = \frac{9}{25} = \frac{9 \cdot 2}{25 \cdot 2} = \frac{18}{50} = \dots = \frac{9k}{25k}, (k \in \mathbb{Z}, k \neq 0).$$

$$\diamond x_6 = \frac{27}{6} = \frac{9}{2} = \frac{9 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{18}{4} = \dots = \frac{9k}{2k}, (k \in \mathbb{Z}, k \neq 0).$$

Bài 19. Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết rằng x là số âm lớn nhất được viết bởi ba số 1.

Hướng dẫn giải. Vì $x \in \mathbb{Q}$ và là số âm lớn nhất được viết bằng ba số 1 là $-\frac{1}{11}$. Do đó $x = -\frac{1}{11}$.

Bài 20.

① Điền tên các tập hợp ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$) thích hợp vào các ô vuông:

- a $-2 \notin \square$; b $\frac{-3}{4} \notin \square$; c $\frac{-1}{7} \in \square$; d $0, 13 \in \square$.

② Điền kí hiệu (\notin, \in, \subset) thích hợp vào các ô vuông:

- a $0 \square \mathbb{Q}$; b $\frac{-1}{2} \square \mathbb{N}$; c $3 \square \mathbb{Z}$; d $\mathbb{Z} \square \mathbb{Q}$.

③ Điền Đ (đúng), S (sai) thích hợp vào các ô vuông:

- a $\square 2, 4 \in \mathbb{Z}$; b $\square 3, 5 \in \mathbb{Q}$; c $\square \frac{1}{4} \subset \mathbb{Q}$.

Hướng dẫn giải.

① Ta có

-2 là số nguyên, nhưng không là số tự nhiên.

$\frac{-3}{4}$ là số hữu tỉ và không là số nguyên.

$\frac{-1}{7}$ là số hữu tỉ và không là số nguyên.

$0, 13$ là số hữu tỉ và không là số nguyên.

Do đó, ta điền như sau:

- a $-2 \notin \mathbb{N}$; b $\frac{-3}{4} \notin \mathbb{Z}$; c $\frac{-1}{7} \in \mathbb{Q}$; d $0, 13 \in \mathbb{Q}$.

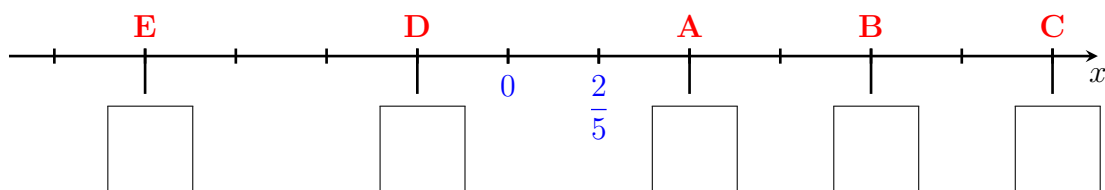
② Ta có: 0 là số hữu tỉ, $\frac{-1}{2}$ không là số tự nhiên, 3 là số nguyên và \mathbb{Z} là tập con của tập \mathbb{Q} . Do đó, ta điền như sau:

- a $0 \in \mathbb{Q}$; b $\frac{-1}{2} \notin \mathbb{N}$; c $3 \in \mathbb{Z}$; d $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

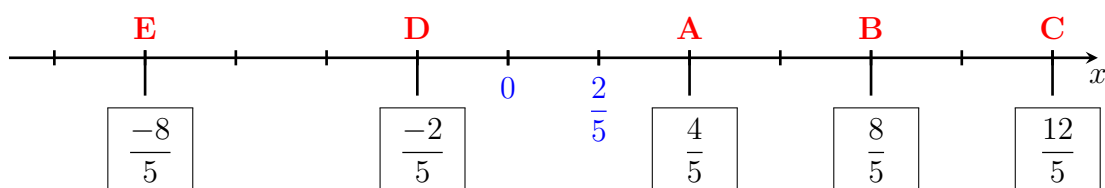
③ Ta có: $2, 4$ không là số nguyên, $3, 5$ là số hữu tỉ và $\frac{1}{4}$ là một phần tử của tập \mathbb{Q} . Do đó, ta điền như sau:

- a **S** $2, 4 \in \mathbb{Z}$; b **Đ** $3, 5 \in \mathbb{Q}$; c **S** $\frac{1}{4} \subset \mathbb{Q}$.

Bài 21. Trên trục số, đặt các vạch chia sao cho khoảng cách giữa hai vạch chia kề nhau bằng $\frac{2}{5}$ độ dài đoạn đơn vị cũ (chẳng hạn đoạn từ điểm 0 đến điểm 1 như trong hình dưới đây). Điền số hữu tỉ thích hợp vào ô vuông.



Hướng dẫn giải. Theo bài ra, khoảng cách giữa hai vạch chia kề nhau bằng $\frac{2}{5}$ độ dài đoạn đơn vị cũ nên ta có biểu diễn



Bài 22. So sánh các số hữu tỉ

① $x = \frac{-7}{5}$ và $y = \frac{-11}{9}$

③ $x = \frac{-7}{3}$ và $y = \frac{13}{-6}$

② $x = \frac{4}{7}$ và $y = \frac{13}{17}$

④ $x = -0,75$ và $y = \frac{3}{-4}$.

Hướng dẫn giải.

① Ta có $x = \frac{-63}{45}$, $y = \frac{-55}{45}$. Mà $-63 < -55$ nên ta có $x < y$.

② Ta có $x = \frac{68}{119}$, $y = \frac{91}{119}$. Mà $68 < 91$ nên ta có $x < y$.

③ Ta có $x = \frac{-14}{6}$, $y = \frac{-13}{6}$. Mà $-14 < -13$ nên ta có $x < y$.

④ Ta có $x = \frac{-3}{4}$, $y = \frac{-3}{4}$. Suy ra $x = y$.

Bài 23. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần

$$\frac{-19}{30}; \frac{-5}{9}; 0; \frac{-25}{47}; \frac{-124}{2011}; \frac{24}{35}; \frac{23}{49}.$$

Hướng dẫn giải. Ta có $\frac{-19}{30} = \frac{-57}{90} < \frac{-50}{90} = \frac{-5}{9}$. Lại có $\frac{-5}{9} = \frac{-235}{423}$, $\frac{-25}{47} = \frac{-225}{423}$, suy ra $\frac{-5}{9} < \frac{-25}{47}$.

Mặt khác

$$\frac{-25}{47} < \frac{-25}{50} = \frac{-1}{2} = \frac{-124}{248} < \frac{-124}{2011}$$

và $\frac{24}{35} = \frac{168}{245} > \frac{115}{245} = \frac{23}{49}$. Vậy

$$\frac{-19}{30} < \frac{-5}{9} < \frac{-25}{47} < \frac{-124}{2011} < 0 < \frac{23}{49} < \frac{24}{35}.$$

Bài 24. Tuổi thọ trung bình dự kiến của những người sinh năm 2023 ở một số quốc gia được

cho trong bảng sau:

Quốc gia	Australia	Pháp	Tây Ban Nha	Anh	Mỹ
Tuổi thọ trung bình dự kiến	82	81,5	$82\frac{1}{5}$	$80\frac{2}{5}$	$77\frac{1}{2}$

Sắp xếp các quốc gia theo tuổi thọ trung bình dự kiến từ nhỏ đến lớn.

Hướng dẫn giải. So sánh ta được $77\frac{1}{2} < 80\frac{2}{5} < 81,5 < 82 < 82\frac{1}{5}$ nên ta sắp xếp các quốc gia theo tuổi thọ trung bình dự kiến từ nhỏ đến lớn là: Mỹ, Anh, Pháp, Australia, Tây Ban Nha.

Bài 25. Cho x là số thỏa mãn $x^2 = 21$. Chứng minh rằng x không là số hữu tỉ.

Hướng dẫn giải. Giả sử x là số hữu tỉ, với $x = \frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$; $(a, b) = 1$. Vì $x^2 = 21$ nên ta có $\frac{a^2}{b^2} = 21$, hay $a^2 = 21b^2$. Suy ra $a^2 : 3$ hay $a : 3$, do đó tồn tại số nguyên m để $a = 3m$. Khi đó, ta có $9m^2 = 21b^2$, hay $3m^2 = 7b^2$. Suy ra $b^2 : 3$, hay là $b : 3$. Lúc này, cả a và b chia hết cho 3, điều này trái giả thiết $(a, b) = 1$. Vậy điều giả sử ban đầu là sai, hay bài toán được chứng minh.

Bài 26. Cho số hữu tỉ $x = \frac{5}{a}$ ($a \in \mathbb{Z}$; $a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là một số nguyên?

Hướng dẫn giải. Ta có: $x = \frac{5}{a} \in \mathbb{Z}$ khi $a \in U(5)$. Vậy $a \in \{\pm 1; \pm 5\}$.

Bài 27. Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-3}{a}$ ($a \in \mathbb{Z}$; $a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là một số nguyên?

Hướng dẫn giải. Ta có: $x = \frac{a-3}{a} = 1 - \frac{3}{a}$.

Ta có $x \in \mathbb{Z}$ khi $\frac{3}{a} \in \mathbb{Z}$ hay $a \in U(3)$. Vậy $a \in \{\pm 1; \pm 3\}$.

V. BÀI TẬP NÂNG CAO

Câu 1. Cho $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh rằng:

- ① Nếu $a < b$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}$; ② Nếu $a > b$ thì $\frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}$; ③ Nếu $a = b$ thì $\frac{a}{b} = \frac{a+n}{b+n}$.

Câu 2. Cho $x = \frac{a}{m}$, $y = \frac{b}{m}$. Biết $a, b, m \in \mathbb{Z}$, $m > 0$ và $x < y$. Hãy chứng tỏ rằng $x < \frac{a+b}{2m} < y$.

Câu 3. Cho $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b > 0$. So sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+1}{b+1}$.

Câu 4. Cho $a, b \in \mathbb{Z}$, $b > 0$. So sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+2005}{b+2005}$.

Câu 5.

- ① Tìm các số hữu tỉ có dạng $\frac{a}{5}$ (a là số nguyên) nằm giữa hai số $-\frac{2}{3}$ và $-\frac{1}{7}$.
② Có bao nhiêu phân số có tử số bằng 7 và số đó nằm giữa hai số $\frac{2}{7}$ và $\frac{3}{5}$.

❖ **Câu 6.** Cho 6 số nguyên dương $a < b < c < d < m < n$. Chứng minh rằng

$$\frac{a + c + m + 1}{a + b + c + d + m + n} < \frac{1}{2}.$$

❖ **Câu 7.** Cho các số nguyên dương a và b thỏa mãn $8a^2 - 51b^2 \geq 1$ và $\frac{b}{a - 2b}$ là số nguyên. Chứng minh rằng a chia hết cho b .

❖ **Câu 8.** Cho hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ thỏa $b, d > 0$ và $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b} < \frac{a + c}{b + d} < \frac{c}{d}.$$

❖ **Câu 9.**

- ① Viết ba số hữu tỉ có mẫu số khác nhau, lớn hơn $-\frac{1}{3}$ nhưng nhỏ hơn $\frac{4}{5}$.
- ② Tìm các số hữu tỉ có dạng $\frac{7}{a}$ biết rằng giá trị của số đó lớn hơn $-\frac{9}{11}$ và nhỏ hơn $-\frac{9}{13}$.
- ③ Có bao nhiêu phân số có tử số bằng 9, lớn hơn $-\frac{3}{5}$ và nhỏ hơn $-\frac{4}{9}$?

2 CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ



- 1 Ta có thể cộng, trừ hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số.
- 2 Ta có thể nhân, chia hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc nhân, chia phân số.
- 3 Nếu hai số hữu tỉ đều được cho dưới dạng số thập phân thì ta có thể áp dụng quy tắc cộng, trừ, nhân và chia đối với số thập phân.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1 Thực hiện phép tính cộng, trừ

Để thực hiện phép tính cộng, trừ số hữu tỉ, ta có thể thực hiện quy tắc cộng, trừ hai số hữu tỉ. Đối với dãy tính có nhiều số hạng ta có thể áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp, quy tắc dấu ngoặc để thực hiện một cách hợp lí nhất.

Ví dụ 1

Hãy thực hiện các phép tính.

$$① \frac{9}{17} + \frac{5}{17};$$

$$③ \frac{3}{11} - \frac{5}{-11};$$

$$⑤ \frac{-3}{8} + \frac{-5}{12};$$

$$⑦ \frac{24}{126} - \frac{-5}{28};$$

$$② \frac{9}{17} - \frac{5}{17};$$

$$④ 3 + \frac{2}{9};$$

$$⑥ \frac{-3}{14} + \frac{4}{35};$$

$$⑧ -3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}.$$

Lời giải.

$$① \frac{9}{17} + \frac{5}{17} = \frac{9+5}{17} = \frac{14}{17}.$$

$$② \frac{9}{17} - \frac{5}{17} = \frac{9-5}{17} = \frac{4}{17}.$$

$$③ \frac{3}{11} - \frac{5}{-11} = \frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \frac{8}{11}.$$

$$④ 3 + \frac{2}{9} = \frac{3}{1} + \frac{2}{9} = \frac{27}{9} + \frac{2}{9} = \frac{29}{9}.$$

$$⑤ \frac{-3}{8} + \frac{-5}{12} = \frac{-9}{24} + \frac{-10}{24} = \frac{-19}{24};$$

$$⑥ \frac{-3}{14} + \frac{4}{35} = \frac{-15}{70} + \frac{8}{70} = \frac{-7}{70} = \frac{-1}{10}.$$

$$⑦ \frac{24}{126} - \frac{-5}{28} = \frac{4}{21} + \frac{5}{28} = \frac{16+15}{84} = \frac{31}{84}.$$

$$⑧ -3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} = -\left(3\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right) = -\left(3\frac{3}{6} + 1\frac{2}{6}\right) = -4\frac{5}{6}.$$

Bài 1. Tính

$$① \frac{-3}{8} + \frac{-5}{12};$$

$$③ \frac{11}{30} - \frac{19}{20};$$

$$⑤ \frac{3}{2} + \frac{2}{-3};$$

$$⑦ 0,6 + \frac{4}{-3};$$

$$② \frac{-3}{14} + \frac{4}{35};$$

$$④ \frac{7}{15} - \frac{-9}{20};$$

$$⑥ -2 - \left(-\frac{3}{7}\right);$$

$$⑧ \frac{3}{7} - (-0,2).$$

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \frac{-3}{8} + \frac{-5}{12} = \frac{-9}{24} + \frac{-10}{24} = \frac{-19}{24}; \\ \textcircled{2} \quad & \frac{-3}{14} + \frac{4}{35} = \frac{-15}{70} + \frac{8}{70} = \frac{-7}{70} = \frac{-1}{10}; \\ \textcircled{3} \quad & \frac{11}{30} - \frac{19}{20} = \frac{22}{60} - \frac{57}{60} = \frac{-35}{60} = \frac{-7}{12}; \\ \textcircled{4} \quad & \frac{7}{15} - \frac{-9}{20} = \frac{28}{60} + \frac{27}{60} = \frac{55}{60} = \frac{11}{12}; \\ \textcircled{5} \quad & \frac{3}{2} + \frac{2}{-3} = \frac{3}{2} + \frac{-2}{3} = \frac{9}{6} + \frac{-4}{6} = \frac{9-4}{6} = \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{6} \quad & -2 - \left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{-14}{7} - \frac{-3}{7} = \frac{-14 - (-3)}{7} = \frac{-11}{7}; \\ \textcircled{7} \quad & 0,6 + \frac{4}{-3} = \frac{3}{5} - \frac{4}{3} = \frac{9}{15} - \frac{20}{15} = \frac{-11}{15}; \\ \textcircled{8} \quad & \frac{3}{7} - (-0,2) = \frac{3}{7} + 0,2 = \frac{3}{7} + \frac{1}{5} = \frac{15}{35} + \frac{7}{35} = \frac{22}{35}. \end{aligned}$$

Bài 2. Thực hiện các phép tính sau.

$$\textcircled{1} \quad \frac{2}{3} - \frac{-1}{4} + \frac{1}{21} + \frac{1}{12}; \quad \textcircled{2} \quad \frac{-1}{3} - \frac{-3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{43} - \frac{-3}{7} + \frac{-1}{2} - \frac{1}{35}$$

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \frac{2}{3} - \frac{-1}{4} + \frac{1}{21} + \frac{1}{12} = \left(\frac{2}{3} - \frac{-1}{4} + \frac{1}{12}\right) + \frac{1}{21} = \frac{8+3+1}{12} + \frac{1}{21} = 1 + \frac{1}{21} = 1\frac{1}{21}. \\ \textcircled{2} \quad & \frac{-1}{3} - \frac{-3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{43} - \frac{-3}{7} + \frac{-1}{2} - \frac{1}{35} = \left(\frac{-1}{3} + \frac{-1}{6} + \frac{-1}{2}\right) + \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{7} - \frac{1}{35}\right) + \frac{1}{43} \\ & = \frac{-2-1-3}{6} + \frac{21+15-1}{35} + \frac{1}{43} = -1 + 1 + \frac{1}{43} = \frac{1}{43}. \end{aligned}$$

Bài 3. Tính giá trị của các biểu thức

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & A = 2\frac{3}{2} - 3\frac{3}{5} + \frac{1}{4}. \\ \textcircled{2} \quad & B = 5\frac{2}{7} - 8\frac{1}{3} + \frac{1}{21}. \\ \textcircled{3} \quad & A = \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right). \end{aligned}$$

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \text{Ta có } A = 2\frac{3}{2} - 3\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{7}{2} - \frac{18}{5} + \frac{1}{4} = \frac{70}{20} - \frac{72}{20} + \frac{5}{20} = \frac{70-72+5}{20} = \frac{3}{20}. \\ \textcircled{2} \quad & \text{Ta có } B = 5\frac{2}{7} - 8\frac{1}{3} + \frac{1}{21} = \frac{37}{7} - \frac{25}{3} + \frac{1}{21} = \frac{111-175+1}{21} = \frac{-63}{21} = -3. \\ \textcircled{3} \quad & \text{Ta có thể trình bày theo hai cách sau:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cách 1: } A &= \left(\frac{6 \cdot 6 - 2 \cdot 2 + 1 \cdot 3}{6}\right) - \left(\frac{5 \cdot 6 + 5 \cdot 2 - 3 \cdot 3}{6}\right) - \left(\frac{3 \cdot 6 - 7 \cdot 2 + 5 \cdot 3}{6}\right) \\ &= \frac{35}{6} - \frac{31}{6} - \frac{19}{6} \\ &= -\frac{5}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cách 2: } A &= \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right) \\ &= (6 - 5 - 3) + \left(-\frac{2}{3} - \frac{5}{3} + \frac{7}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{5}{2}\right) \\ &= -2 - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Bài 4. Tính giá trị các biểu thức sau theo cách hợp lý nhất.

$$\textcircled{1} \quad A = \left(\frac{1}{3} - \frac{8}{15} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{-7}{15} + 1\frac{1}{7}\right); \quad \textcircled{2} \quad B = 0,25 + \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{8} - \frac{2}{5} + 1\frac{1}{4}\right).$$

Hướng dẫn giải. Mở ngoặc rồi áp dụng các tính chất giao hoán và kết hợp, ta có:

$$\textcircled{1} A = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{8}{15} + \frac{7}{15}\right) + \left(\frac{-1}{7} + 1\frac{1}{7}\right) = 1 - 1 + 1 = 1;$$

$$\textcircled{2} B = \left(0,25 - 1\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right) - \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{4} - 1 - \frac{1}{4}\right) + 1 - \frac{1}{8} = \frac{-1}{8}.$$

Bài 5. Viết số hữu tỉ $\frac{5}{12}$ dưới các dạng sau đây

- $\textcircled{1}$ Tổng của hai số hữu tỉ dương.
- $\textcircled{2}$ Tổng của một số hữu tỉ dương và một số hữu tỉ âm.
- $\textcircled{3}$ Tổng của hai số hữu tỉ dương trong đó một số là $\frac{1}{4}$

Hướng dẫn giải.

$$\textcircled{1} \text{ Ta có } \frac{5}{12} = \frac{2+3}{12} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4}.$$

$$\textcircled{2} \text{ Ta có } \frac{5}{12} = \frac{7+(-2)}{12} = \frac{7}{12} + \frac{-2}{12} = \frac{7}{12} - \frac{1}{6}.$$

$$\textcircled{3} \text{ Giả sử số hữu tỉ còn lại cần tìm là } x, \text{ ta được } \frac{5}{12} = x + \frac{1}{4} \text{ hay } x = \frac{5}{12} - \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Vậy ta có biểu diễn } \frac{5}{12} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4}.$$

Dạng 2 Thực hiện phép tính nhân, chia

Để thực hiện phép tính nhân, chia số hữu tỉ ta viết các số dưới dạng phân số rồi áp dụng các quy tắc của phép tính về phân số. Đối với một tích có nhiều thừa số ta có thể áp dụng các tính chất giao hoán, kết hợp để thực hiện phép tính hợp lý nhất.

Ví dụ 1

Thực hiện phép tính nhân:

$$\textcircled{1} \frac{-8}{15} \cdot \frac{35}{-24};$$

$$\textcircled{2} -30 \cdot \frac{4}{5};$$

$$\textcircled{3} \frac{42}{55} : \frac{-35}{22};$$

$$\textcircled{4} \frac{9}{20} : (-18).$$

Lời giải.

$$\textcircled{1} \frac{-8}{15} \cdot \frac{35}{-24} = \frac{-8 \cdot 35}{15 \cdot (-24)} = \frac{7}{9};$$

$$\textcircled{3} \frac{42}{55} : \frac{-35}{22} = \frac{42}{55} \cdot \frac{22}{-35} = -\frac{12}{25};$$

$$\textcircled{2} -30 \cdot \frac{4}{5} = \frac{-30}{1} \cdot \frac{4}{5} = \frac{-30 \cdot 4}{1 \cdot 5} = -24;$$

$$\textcircled{4} \frac{9}{20} : (-18) = \frac{9}{20} \cdot \frac{1}{-18} = -\frac{1}{40}.$$

Bài 1. Tính giá trị của biểu thức

$$\textcircled{1} A = \left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16}\right) \cdot \frac{3}{5};$$

$$\textcircled{2} A = \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} \cdot \left(-\frac{25}{6}\right);$$

$$\textcircled{3} B = (-2) \cdot \frac{-38}{21} \cdot \frac{-7}{4} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right).$$

Hướng dẫn giải.

$$\textcircled{1} \text{ Ta có biến đổi: } A = \left(\frac{11}{12} \cdot \frac{16}{33}\right) \cdot \frac{3}{5} = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3}\right) \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{15}.$$

$\textcircled{2}$ Ta có thể giải theo các cách sau

$$\text{Cách 1. Ta có biến đổi: } A = \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} \cdot \frac{-25}{6} = \frac{-3 \cdot 12 \cdot (-25)}{4 \cdot (-5) \cdot 6} = \frac{900}{-120} = -\frac{15}{2}.$$

Cách 2. Ta có biến đổi: $A = 3 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{-25}{6} = 3 \cdot \frac{-5}{2} = -\frac{15}{2}$.

③ Ta có thể giải theo các cách sau

Cách 1. Ta có biến đổi: $B = \frac{(-2) \cdot (-38) \cdot (-7) \cdot (-3)}{21 \cdot 4 \cdot 8} = \frac{1596}{672} = \frac{19}{8}$.

Cách 2. Ta có biến đổi: $B = \frac{38}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} = 19 \cdot \frac{1}{8} = \frac{19}{8}$.

Bài 2. Hãy viết số hữu tỉ $\frac{-7}{15}$ dưới dạng :

① Tích của hai số hữu tỉ.

② Thương của hai số hữu tỉ.

Hướng dẫn giải. Có nhiều cách viết thỏa mãn điều kiện bài ra, chẳng hạn :

① $\frac{-7}{15} = \frac{-7}{5} \cdot \frac{1}{3}; \frac{-7}{15} = \frac{14}{3} \cdot \frac{-1}{10};$

② $\frac{-7}{15} = \frac{7}{5} : (-3)$

Dạng 3 Thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia

◇ Thực hiện các phép tính theo đúng quy ước thứ tự thực hiện các phép tính và theo đúng quy tắc cộng, trừ hoặc nhân, chia.

◇ Chú ý vận dụng các tính chất giao hoán, kết hợp, phân phối của phép nhân với phép cộng trong trường hợp có thể.

Ví dụ 1

Thực hiện phép tính

① $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{-6}{7};$

② $\frac{1}{2} + 22\frac{1}{2} : \left(-\frac{3}{4}\right);$

③ $\left(\frac{41}{75} + \frac{17}{100}\right) : \frac{-129}{80}.$

Lời giải.

① $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{-6}{7} = \frac{-1}{2} + \frac{-3}{7} = \frac{-7}{14} + \frac{-6}{14} = \frac{-13}{14}.$

② $\frac{1}{2} + 22\frac{1}{2} : \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{2} + \frac{45}{2} \cdot \frac{-4}{3} = \frac{1}{2} + (-30) = \frac{1}{2} + \frac{-60}{2} = \frac{-59}{2}.$

③ $\left(\frac{41}{75} + \frac{17}{100}\right) : \frac{-129}{80} = \left(\frac{164}{300} + \frac{51}{300}\right) \cdot \frac{80}{-129} = \frac{215}{300} \cdot \frac{-80}{129} = \frac{-4}{9}.$

Bài 1. Rút gọn biểu thức

① $A = \frac{7}{23} \cdot \left(-\frac{8}{6} - \frac{45}{18}\right).$

③ $C = \frac{-4}{7} - \frac{5}{13} \cdot \frac{-39}{25} + \frac{-1}{42} : \left(-\frac{5}{6}\right).$

② $B = \frac{2}{15} \cdot \frac{5}{8} - \frac{5}{6} \cdot \frac{-2}{3};$

Hướng dẫn giải.

① Ta có biến đổi: $A = \frac{7}{23} \cdot \left(-\frac{8}{6} - \frac{45}{18}\right) = \frac{7}{23} \cdot \frac{-24 - 45}{18} = \frac{7}{23} \cdot \frac{-69}{18} = -\frac{7}{6}.$

Hoặc thực hiện theo cách:

$$B = \frac{7}{23} \cdot \left(-\frac{4}{3} - \frac{5}{2}\right) = \frac{7}{23} \cdot \frac{-8 - 15}{6} = \frac{7}{23} \cdot \frac{-23}{6} = -\frac{7}{6}.$$

② $B = \frac{2}{15} \cdot \frac{5}{8} - \frac{5}{6} \cdot \frac{-2}{3} = \frac{1}{12} + \frac{5}{9} = \frac{3}{36} + \frac{20}{36} = \frac{23}{36}.$

③ $C = \frac{-4}{7} + \frac{-5}{13} \cdot \frac{-39}{25} + \frac{-1}{42} \cdot \frac{-6}{5} = \frac{-4}{7} + \frac{3}{5} + \frac{1}{35} = \frac{-20}{35} + \frac{21}{35} + \frac{1}{35} = \frac{2}{35}.$

Bài 2. Tính giá trị của các biểu thức sau bằng cách hợp lí nhất:

① $A = \frac{7}{38} \cdot \frac{9}{11} + \frac{7}{38} \cdot \frac{4}{11} - \frac{7}{38} \cdot \frac{2}{11};$

③ $M = \frac{7}{38} \cdot \frac{9}{11} + \frac{7}{38} \cdot \frac{4}{11} + \frac{7}{38} \cdot \frac{-2}{11};$

② $B = 4x - 4y + 5xy$ với $x - y = \frac{5}{12}; xy = -\frac{1}{3};$

④ $N = 12\frac{3}{5} : \left(\frac{-5}{7}\right) + 2\frac{2}{5} : \left(\frac{-5}{7}\right).$

Hướng dẫn giải.

① Ta có $A = \frac{7}{38} \cdot \frac{9}{11} + \frac{7}{38} \cdot \frac{4}{11} - \frac{7}{38} \cdot \frac{2}{11} = \frac{7}{38} \cdot \left(\frac{9}{11} + \frac{4}{11} - \frac{2}{11}\right) = \frac{7}{38} \cdot 1 = \frac{7}{38};$

② $B = 4x - 4y + 5xy = 4(x - y) + 5xy = 4 \cdot \frac{5}{12} + 5 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{3} - \frac{5}{3} = 0.$

③ $M = \frac{7}{38} \left(\frac{9}{11} + \frac{4}{11} + \frac{-2}{11}\right) = \frac{7}{38} \cdot \frac{11}{11} = \frac{7}{38}.$

④ $N = \left(12\frac{3}{5} + 2\frac{2}{5}\right) : \left(\frac{-5}{7}\right) = 15 \cdot \frac{7}{-5} = -21.$

Bài 3. Tính giá trị của biểu thức

① $A = \left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{5} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{4}{7}\right) : \frac{4}{5};$

② $B = \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22}\right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3}\right).$

Hướng dẫn giải.

① Ta có biến đổi:

$$A = \left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7} + \frac{-1}{3} + \frac{4}{7}\right) : \frac{4}{5} = \left[\left(\frac{-2}{3} + \frac{-1}{3}\right) + \left(\frac{3}{7} + \frac{4}{7}\right)\right] \cdot \frac{5}{4} = (-1 + 1) \cdot \frac{5}{4} = 0.$$

② Ta có biến đổi:

$$\begin{aligned} B &= \frac{5}{9} : \left(\frac{2-5}{22}\right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1-10}{15}\right) = \frac{5}{9} : \left(-\frac{3}{22}\right) + \frac{5}{9} : \left(-\frac{3}{5}\right) \\ &= -\frac{5}{9} \cdot \frac{22}{3} - \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{3} = \frac{-110 - 25}{27} = -\frac{135}{27} = -5. \end{aligned}$$

Bài 4. Rút gọn biểu thức $M = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{6} - 2}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - 2}.$

Hướng dẫn giải. Ta có $M = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{6} - 2}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - 2} = \left(\frac{3}{12} - \frac{2}{12} - \frac{24}{12}\right) : \left(\frac{4}{12} - \frac{3}{12} - \frac{24}{12}\right)$

$$= \left(-\frac{23}{12}\right) : \left(-\frac{23}{12}\right) = 1.$$

Bài 5. Tính nhanh giá trị của các biểu thức $A = \frac{0,75 + 0,6 + \frac{3}{7} + \frac{9}{24}}{2,75 + 2,2 + \frac{11}{7} + \frac{33}{24}}.$

Hướng dẫn giải. Viết lại biểu thức A dưới dạng:

$$A = \frac{\frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \frac{3}{7} + \frac{3}{8}}{\frac{11}{4} + \frac{11}{5} + \frac{11}{7} + \frac{11}{8}} = \frac{3 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \right)}{11 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \right)} = \frac{3}{11}.$$

LƯU Ý. Như vậy, bằng việc chuyển các số thập phân về dạng hữu tỉ, rồi thiết lập nhân tử chung, chúng ta đã có được kết quả nhanh chóng.

Bài 6. Thực hiện phép tính

① $A = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}};$

② $B = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}.$

Hướng dẫn giải.

① Ta có $A = 2 + \frac{1}{\frac{2}{2} + \frac{1}{2}} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}.$

② Từ kết quả câu a), ta có $B = 2 + \frac{1}{1 + \frac{8}{3}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{8}{3}} = 2 + \frac{1}{\frac{11}{3}} = 2 + \frac{3}{11} = \frac{25}{11}.$

Bài 7. Rút gọn biểu thức

① $A = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{6} - 2}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - 2};$

② $B = \frac{\frac{4}{115} - \frac{4}{5} - \frac{4}{889}}{\frac{115}{115} - \frac{5}{5} - \frac{889}{889}} + \frac{3}{7}.$

Hướng dẫn giải.

① $A = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{6} - 2}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - 2} = \frac{\frac{3}{12} - \frac{2}{12} - 2}{\frac{4}{12} - \frac{3}{12} - 2} = \frac{\frac{1}{12} - 2}{\frac{1}{12} - 2} = 1.$

② $B = \frac{4 \left(\frac{1}{115} - \frac{1}{5} - \frac{1}{889} \right)}{7 \left(\frac{1}{115} - \frac{1}{5} - \frac{1}{889} \right)} + \frac{3}{7} = \frac{4}{7} + \frac{3}{7} = 1.$

Dạng 4 Tìm số chưa biết trong một đẳng thức

- ◆ **Bước 1:** Xác định x hay biểu thức chứa x đóng vai trò gì trong đẳng thức. (có thể là số hạng, số trừ, ...)
- ◆ **Bước 2:** Áp dụng cách tìm số hạng, số trừ, ... chưa biết.

Ví dụ 1

Tìm x biết

① $x + \frac{1}{3} = \frac{3}{4};$

② $x - \frac{2}{5} = \frac{5}{7};$

③ $-x - \frac{2}{3} = -\frac{6}{7};$

④ $\frac{4}{7} - x = \frac{1}{3}.$

Lời giải.

① Ta có $x + \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$ (x đóng vai trò là số hạng)

$$x = \frac{3}{4} - \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{3 \cdot 3 - 1 \cdot 4}{12}$$

$$x = \frac{5}{12}.$$

Vậy $x = \frac{5}{12}.$

② Ta có $x - \frac{2}{5} = \frac{5}{7} \Leftrightarrow x = \frac{5}{7} + \frac{2}{5} = \frac{5 \cdot 5 + 2 \cdot 7}{35} = \frac{39}{35}.$

Vậy $x = \frac{39}{35}.$

③ Ta có $-x - \frac{2}{3} = -\frac{6}{7} \Leftrightarrow x = \frac{6}{7} - \frac{2}{3} = \frac{6 \cdot 3 - 2 \cdot 7}{21} = \frac{4}{21}.$

Vậy $x = \frac{4}{21}.$

④ Ta có $\frac{4}{7} - x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{4}{7} - \frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3 - 1 \cdot 7}{21} = \frac{5}{21}.$

Vậy $x = \frac{5}{21}.$

Bài 1. Tìm số hữu tỉ x , biết:

① $x + \frac{3}{5} = \frac{4}{7};$

② $x - \frac{5}{6} = \frac{1}{6};$

③ $\frac{-5}{7} - x = \frac{-9}{10};$

④ $\frac{5}{7} - x = 10.$

Hướng dẫn giải.

① $x + \frac{3}{5} = \frac{4}{7} \Leftrightarrow x = \frac{4}{7} - \frac{3}{5} \Leftrightarrow x = \frac{20}{35} - \frac{21}{35} \Leftrightarrow x = \frac{-1}{35}.$

② $x - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = 1.$

③ $\frac{-5}{7} - x = \frac{-9}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-5}{7} + \frac{9}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-50}{70} + \frac{63}{70} = \frac{13}{70}.$

④ $\frac{5}{7} - x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{5}{7} - 10 \Leftrightarrow x = \frac{5}{7} - \frac{70}{7} = \frac{-65}{7}.$

Bài 2. Tìm số hữu tỉ x , biết:

① $x - \frac{1}{5} = \frac{3}{2} + \frac{1}{6};$

③ $-1,25 + \frac{2}{15} - x = 2;$

② $\frac{4}{5} - \left(\frac{-1}{8}\right) = \frac{7}{8} - x;$

④ $2\frac{1}{2} - x + \frac{4}{5} = \frac{2}{3} - \left(\frac{-4}{7}\right).$

Hướng dẫn giải.

① $x = \frac{1}{5} + \frac{3}{2} + \frac{1}{6} = \frac{6}{30} + \frac{45}{30} + \frac{5}{30} = \frac{56}{30} = \frac{28}{15} = 1\frac{13}{15}.$

② $x = \frac{7}{8} - \frac{4}{5} - \frac{1}{8} = \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{8}\right) - \frac{4}{5} = \frac{3}{4} - \frac{4}{5} = \frac{-1}{20};$

③ $x = -1,25 + \frac{2}{15} - 2 = -3 - \frac{1}{4} + \frac{2}{15} = -3 - \frac{7}{60} = -3\frac{7}{60};$

$$\textcircled{4} \quad x = 2\frac{1}{2} + \frac{4}{5} - \frac{2}{3} - \frac{4}{7} = 2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{5}\right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{7}\right) = 2 + \frac{13}{10} - \frac{26}{21} = 2 + 1 + \frac{3}{10} - 1 - \frac{5}{21} = 2\frac{13}{210}.$$

Bài 3. Tìm x , biết

$$\textcircled{1} \quad x - \frac{5}{18} = \frac{8}{27};$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{-2}{3}x + 1 = -\frac{7}{9};$$

$$\textcircled{3} \quad -\frac{7}{15}x + \frac{5}{6} = \frac{1}{4}.$$

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x - \frac{5}{18} &= \frac{8}{27} \\ x &= \frac{8}{27} + \frac{5}{18} \\ x &= \frac{31}{54}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad \frac{-2}{3}x + 1 &= -\frac{7}{9} \\ \frac{-2}{3} \cdot x &= -\frac{7}{9} - 1 \\ \frac{-2}{3} \cdot x &= -\frac{16}{9} \\ x &= -\frac{16}{9} : \left(-\frac{2}{3}\right) \\ x &= \frac{8}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad -\frac{7}{15}x + \frac{5}{6} &= \frac{1}{4} \\ -\frac{7}{15}x &= \frac{1}{4} - \frac{5}{6} \\ -\frac{7}{15}x &= -\frac{7}{12} \\ x &= \frac{5}{4} \\ x &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

Bài 4. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết $\frac{11}{15} - \frac{9}{10} < x < \frac{11}{15} : \frac{9}{10}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\frac{11}{15} - \frac{9}{10} < x < \frac{11}{15} : \frac{9}{10}$.

Suy ra $-\frac{1}{6} < x < \frac{22}{27}$.

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x = 0$.

Bài 5. Tìm x , biết

$$\textcircled{1} \quad \left(-1\frac{3}{5} + x\right) : \frac{12}{13} = 2\frac{1}{6}.$$

$$\textcircled{2} \quad \left(x : 2\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{7} = \frac{-3}{8}.$$

Hướng dẫn giải.

1

$$\begin{aligned} \left(-1\frac{3}{5} + x\right) : \frac{12}{13} &= \frac{13}{6} \\ -1\frac{3}{5} + x &= \frac{13}{6} \cdot \frac{12}{13} \\ -1\frac{3}{5} + x &= 2 \\ x &= 2 + 1\frac{3}{5} \\ x &= 3\frac{3}{5}. \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned} \left(x : 2\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{7} &= \frac{-3}{8} \\ x : 2\frac{1}{3} &= \frac{-3}{8} : \frac{1}{7} \\ x : 2\frac{1}{3} &= \frac{-21}{8} \\ x &= \frac{-21}{8} \cdot 2\frac{1}{3} \\ x &= \frac{-49}{8}. \end{aligned}$$

Bài 6. Tìm giá trị lớn nhất (hoặc giá trị nhỏ nhất) của biểu thức

① $A = \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{2}$ với $x \in \mathbb{Q}$.

② $B = \frac{2}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 2}$ với $x \in \mathbb{Q}$.

Hướng dẫn giải.

① Vì $\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$.

Do đó $A_{\min} = \frac{1}{2}$, đạt được khi $x + \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$.

② Vì $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 2 \geq 2$

$\Rightarrow \frac{1}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 2} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 2} \leq 1$.

Do đó $A_{\max} = 1$, đạt được khi $x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Dạng 5 Rút gọn biểu thức có quy luật

① $\frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$;

② $\frac{c}{n(n+k)} = \frac{c}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$.

Ví dụ 1

Thực hiện phép tính

① $A = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} \cdots + \frac{1}{19 \cdot 20}$;

② $B = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdots + \frac{1}{930}$.

Lời giải.

① $A = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$.

② $B = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} \cdots + \frac{1}{30 \cdot 31} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{30} - \frac{1}{31} = 1 - \frac{1}{31} = \frac{30}{31}$.

Bài 1. Thực hiện phép tính

① $C = \frac{1}{3 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 15} + \frac{1}{15 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 23}$;

② $D = 1 - \frac{2}{5 \cdot 10} - \frac{2}{10 \cdot 15} - \frac{2}{15 \cdot 20} - \cdots - \frac{2}{2015 \cdot 2020}$.

Hướng dẫn giải.

① $C = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{23} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{23} \right) = \frac{5}{69}$.

②

$$\begin{aligned} D &= 1 - \left(\frac{2}{5 \cdot 10} + \frac{2}{10 \cdot 15} + \frac{2}{15 \cdot 20} + \cdots + \frac{2}{2015 \cdot 2020} \right) \\ &= 1 - \frac{2}{5} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{20} + \cdots + \frac{1}{2015} - \frac{1}{2020} \right) \\ &= 1 - \frac{2}{5} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2020} \right) = 1 - \frac{403}{5050} = \frac{4647}{5050}. \end{aligned}$$

Bài 2. Cho $M = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$. Chứng minh rằng $\frac{7}{12} < M < \frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $M > \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$.

Lại có

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \right) \\ &< \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} \cdots + \frac{1}{51 \cdot 52} \right) \\ &= \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{51} - \frac{1}{52} \right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{52} \\ &< \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

Vậy $\frac{7}{12} < M < \frac{5}{6}$.

III. BÀI TẬP TRONG SÁCH BÀI TẬP

Bài 1. Tính một cách hợp lí:

- ① $A = -(2021 \cdot 0,7 + 19,75) + 2021 \cdot 0,7 - (8 - 19,75);$
- ② $B = 21,92 \cdot 17,5 - 61,92 \cdot 78 + 21,92 + 18,5 \cdot 78,08 - 61,92 \cdot 22;$
- ③ $C = \left(\frac{2}{9} - \frac{7}{12} \right) : \frac{3}{4} + \left(\frac{16}{9} + \frac{5}{12} \right) : \frac{3}{4}.$

Hướng dẫn giải.

- ① $A = -2021 \cdot 0,7 - 19,75 + 2021 \cdot 0,7 - 8 + 19,75$
 $= (-2021 \cdot 0,7 + 2021 \cdot 0,7) + (-19,75 + 19,75) - 8$
 $= (-2021 + 2021) \cdot 0,7 + 0 - 8$
 $= 0 \cdot 0,7 - 8 = -8.$
- ② $B = (21,92 \cdot 17,5 + 21,92) + 18,5 \cdot 78,08 - (61,92 \cdot 78 + 61,92 \cdot 22)$
 $= 21,92(17,5 + 1) + 18,5 \cdot 78,08 - 61,92(78 + 22)$
 $= 21,92 \cdot 18,5 + 18,5 \cdot 78,08 - 61,92 \cdot 100$
 $= (21,92 + 78,08) \cdot 18,5 - 6192$
 $= 100 \cdot 18,5 - 6192 = 1850 - 6192 = -4342.$
- ③ $C = \left(\frac{2}{9} - \frac{7}{12} \right) \cdot \frac{4}{3} + \left(\frac{16}{9} + \frac{5}{12} \right) \cdot \frac{4}{3} = \left(\frac{2}{9} - \frac{7}{12} + \frac{16}{9} + \frac{5}{12} \right) \cdot \frac{4}{3}$
 $= \left[\left(\frac{2}{9} + \frac{16}{9} \right) - \left(\frac{7}{12} + \frac{5}{12} \right) \right] \cdot \frac{4}{3} = (2 - 1) \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3}.$

Bài 2. Ngô bấp tươi là một thực phẩm giàu năng lượng, phổ biến ở các nước châu Á. Theo Viện Dinh dưỡng Quốc gia, trong 100 gam ngô bấp tươi, chứa 52 gam nước; 4,1 gam protein; 2,3 gam lipid; 1,2 gam cellulosa; 0,8 gam tro và phần còn lại là glucid. Hỏi khối lượng glucid trong 500 gam ngô bấp tươi là bao nhiêu? (Bảng thành phần thực phẩm Việt Nam, NXB Y học 2007)

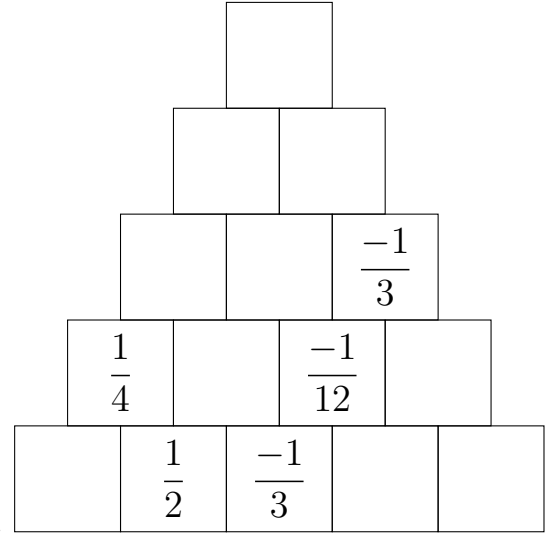
Hướng dẫn giải. Khối lượng glucid chứa trong 100 gam ngô bắp tươi là:

$$100 - 52 - 4,1 - 2,3 - 1,2 - 0,8 = 39,6(\text{gam}).$$

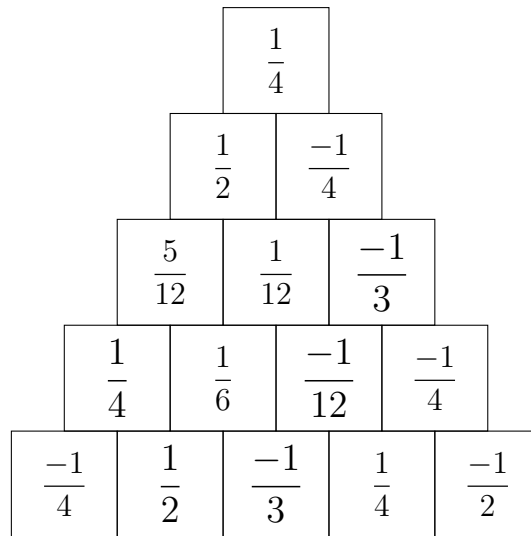
Vậy, khối lượng glucid trong 500 gam ngô bắp tươi là:

$$39,6 \cdot 5 = 198(\text{gam}).$$

Bài 3. Điền các số hữu tỉ thích hợp vào ô trống trong hình tháp dưới đây, biết rằng mỗi ô ở hàng



trên bằng tổng của hai số trong hai ô kề nó ở hàng dưới.



Hướng dẫn giải.

$-\frac{1}{32}$	\times	4	=	
:		\times		:
-8	:	$-\frac{1}{2}$		
=		=		=
	\times		=	

Bài 4. Điền số hoặc dấu thích hợp vào ô trống:

$-\frac{1}{32}$	\times	4	=	$-\frac{1}{8}$
:		\times		:
-8	:	$-\frac{1}{2}$	=	16
=	\times	=	=	=
$\frac{1}{256}$	\times	-2	=	$-\frac{1}{128}$

Hướng dẫn giải.

Bài 5. Với bài tập: Tính tổng $A = -5,2 \cdot 72 + 69,1 + 5,2 \cdot (-28) + (-1,1)$. Hai bạn Vuông và Tròn đã làm như sau:

Bài làm của Vuông:	Bài làm của Tròn:
$ \begin{aligned} A &= -374,4 + 69,1 + (-145,6) + (-1,1) \\ &= (-305,3) + (-145,6) + (-1,1) \\ &= (-450,9) + (-1,1) \\ &= -452. \end{aligned} $	$ \begin{aligned} A &= [(-5,2) \cdot 72 + (-5,2) \cdot 28] + (69,1 - 1,1) \\ &= (-5,2) \cdot (72 + 28) + 68 \\ &= (-520) + 68 \\ &= -452. \end{aligned} $

- Em hãy giải thích cách làm của mỗi bạn.
- Theo em, nên làm theo cách nào?

Hướng dẫn giải.

- Bạn Vuông tính giá trị của biểu thức lần lượt theo từng phép tính. Bạn Tròn vận dụng tính chất giao hoán và kết hợp, tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng để tính.
- Nên làm theo cách của bạn Tròn vì cách đó tính sẽ nhanh hơn.

Bài 6. Tính bằng cách hợp lý giá trị của các biểu thức:

- $A = \left(-\frac{1}{5} + \frac{3}{7}\right) : \frac{5}{4} + \left(-\frac{4}{5} + \frac{4}{7}\right) : \frac{5}{4};$
- $B = 2022, 2021 \cdot 1954, 1945 + 2022, 2021 \cdot (-1954, 1945).$

Hướng dẫn giải.

- $$\begin{aligned}
 A &= \left(-\frac{1}{5} + \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{4}{5} + \left(-\frac{4}{5} + \frac{4}{7}\right) \cdot \frac{4}{5} = \left[-\frac{1}{5} + \frac{3}{7} + \left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{4}{7}\right] \cdot \frac{4}{5} \\
 &= \left\{\left[\left(-\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)\right] + \left(\frac{3}{7} + \frac{4}{7}\right)\right\} \cdot \frac{4}{5} = (-1 + 1) \cdot \frac{4}{5} = 0 \cdot \frac{4}{5} = 0.
 \end{aligned}$$
- $B = 2022, 2021 \cdot [1954, 1945 + (-1954, 1945)] = 2022, 2021 \cdot 0 = 0.$

Bài 7. Đặt một cặp dấu ngoặc "(" vào biểu thức ở vế trái để được kết quả đúng bằng vế phải:

- $2, 2 - 3, 3 + 4, 4 - 5, 5 + 6, 6 = 6, 6.$
- $2, 2 - 3, 3 + 4, 4 - 5, 5 + 6, 6 = -6, 6.$

Hướng dẫn giải.

- $2, 2 - (3, 3 + 4, 4 - 5, 5) + 6, 6 = 6, 6;$
- $2, 2 - (3, 3 + 4, 4 - 5, 5 + 6, 6) = -6, 6.$

Bài 8. Chim ruồi "khổng lồ" Nam Mỹ (Giant hummingbird of South America) là loại chim ruồi

to nhất trên thế giới. Nó dài gấp $4\frac{1}{8}$ lần chim ruồi ong (bee hummingbird). Nếu độ dài của chim ruồi ong là 5,5 cm thì độ dài của chim ruồi "khổng lồ" Nam Mỹ là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. 22,6875 cm.

Bài 9. Mật độ dân số là số người sinh sống trên một đơn vị diện tích. Monaco là một đất nước ở khu vực Tây Âu, nằm ở một eo biển nhỏ phía nam nước Pháp, bên bờ biển Côte d'Azur. Đây là đất nước có mật độ dân số cao nhất thế giới. Monaco có diện tích khoảng 2,1 km². Năm 2020, ước tính dân số của Monaco là 38900 người. Hỏi mật độ dân số trên 1 km² của Monaco khoảng bao nhiêu? (Theo britannica.com)

Hướng dẫn giải. Mật độ dân số trên 1 km² của Monaco là:

$$38900 : 2,1 \approx 18524 \text{ (người/km}^2\text{)}.$$

IV. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Tính:

① $\frac{6}{7} + \frac{-8}{9};$

② $\frac{-5}{21} - \frac{19}{28};$

③ $\frac{13}{12} + \frac{-17}{36} - \frac{-13}{18}.$

Hướng dẫn giải.

① $\frac{6}{7} + \frac{-8}{9} = -\frac{2}{63};$

② $\frac{-5}{21} - \frac{19}{28} = -\frac{11}{12};$

③ $\frac{13}{12} + \frac{-17}{36} - \frac{-13}{18} = \frac{4}{3}.$

Bài 2. Tính:

① $\frac{-25}{28} \cdot \frac{21}{100};$

② $\frac{7}{9} : \frac{-35}{12}.$

Hướng dẫn giải.

① $\frac{-25}{28} \cdot \frac{21}{100} = \frac{-3}{16};$

② $\frac{7}{9} : \frac{-35}{12} = \frac{-4}{15}.$

Bài 3. Viết số hữu tỉ $\frac{7}{20}$ dưới các dạng sau đây

① Tổng của một số hữu tỉ dương và một số hữu tỉ âm.

② Tổng của hai số hữu tỉ dương trong đó một số là $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải.

① Ta có $\frac{7}{20} = \frac{10 + (-3)}{20} = \frac{10}{20} - \frac{3}{20} = \frac{1}{2} - \frac{3}{20}.$

② Giả sử số hữu tỉ còn lại cần tìm là x .

Ta có $\frac{7}{20} = x + \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{7}{20} - \frac{1}{4} = \frac{7}{20} - \frac{5}{20} = \frac{1}{10}.$

Vậy $\frac{7}{20} = \frac{1}{10} + \frac{1}{4}.$

Bài 4. Thực hiện phép tính

① $\frac{-5}{2} : \frac{3}{4};$

② $1,25 : (-3,5);$

③ $\frac{1}{5} : \left(-2\frac{4}{5}\right);$

④ $3 - 1\frac{4}{5} : \left(\frac{-3}{4}\right).$

Hướng dẫn giải.

① $\frac{-5}{2} : \frac{3}{4} = \frac{-5}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{-10}{3}.$

$$\textcircled{2} \quad 1,25 : (-3,5) = \frac{5}{4} : \frac{-7}{2} = \frac{5}{4} \cdot \frac{-2}{7} = \frac{5}{14}.$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{5} : \left(-2\frac{4}{5}\right) = \frac{1}{5} : \frac{-14}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{-5}{14} = \frac{-1}{14}.$$

$$\textcircled{4} \quad 3 - 1\frac{4}{5} : \left(\frac{-3}{4}\right) = 3 - \frac{9}{5} \cdot \frac{-4}{3} = 3 - \frac{-12}{5} = \frac{27}{5}.$$

Bài 5. Thực hiện các phép tính:

$$\textcircled{1} \quad A = \frac{3}{2} + \frac{2}{-3};$$

$$\textcircled{3} \quad C = \frac{-90}{189} + \frac{45}{84} - \frac{75}{126};$$

$$\textcircled{2} \quad B = -2 - \left(\frac{-3}{7}\right);$$

$$\textcircled{4} \quad D = 2\frac{2}{3} - 3\frac{3}{5} + \frac{1}{4}.$$

Hướng dẫn giải.

$$\textcircled{1} \quad A = \frac{3}{2} + \frac{2}{-3} = \frac{3}{2} + \frac{-2}{3} = \frac{9}{6} + \frac{-4}{6} = \frac{9-4}{6} = \frac{5}{6}.$$

$$\textcircled{2} \quad B = -2 - \left(\frac{-3}{7}\right) = \frac{-14}{7} - \frac{-3}{7} = \frac{-14 - (-3)}{7} = \frac{-11}{7}.$$

$$\textcircled{3} \quad C = \frac{-10}{21} + \frac{15}{28} - \frac{25}{42} = \frac{-40 + 45 - 50}{84} = \frac{-45}{84} = -\frac{15}{28}.$$

$$\textcircled{4} \quad D = 2\frac{2}{3} - 3\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{7}{2} - \frac{18}{5} + \frac{1}{4} = \frac{7 \cdot 10 - 18 \cdot 4 + 1 \cdot 5}{20} = \frac{70 - 72 + 5}{20} = \frac{3}{20}.$$

Bài 6. Thực hiện phép tính

$$\textcircled{1} \quad \frac{-8}{15} \cdot 1\frac{1}{4};$$

$$\textcircled{3} \quad \left(0,5 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{5} - 0,4\right);$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{-3}{4};$$

$$\textcircled{4} \quad 1\frac{1}{17} \cdot 1\frac{1}{24} \cdot (-5,1).$$

Hướng dẫn giải.

$$\textcircled{1} \quad \frac{-8}{15} \cdot 1\frac{1}{4} = \frac{-8}{15} \cdot \frac{5}{4} = \frac{-2}{3}.$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{-3}{4} = \frac{3}{5} + \frac{-3}{10} = \frac{3}{10}.$$

$$\textcircled{3} \quad \left(0,5 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{5} - 0,4\right) = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{5}\right) = \frac{-1}{4} \cdot \frac{-1}{5} = \frac{1}{20}.$$

$$\textcircled{4} \quad 1\frac{1}{17} \cdot 1\frac{1}{24} \cdot (-5,1) = \frac{18}{17} \cdot \frac{25}{24} \cdot \frac{-51}{10} = \frac{-45}{8}.$$

Bài 7. Thực hiện phép tính $A = \frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5} - \frac{1}{5 \cdot 6} - \frac{1}{6 \cdot 7} - \frac{1}{7 \cdot 8} - \frac{1}{8 \cdot 9} - \frac{1}{9 \cdot 10}.$

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) - \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) - \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{10} \\ &= \frac{-1}{15}. \end{aligned}$$

Bài 8. Tính giá trị của các biểu thức

$$① A = \frac{-5}{7} + \frac{7}{-5} + \frac{4}{7} + \frac{7}{4}.$$

$$② B = \frac{2}{-5} + \frac{-3}{7} + \frac{-7}{10} + \frac{3}{-8}.$$

$$③ C = \frac{-5}{7} + \frac{2}{-7} + \frac{4}{-9} + \frac{4}{9}.$$

$$④ D = \left(3 - \frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) - \left(2 + \frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(1 - \frac{7}{3} - \frac{9}{2}\right).$$

Hướng dẫn giải.

$$① A = \frac{-5}{7} + \frac{7}{-5} + \frac{4}{7} + \frac{7}{4} = \frac{-5}{7} + \frac{-7}{5} + \frac{4}{7} + \frac{7}{4} = \frac{-74}{35} + \frac{65}{28} = -\frac{296}{140} + \frac{325}{140} = \frac{29}{140}.$$

$$② B = \frac{-2}{5} + \frac{-3}{7} + \frac{-7}{10} + \frac{-3}{8} = \frac{-112}{280} + \frac{-120}{280} + \frac{-196}{280} + \frac{-105}{280} = -\frac{533}{280} = -1\frac{253}{280}.$$

$$③ C = \frac{-5}{7} + \frac{2}{-7} + \frac{4}{-9} + \frac{4}{9} = \frac{-5}{7} + \frac{-2}{7} + \frac{-4}{9} + \frac{4}{9} = -1.$$

$$④ D = (3 - 2 - 1) + \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{3} + \frac{7}{3}\right) + \left(-\frac{3}{4} + \frac{3}{2} + \frac{9}{2}\right) = \frac{5}{3} + \frac{21}{4} = \frac{83}{12}.$$

Bài 9. Tính giá trị của các biểu thức

$$① A = 1\frac{1}{8} - \frac{8}{9} + \frac{3}{25} + \frac{1}{4} - \frac{5}{16} + \frac{19}{25} - \frac{1}{9} + \frac{2}{25} - \frac{1}{81}.$$

$$② B = \frac{-1}{3} - \frac{8}{35} + \frac{-2}{9} - \frac{1}{35} + \frac{4}{5} + \frac{-4}{9} + \frac{3}{7}.$$

Hướng dẫn giải.

$$① A = \left(1\frac{1}{8} - \frac{5}{16} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{8}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{81}\right) + \left(\frac{3}{25} + \frac{19}{25} + \frac{2}{25}\right) = \frac{17}{16} - \frac{82}{81} + \frac{24}{25} = \frac{32729}{32400}.$$

$$② B = \left(\frac{-1}{3} + \frac{-2}{9} + \frac{-4}{9}\right) + \left(-\frac{8}{35} + \frac{4}{5} + \frac{3}{7}\right) - \frac{1}{135} = -1 + 1 - \frac{1}{135} = -\frac{1}{135}.$$

Bài 10. Tính giá trị của các biểu thức

$$① A = \left(\frac{-8}{19}\right) \cdot \left(\frac{25}{34}\right) \cdot \left(\frac{-17}{5}\right) \cdot \left(\frac{19}{-27}\right); \quad ② B = \left(\frac{-12}{35}\right) \cdot \left(\frac{-21}{15}\right) \cdot \left(\frac{25}{9}\right).$$

Hướng dẫn giải.

$$① A = \left[\left(\frac{-8}{19}\right) \cdot \left(\frac{19}{-27}\right)\right] \cdot \left[\left(\frac{25}{34}\right) \cdot \left(\frac{-17}{5}\right)\right] = \frac{8}{27} \cdot \frac{-5}{2} = -\frac{20}{27}.$$

$$② B = \frac{-4}{1} \cdot \frac{-1}{1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3}.$$

Bài 11. Thực hiện các phép tính sau (bằng cách hợp lí nếu có thể):

$$① \frac{5}{31} \cdot \frac{21}{25} + \frac{5}{31} \cdot \frac{-7}{10} - \frac{5}{31} \cdot \frac{9}{20}; \quad ② \left(\frac{13}{24} - \frac{29}{30}\right) : \left(-\frac{51}{5}\right).$$

Hướng dẫn giải.

$$① \frac{5}{31} \cdot \frac{21}{25} + \frac{5}{31} \cdot \frac{-7}{10} - \frac{5}{31} \cdot \frac{9}{20} = -\frac{1}{20};$$

$$② \left(\frac{13}{24} - \frac{29}{30}\right) : \left(-\frac{51}{5}\right) = \frac{1}{24}.$$

Bài 12. Tính các biểu thức sau bằng cách hợp lí

① $\frac{5}{6} \cdot 17\frac{1}{3} - \frac{5}{6} \cdot 47\frac{1}{3};$

③ $\frac{12}{7} : \frac{1}{19} + \frac{2}{7} : \frac{1}{19};$

② $\frac{11}{25} \cdot (-24,8) - \frac{11}{25} \cdot 75,2;$

④ $4,7 : \frac{1}{5} + 0,3 : \frac{1}{5}.$

Hướng dẫn giải.

① $\frac{5}{6} \cdot 17\frac{1}{3} - \frac{5}{6} \cdot 47\frac{1}{3} = \frac{5}{6} \cdot \left(17\frac{1}{3} - 47\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6} \cdot (-30) = -25.$

② $\frac{11}{25} \cdot (-24,8) - \frac{11}{25} \cdot 75,2 = \frac{11}{25} \cdot ((-24,8) - 75,2) = \frac{11}{25} \cdot (-100) = -44.$

③ $\frac{12}{7} : \frac{1}{19} + \frac{2}{7} : \frac{1}{19} = \left(\frac{12}{7} + \frac{2}{7}\right) : \frac{1}{19} = 2 \cdot 19 = 38.$

④ $4,7 : \frac{1}{5} + 0,3 : \frac{1}{5} = (4,7 + 0,3) : \frac{1}{5} = 5 \cdot 5 = 25.$

Bài 13. Tính giá trị các biểu thức sau theo cách hợp lí nhất:

① $M = \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right)$

② $P = \frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{3}{5} - \frac{7}{45} - \left(\frac{5}{9}\right) + \frac{1}{12} + \frac{1}{35};$

③ $Q = \left(5 - \frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(6 + \frac{7}{4} - \frac{8}{5}\right) - \left(2 - \frac{5}{4} + \frac{16}{5}\right).$

Hướng dẫn giải.

① Ta có hai cách để tính M như sau:

Cách 1: Ta tính giá trị của các biểu thức trong ngoặc

$$\begin{aligned} A &= \frac{6 \cdot 6 - 2 \cdot 2 + 1 \cdot 3}{6} - \frac{5 \cdot 6 + 5 \cdot \dots + 2 - 3 \cdot 3}{6} - \frac{3 \cdot 6 - 7 \cdot 2 + 5 \cdot 3}{6} \\ &= \frac{35}{6} - \frac{31}{6} - \frac{19}{6} = \frac{-15}{6} = \frac{-5}{2}. \end{aligned}$$

Cách 2: Bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các số hạng thích hợp:

$$\begin{aligned} A &= 6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 5 - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} - 3 + \frac{7}{3} - \frac{5}{2} \\ &= (6 - 5 - 3) + \left(-\frac{2}{3} - \frac{5}{3} + \frac{7}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{5}{2}\right) = -2 - \frac{1}{2} = \frac{-5}{2}. \end{aligned}$$

②

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{3}{5} - \frac{7}{45} + \frac{5}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{35} \\ &= \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}\right) + \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{45}\right) + \frac{3}{5} + \frac{1}{35} = 1 + \frac{4}{5} + \frac{3}{5} + \frac{1}{35} = 2\frac{1}{35} \end{aligned}$$

③

$$\begin{aligned} Q &= (5 - 6 - 2) + \left(-\frac{3}{4} - \frac{7}{4} + \frac{5}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{8}{5} - \frac{16}{5}\right) = -\left(3 + \frac{5}{4} + \frac{23}{5}\right) \\ &= -\left(3 + 1\frac{1}{4} + 4\frac{3}{5}\right) = -8\frac{17}{20}. \end{aligned}$$

Bài 14. Tìm số hữu tỉ x , biết

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x + \frac{2}{7} &= \frac{3}{14}; & \textcircled{3} \quad \frac{-3}{11} - x &= \frac{-5}{22}; & \textcircled{4} \quad \frac{7}{20} - \left(\frac{2}{5} + x\right) &= \frac{1}{6}. \\ \textcircled{2} \quad x - \frac{4}{15} &= \frac{3}{10}; \end{aligned}$$

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \text{Ta có: } x + \frac{2}{7} &= \frac{3}{14} \Rightarrow x = \frac{3}{14} - \frac{2}{7} = \frac{3}{14} - \frac{4}{14} = \frac{-1}{14}. \\ \text{Vậy } x &= \frac{-1}{14}. \\ \textcircled{2} \quad \text{Ta có: } x - \frac{4}{15} &= \frac{3}{10} \Rightarrow x = \frac{3}{10} + \frac{4}{15} = \frac{9}{30} + \frac{8}{30} = \frac{17}{30}. \\ \text{Vậy } x &= \frac{17}{30}. \\ \textcircled{3} \quad \text{Ta có: } \frac{-3}{11} - x &= \frac{-5}{22} \Rightarrow -x = \frac{-5}{22} + \frac{3}{11} = \frac{-5}{22} + \frac{6}{22} = \frac{1}{22}. \\ \text{Vậy } x &= \frac{-1}{22}. \\ \textcircled{4} \quad \text{Ta có: } \frac{7}{20} - \left(\frac{2}{5} + x\right) &= \frac{1}{6} \Rightarrow -x = \frac{1}{6} - \frac{7}{20} + \frac{2}{5} = \frac{10}{60} - \frac{21}{60} + \frac{24}{60} = \frac{13}{60}. \\ \text{Vậy } x &= \frac{-13}{60}. \end{aligned}$$

Bài 15. Tìm x biết

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x - \frac{2}{35} &= \frac{-3}{35}. & \textcircled{3} \quad \frac{11}{12} - \left(x + \frac{2}{5}\right) &= \frac{2}{3}. \\ \textcircled{2} \quad \frac{-2}{9} - x &= \frac{1}{3}. & \textcircled{4} \quad \frac{5}{4} - \left(x + \frac{1}{3}\right) &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x - \frac{2}{35} &= \frac{-3}{35} \Leftrightarrow x = \frac{-3}{35} + \frac{2}{35} = \frac{-21}{175} + \frac{10}{175} = \frac{-11}{175}. \\ \textcircled{2} \quad \frac{-2}{9} - x &= \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{-2}{9} - \frac{1}{3} = \frac{-2}{9} - \frac{3}{9} = \frac{-5}{9}. \\ \textcircled{3} \quad \frac{11}{12} - \left(x + \frac{2}{5}\right) &= \frac{2}{3} \Leftrightarrow \left(x + \frac{2}{5}\right) = \frac{11}{12} - \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} - \frac{2}{5} = \frac{-3}{20}. \\ \textcircled{4} \quad \frac{5}{4} - \left(x + \frac{1}{3}\right) &= \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}. \end{aligned}$$

Bài 16. Tìm x , biết

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \frac{10}{9} : x + \frac{7}{12} &= -\frac{2}{3}; & \textcircled{2} \quad \left(\frac{4}{15} - \frac{1}{6}\right) \cdot x &= -\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{27}. \end{aligned}$$

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x &= \frac{8}{9}; & \textcircled{2} \quad x &= \frac{-20}{9}. \end{aligned}$$

Bài 17. Tìm x biết

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) &= 0; & \textcircled{2} \quad \frac{2}{3} + \frac{3}{2} : x &= \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

Hướng dẫn giải.

① Ta có $x \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \frac{3}{2}$.

Vậy $x = 0$ hoặc $x = \frac{3}{2}$.

② Ta có

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} + \frac{3}{2} : x = \frac{4}{5} &\Leftrightarrow \frac{3}{2} : x = \frac{4}{5} - \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{2} : x = \frac{12-10}{15} \\ &\Leftrightarrow \frac{3}{2} : x = \frac{2}{15} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} : \frac{2}{15} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \cdot \frac{15}{2} = \frac{45}{4}. \end{aligned}$$

Vậy $x = \frac{45}{4}$.

☑ **Bài 18.** Tìm x biết

① $\frac{6}{7}x = \frac{-5}{28}$;

③ $\left(x + \frac{4}{7}\right)\left(x - \frac{8}{9}\right) = 0$;

② $\frac{2}{5} + \frac{1}{4}x = \frac{-3}{10}$;

④ $(3x - 2)\left(2x - \frac{2}{3}\right) = 0$.

👉 *Hướng dẫn giải.*

① Ta có $\frac{6}{7}x = \frac{-5}{28} \Leftrightarrow x = \frac{-5}{28} : \frac{6}{7} \Leftrightarrow x = \frac{-5}{28} \cdot \frac{7}{6} \Leftrightarrow x = -\frac{5}{24}$.

Vậy $x = -\frac{5}{24}$.

② Ta có

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} + \frac{1}{4}x = \frac{-3}{10} &\Leftrightarrow \frac{x}{4} = \frac{-3}{10} - \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{x}{4} = \frac{-3-4}{10} \\ &\Leftrightarrow \frac{x}{4} = -\frac{7}{10} \Leftrightarrow x = 4 \cdot \left(-\frac{7}{10}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{14}{5}. \end{aligned}$$

Vậy $x = -\frac{14}{5}$.

③ $\left(x + \frac{4}{7}\right)\left(x - \frac{8}{9}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{4}{7} = 0$ hoặc $x - \frac{8}{9} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{7}$ hoặc $x = \frac{8}{9}$.

Vậy $x = -\frac{4}{7}$ hoặc $x = \frac{8}{9}$.

④ $(3x - 2)\left(2x - \frac{2}{3}\right) = 0 \Rightarrow$ ta xét hai trường hợp:

1) $3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

2) $2x - \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} : 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Vậy $x = \frac{2}{3}$ hoặc $x = \frac{1}{3}$.

☑ **Bài 19.** Tìm x , biết

① $1\frac{5}{9} \cdot x = \frac{28}{9}$;

② $\left(x - \frac{5}{7}\right) : \frac{-2}{3} = \frac{3}{7}$.

👉 *Hướng dẫn giải.*

① $x = \frac{10}{9}$.

② $x = \frac{3}{7}$.

☑ **Bài 20.** Tìm số nguyên x , biết $\frac{-1}{15} - \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{2} < x < \frac{11}{15} : \frac{9}{10}$.

Hướng dẫn giải. Ta có

$$\begin{aligned} \frac{-1}{15} - \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{2} < x < \frac{11}{15} : \frac{9}{10}. \\ \frac{-31}{60} < x < \frac{22}{27}. \end{aligned}$$

Vì x là số nguyên nên $x = 0$.

Bài 21. Điền số nguyên thích hợp vào ô trống

$$\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) < \square < \frac{1}{48} - \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{6} \right).$$

Hướng dẫn giải. Ta có

$$\diamond \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3 + 1 \cdot 4}{12} = \frac{7}{12} \Rightarrow \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2} - \frac{7}{12} = \frac{6}{12} - \frac{7}{12} = -\frac{1}{12}.$$

$$\diamond \frac{1}{16} - \frac{1}{6} = \frac{3}{48} - \frac{8}{48} = \frac{-5}{48} \Rightarrow \frac{1}{48} - \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{48} - \left(\frac{-5}{48} \right) = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}.$$

Gọi x là số nguyên cần tìm. Khi đó x phải thỏa mãn $-\frac{1}{12} < x < \frac{1}{8} \Rightarrow x = 0$.

Vậy số nguyên cần tìm là 0.

Bài 22. Tìm các số nguyên x thỏa mãn $2\frac{3}{11} \cdot 1\frac{1}{12} \cdot (-2,2) < x < \left(0,4 - \frac{4}{5}\right) \left(\frac{3}{4} - 0,2\right)$.

Hướng dẫn giải. Ta có

$$\begin{aligned} 2\frac{3}{11} \cdot 1\frac{1}{12} \cdot (-2,2) &= \frac{25}{11} \cdot \frac{13}{12} \cdot \frac{-12}{5} = \frac{5}{11} \cdot \frac{13}{1} \cdot (-1) = -\frac{65}{11}; \\ \text{và } \left(0,4 - \frac{4}{5}\right) \left(\frac{3}{4} - 0,2\right) &= (0,4 - 0,8) (0,75 - 0,2) = (-0,4) \cdot 0,55 = -\frac{2}{5} \cdot \frac{11}{20} = -\frac{11}{50}. \end{aligned}$$

Do x nguyên nên $x = -5, -4, -3, -2, -1$.

V. BÀI TẬP NÂNG CAO

Câu 1. Rút gọn $M = \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}}$.

Câu 2. Tính $A = \frac{\frac{2}{3} - \frac{2}{5} - \frac{2}{7} + \frac{2}{11}}{\frac{13}{3} - \frac{13}{5} - \frac{13}{7} + \frac{13}{11}}$.

Câu 3. Tính nhanh giá trị của biểu thức $A = \frac{0,75 + 0,6 - \frac{3}{7} - \frac{3}{13}}{2,75 + 2,2 - \frac{11}{7} - \frac{11}{13}}$.

Câu 4. Cho hai biểu thức

$$A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{19}\right) \left(1 - \frac{1}{20}\right),$$

$$B = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{81}\right) \left(1 - \frac{1}{100}\right).$$

① So sánh A với $\frac{1}{21}$;

② So sánh B với $\frac{11}{21}$.

↔ **Câu 5.** Tính $A = \left(\frac{1}{10} - 1\right) \left(\frac{1}{11} - 1\right) \left(\frac{1}{12} - 1\right) \cdots \left(\frac{1}{99} - 1\right) \left(\frac{1}{100} - 1\right)$.

↔ **Câu 6.** Tìm số hữu tỉ x , biết

① $\frac{x-100}{24} + \frac{x-98}{26} + \frac{x-96}{28} = 3;$

③ $\frac{x-28-124}{x-\frac{2011}{124}-28} + \frac{x-124-2011}{28} = 3.$

② $\frac{x-1}{65} + \frac{x-3}{63} = \frac{x-5}{61} + \frac{x-7}{59};$

↔ **Câu 7.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \left(x - \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{11}{12}$.

↔ **Câu 8.** Tính giá trị lớn nhất của các biểu thức

① $B = -\left(x + \frac{18}{1273}\right)^2 - \frac{183}{121};$

② $C = \frac{4}{\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + 5}$

③ $D = \frac{15}{(x-8)^2 - 4}.$

↔ **Câu 9.** Tìm hai số x, y sao cho $x + y = xy = \frac{x}{y}$, với $y \neq 0$.

3 LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ



1) Lũy thừa với số mũ tự nhiên

Định nghĩa 1.

Lũy thừa bậc n của một số hữu tỉ x , kí hiệu x^n , là tích của n thừa số x (n là số tự nhiên lớn hơn 1):

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{n \text{ thừa số}} \quad (x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1).$$

x^n đọc là x mũ n hoặc x lũy thừa n hoặc lũy thừa bậc n của x . x gọi là cơ số, n gọi là số mũ.

Quy ước: $x^0 = 1 (x \neq 0)$; $x^1 = x$.



Lưu ý. Lũy thừa của một tích bằng tích các lũy thừa; Lũy thừa của một thương bằng thương các lũy thừa.

$$(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n; \quad \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0).$$

Ta định nghĩa $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$, với n là số nguyên dương, $x \neq 0$.

2) Nhân và chia hai lũy thừa cùng cơ số

Định nghĩa 2.

◇ Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng hai số mũ.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}.$$

◇ Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số khác 0, ta giữ nguyên cơ số và lấy số mũ của lũy thừa bị chia trừ số mũ của lũy thừa chia.

$$x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0, m \geq n)$$

3) Lũy thừa của lũy thừa

Định nghĩa 3.

Khi tính lũy thừa của một lũy thừa, ta giữ nguyên cơ số và nhân hai số mũ.

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}.$$

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1 Tính giá trị của một lũy thừa hoặc viết một số dưới dạng lũy thừa

Vận dụng định nghĩa lũy thừa:

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdots x}_{n \text{ thừa số}} \quad (x \in \mathbb{Q}; n \in \mathbb{N}; n > 1).$$

Ví dụ 1

Tính

① $\left(\frac{2}{3}\right)^4$;

③ $\left(-1\frac{1}{4}\right)^3$;

⑤ $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$;

② $(-0,5)^2$;

④ $(-3)^3$;

⑥ $-\left(-\frac{3}{2}\right)^3$.

Lời giải.

① $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$;

⑤ $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{16}{81}$.

② $(-0,5)^2 = 0,25$;

③ $\left(-1\frac{1}{4}\right)^3 = \left(-\frac{5}{4}\right)^3 = -\frac{125}{64}$;

⑥ $-\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{8}$.

④ $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$.

Lưu ý.

- ◇ Lũy thừa bậc chẵn của một số âm là một số dương.
- ◇ Lũy thừa bậc lẻ của một số âm là một số âm.

Bài 1. Không sử dụng máy tính, hãy tính:

① $(-2)^{11}$, biết $(-2)^{10} = 1024$;

② $\left(-\frac{3}{2}\right)^8$, biết $\left(-\frac{3}{2}\right)^7 = -\frac{2187}{128}$.

Hướng dẫn giải.

① Ta có $(-2)^{11} = (-2)^{10} \cdot (-2) = 1024 \cdot (-2) = -2048$;

② Ta có $\left(-\frac{3}{2}\right)^8 = \left(-\frac{3}{2}\right)^7 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{2187}{128} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{6561}{256}$.

Bài 2. Tính

① $(-1) \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4 \cdots (-1)^9 \cdot (-1)^{10}$;

② $\left[\frac{1}{100} - 1^2\right] \cdot \left[\frac{1}{100} - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] \cdot \left[\frac{1}{100} - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] \cdots \left[\frac{1}{100} - \left(\frac{1}{20}\right)^2\right]$.

Hướng dẫn giải.

$$\textcircled{1} (-1) \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4 \cdots (-1)^9 \cdot (-1)^{10} = (-1) \cdot (+1) \cdot (-1) \cdot (+1) \cdots (-1) \cdot (+1) \text{ (có 5 thừa số } = -1.$$

$$\textcircled{2} \left[\frac{1}{100} - 1^2 \right] \cdot \left[\frac{1}{100} - \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{1}{100} - \left(\frac{1}{3} \right)^2 \right] \cdots \left[\frac{1}{100} - \left(\frac{1}{20} \right)^2 \right] \\ = \left[\frac{1}{100} - 1^2 \right] \cdot \left[\frac{1}{100} - \frac{1}{4} \right] \cdot \left[\frac{1}{100} - \frac{1}{9} \right] \cdots \left[\frac{1}{100} - \frac{1}{100} \right] \cdots \left[\frac{1}{100} - \frac{1}{400} \right] = 0.$$

Bài 3. Viết các số hữu tỉ sau dưới dạng lũy thừa của một số.

$$\textcircled{1} \frac{-27}{125};$$

$$\textcircled{2} \frac{16}{81}.$$

Hướng dẫn giải.

$$\textcircled{1} \frac{-27}{125} = \left(-\frac{3}{5} \right)^3;$$

$$\textcircled{2} \frac{16}{81} = \left(\frac{4}{9} \right)^2 = \left(-\frac{4}{9} \right)^2 = \left(\frac{2}{3} \right)^4 = \left(-\frac{2}{3} \right)^4.$$

Dạng 2 Tính tích, tính thương của hai lũy thừa cùng cơ số và tính lũy thừa của một lũy thừa

Áp dụng các công thức

$$(1) x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$(2) x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0, m \geq n)$$

$$(3) (x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

Có nhiều khi công thức (3) được dùng theo chiều ngược lại $x^{m \cdot n} = (x^m)^n$

Ví dụ 1

Tính

$$\textcircled{1} \left(-\frac{1}{3} \right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right);$$

$$\textcircled{3} 2^4 : 2^7;$$

$$\textcircled{2} 2^7 : 2^4;$$

$$\textcircled{4} \left[\left(\frac{1}{2} \right)^3 \right]^2.$$

Lời giải.

$$\textcircled{1} \left(-\frac{1}{3} \right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) = \left(-\frac{1}{3} \right)^6 = \frac{1}{729}.$$

$$\textcircled{3} 2^4 : 2^7 = 2^{4-7} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}.$$

$$\textcircled{2} 2^7 : 2^4 = 2^3 = 8.$$

$$\textcircled{4} \left[\left(\frac{1}{2} \right)^3 \right]^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^6 = \frac{1}{64}.$$

Bài 1. Thu gọn và viết biểu thức dưới dạng lũy thừa của một cơ số

$$\textcircled{1} \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{4}{5} \right)^5;$$

$$\textcircled{2} \left(\frac{3}{4} \right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^5;$$

$$\textcircled{3} \left(-\frac{2}{5} \right)^4 \cdot \left(\frac{2}{5} \right)^5;$$

$$\textcircled{4} \left[\left(\frac{2}{3} \right)^3 \right]^4.$$

Hướng dẫn giải.

$$\textcircled{1} \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{4}{5} \right)^5 = \left(\frac{4}{5} \right)^{5+1} = \left(\frac{4}{5} \right)^6.$$

$$\textcircled{3} \left(-\frac{2}{5} \right)^4 \cdot \left(\frac{2}{5} \right)^5 = \left(\frac{2}{5} \right)^4 \cdot \left(\frac{2}{5} \right)^5 = \left(\frac{2}{5} \right)^9.$$

$$\textcircled{2} \left(\frac{3}{4} \right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^5 = \left(\frac{3}{4} \right)^{2+5} = \left(\frac{3}{4} \right)^7.$$

$$\textcircled{4} \left[\left(\frac{2}{3} \right)^3 \right]^4 = \left(\frac{2}{3} \right)^{3 \cdot 4} = \left(\frac{2}{3} \right)^{12}.$$

Bài 2. Có bao nhiêu cách biểu diễn số 5^{12} dưới dạng $(5^m)^n$ với m, n là các số tự nhiên khác 1?

Hướng dẫn giải. Ta có

$$5^{12} = (5^2)^6 = (5^3)^4 = (5^4)^3 = (5^6)^2.$$

Vậy có bốn cách biểu diễn số 5^{12} dưới dạng lũy thừa của một lũy thừa với các số mũ tự nhiên khác 1.

Bài 3. Rút gọn các biểu thức sau

① $\frac{8^5}{4^7};$

② $\frac{49^2 \cdot 7^8}{98 \cdot 7^9};$

③ $A = \frac{25^3 \cdot 5^5}{6 \cdot 5^{10}}.$

④ $B = \frac{2^5 \cdot 6^3}{8^2 \cdot 9^2}.$

Hướng dẫn giải.

① $\frac{8^5}{4^7} = \frac{(2^3)^5}{(2^2)^7} = \frac{2^{15}}{2^{14}} = 2.$

③ Ta có: $A = \frac{25^3 \cdot 5^5}{6 \cdot 5^{10}} = \frac{5^{11}}{6 \cdot 5^{10}} = \frac{5}{6}.$

② $\frac{49^2 \cdot 7^8}{98 \cdot 7^9} = \frac{(7^2)^2 \cdot 7^8}{2 \cdot 7^2 \cdot 7^9} = \frac{7^{12}}{2 \cdot 7^{11}} = \frac{7}{2} = 3,5.$

④ Ta có: $B = \frac{2^5 6^3}{8^2 \cdot 9^2} = \frac{2^5 (2 \cdot 3)^3}{(2^3)^2 \cdot (3^2)^2} = \frac{2^8 3^3}{2^6 \cdot 3^4} = \frac{3}{4}.$

Bài 4. Chứng minh rằng

① $11^6 - 11^5 + 11^4$ chia hết cho 111;

② $16^5 + 2^{19} - 8^6$ chia hết cho 10.

Hướng dẫn giải.

① Ta có $11^6 - 11^5 + 11^4 = 11^4 \cdot (11^2 - 11 + 1) = 11^4 \cdot 111 : 111.$

② $16^5 + 2^{19} - 8^6 = (2^4)^5 + 2^{19} - (2^3)^6 = 2^{20} + 2^{19} - 2^{18} = 2^{18} \cdot (2^2 + 2 - 1) = 2^{18} \cdot 5 = 2^{17} \cdot 10 : 10.$

Bài 5. Rút gọn biểu thức rồi viết kết quả dưới dạng lũy thừa của một số

$$M = 3^{-2} \cdot \left[\left(\frac{2}{3} \right)^7 + \left(\frac{2}{3} \right)^7 + \left(\frac{2}{3} \right)^7 + \left(\frac{2}{3} \right)^7 + \left(\frac{2}{3} \right)^7 + \left(\frac{2}{3} \right)^7 \right].$$

Hướng dẫn giải.

$$M = \frac{1}{3^2} \cdot 6 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^7 = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^7 = \left(\frac{2}{3} \right)^8.$$

Dạng

3

Tính lũy thừa của một tích, lũy thừa của một thương

Áp dụng các công thức

(1) $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$

(2) $\left(\frac{x}{y} \right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0).$

Các công thức trên còn được sử dụng theo chiều ngược lại.

Ví dụ 1



Viết các lũy thừa sau dưới dạng tích hoặc thương của các lũy thừa

① $\left(5 \cdot \frac{3}{7} \right)^4;$

② $\left(\frac{2}{3} : \frac{5}{6} \right)^3.$

Lời giải.

$$\textcircled{1} \left(5 \cdot \frac{3}{7}\right)^4 = 5^4 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^4.$$

$$\textcircled{2} \left(\frac{2}{3} : \frac{5}{6}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{5}{6}\right)^3.$$

Bài 1. Tính bằng cách hợp lí nhất

$$\textcircled{1} (0,125)^3 \cdot 512;$$

$$\textcircled{2} \frac{230^5}{23^5}.$$

Hướng dẫn giải.

$$\textcircled{1} (0,125)^3 \cdot 512 = (0,125)^3 \cdot 8^3 = (0,125 \cdot 8)^3 = 1^3 = 1.$$

$$\textcircled{2} \frac{230^5}{23^5} = \left(\frac{230}{23}\right)^5 = 10^5 = 100000.$$

Bài 2. Viết biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số

$$\textcircled{1} \frac{21^{30}}{63^{15}};$$

$$\textcircled{2} \frac{28^9 \cdot 30^9}{105^9}.$$

Hướng dẫn giải.

$$\textcircled{1} \text{Ta có } \frac{21^{30}}{63^{15}} = \frac{(3 \cdot 7)^{30}}{(3^2 \cdot 7)^{15}} = \frac{3^{30} \cdot 7^{30}}{3^{30} \cdot 7^{15}} = 7^{15}.$$

$$\textcircled{2} \frac{28^9 \cdot 30^9}{105^9} = \left(\frac{28 \cdot 30}{105}\right)^9 = \left(\frac{2^2 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 2}{7 \cdot 15}\right)^9 = (2^2)^9 = 2^{18}.$$

Bài 3. Tính giá trị của các biểu thức sau

$$\textcircled{1} \frac{(5^5 - 5^4)^3}{50^6};$$

$$\textcircled{2} \frac{32^3 \cdot 9^5}{8^3 \cdot 6^6}.$$

Hướng dẫn giải.

$$\textcircled{1} \text{Ta có } \frac{(5^5 - 5^4)^3}{50^6} = \frac{[5^4(5 - 1)]^3}{(2 \cdot 5^2)^6} = \frac{5^{12} \cdot 4^3}{2^6 \cdot 5^{12}} = \frac{(2^2)^3}{2^6} = 1.$$

$$\textcircled{2} \text{Ta có } \frac{32^3 \cdot 9^5}{8^3 \cdot 6^6} = \frac{(2^5)^3 \cdot (3^2)^5}{(2^3)^3 \cdot (2 \cdot 3)^6} = \frac{2^{15} \cdot 3^{10}}{2^9 \cdot 2^6 \cdot 3^6} = 3^4 = 81.$$

Dạng 4 Tìm cơ số, tìm số mũ của một lũy thừa

Có thể sử dụng các tính chất được thừa nhận dưới đây

$\textcircled{1}$ Với $a \neq 0$; $a \neq \pm 1$, nếu $a^m = a^n$ thì $m = n$.

$\textcircled{2}$ Với $n \in \mathbb{N}$; $n \geq 1$, nếu $a^n = b^n$ thì

\textcircled{a} $a = b$ nếu n lẻ;

\textcircled{b} $a = \pm b$ nếu n chẵn.

Ví dụ 1

Tìm số hữu tỉ x biết rằng:

$$\textcircled{1} 2^{x+1} = 4;$$

$$\textcircled{2} 3^{2x-9} = 27.$$

Lời giải.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \text{Ta có } 2^{x+1} = 4 \\ & 2^{x+1} = 2^2 \\ & x+1 = 2 \\ & x = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \text{Ta có } 3^{2x-9} = 27 \\ & 3^{2x-9} = 3^3 \\ & 2x-9 = 3 \\ & x = 6. \end{aligned}$$

Bài 1. Tìm số hữu tỉ x biết rằng:

$$\textcircled{1} \quad 2^x = 32^5 \cdot 64^6;$$

$$\textcircled{2} \quad \left(\frac{1}{7}\right)^x = \left(\frac{1}{343}\right)^3.$$

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \text{Ta có } 2^x = 32^5 \cdot 64^6 \\ & 2^x = 2^{25} \cdot 2^{36} \\ & 2^x = 2^{61} \\ & x = 61. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \text{Ta có } \left(\frac{1}{7}\right)^x = \left(\frac{1}{343}\right)^3 \\ & \left(\frac{1}{7}\right)^x = \left(\frac{1}{7^3}\right)^3 \\ & \left(\frac{1}{7}\right)^x = \left(\frac{1}{7}\right)^9 \\ & x = 9. \end{aligned}$$

Bài 2. Tìm số hữu tỉ x biết rằng:

$$\textcircled{1} \quad 5 \cdot 3^x = 15 \cdot 3^5.$$

$$\textcircled{2} \quad 7^x = 7^2 \cdot 49.$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{3}{5} \cdot 4^x = \frac{3}{5} \cdot 2^7.$$

$$\textcircled{4} \quad 4^{x+2} = 4 \cdot 4^{10} - 3 \cdot 4^{10}.$$

Hướng dẫn giải.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \text{Ta có } 5 \cdot 3^x = 15 \cdot 3^5 \\ & 5 \cdot 3^x = 3 \cdot 5 \cdot 3^5 \\ & 3^x = 3^6 \\ & x = 6. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & \frac{3}{5} \cdot 4^x = \frac{3}{5} \cdot 2^7 \\ & 2^{2x} = 2^7 \\ & 2x = 7 \\ & x = \frac{7}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \text{Ta có } 7^x = 7^2 \cdot 49 \\ & 7^x = 7^2 \cdot 7^2 \\ & 7^x = 7^4 \\ & x = 4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & 4^{x+2} = 4 \cdot 4^{10} - 3 \cdot 4^{10} \\ & 4^{x+2} = 4^{10} \\ & x+2 = 10 \\ & x = 8. \end{aligned}$$

Bài 3. Tìm số tự nhiên n , biết

$$\textcircled{1} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{8}{27};$$

$$\textcircled{2} \quad 3^{n+1} = 9^2.$$

Hướng dẫn giải.

$$\textcircled{1} \quad \text{Ta có } \left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{8}{27} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^n = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow n = 3.$$

$$\textcircled{2} \quad 3^{n+1} = 9^2 \Rightarrow 3^{n+1} = 3^4 \Rightarrow n+1 = 4 \Rightarrow n = 3.$$

Bài 4. Tìm số tự nhiên n , biết

$$\textcircled{1} \quad \frac{625}{5^n} = 5^3;$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{(-2)^n}{-128} = 4.$$

Hướng dẫn giải.

① Ta có $\frac{625}{5^n} = 5^3 \Rightarrow \frac{5^4}{5^n} = 5^3 \Rightarrow 5^n = 5 \Rightarrow n = 1$.

② $\frac{(-2)^n}{-128} = 4 \Rightarrow (-2)^n = (-2)^9 \Rightarrow n = 9$.

Bài 5. Tìm tất cả các số nguyên n thỏa mãn các đẳng thức sau:

① $3^{-2} \cdot 9^n = 3^n$.

③ $a^{(n+5)(n-8)} = 1$.

② $\left(\frac{9}{25}\right)^n = \left(\frac{3}{5}\right)^{-4}$.

④ $\frac{1}{2} \cdot 2^n = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 4^2 - 4 \cdot 2^n$.

Hướng dẫn giải.

① Ta có: $3^{-2} \cdot 9^n = 3^n \Leftrightarrow 3^{-2} \cdot 3^{2n} = 3^n \Leftrightarrow 3^{-2+2n} = 3^n \Leftrightarrow 2n - 2 = n \Leftrightarrow n = 2$. Vậy, đẳng thức đúng khi $n = 2$.

② Ta có:

$$\left(\frac{9}{25}\right)^n = \left(\frac{3}{5}\right)^{-4} \Leftrightarrow \left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^n = \left(\frac{3}{5}\right)^{-4} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{2n} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-4} \Leftrightarrow 2n = -4 \Leftrightarrow n = -2$$

Vậy, đẳng thức đúng khi $n = -2$.

③ Ta có: $a^{(n+5)(n-8)} = 1 \Leftrightarrow (n+5)(n-8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n+5=0 \\ n-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=-5 \\ n=8 \end{cases}$ Vậy, đẳng thức đúng khi $n = -5$ hoặc $n = 8$.

④ Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot 2^n &= 2^1 \cdot 3^2 \cdot 4^2 - 4 \cdot 2^n \Leftrightarrow 2^{-1} \cdot 2^n + 4 \cdot 2^n = 3^2 \cdot 2 \cdot (2^2)^2 \Leftrightarrow 2^{n-1} + 4 \cdot 2^n = 9 \cdot 2^5 \\ &\Leftrightarrow 2^{n-1}(1 + 4 \cdot 2) = 9 \cdot 2^5 \Leftrightarrow 2^{n-1} \cdot 9 = 9 \cdot 2^5 \\ &\Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^5 \Leftrightarrow n - 1 = 5 \Leftrightarrow n = 6 \end{aligned}$$

Vậy, đẳng thức đúng khi $n = 6$.

Bài 6. Tìm x biết:

① $(x+1)^3 = 216$.

③ $(2x-2)^2 = 16$.

⑤ $(1-x)^3 = 216$.

② $(x-1)^4 = 16$.

④ $3^{x+1} - 3^x = 162$.

⑥ $5^{x+1} - 2 \cdot 5^x = 375$.

Hướng dẫn giải.

① Ta có $(x+1)^3 = 216 \Rightarrow (x+1)^3 = 6^3 \Rightarrow x+1 = 6 \Rightarrow x = 5$.

② Ta có $(x-1)^4 = 16$ mà $16 = (\pm 2)^4 \Rightarrow (x-1)^4 = (\pm 2)^4$

◇ Nếu $(x-1)^4 = 2^4 \Rightarrow x-1 = 2 \Rightarrow x = 3$;

◇ Nếu $(x-1)^4 = (-2)^4 \Rightarrow x-1 = -2 \Rightarrow x = -1$.

Vậy $x \in \{-1; 3\}$.

③ Ta có: $(2x-2)^2 = 16 \Leftrightarrow (2x-2)^2 = (\pm 4)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2=4 \\ 2x-2=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$. Vậy, có hai số cần tìm là $x = 3$ và $x = -1$.

④ Ta có: $3^{x+1} - 3^x = 162 \Leftrightarrow 3^x(3-1) = 162 \Leftrightarrow 3^x = 81 \Leftrightarrow 3^x = 3^4 \Leftrightarrow x = 4$. Vậy, số cần tìm là $x = 4$.

⑤ Ta có: $(1-x)^3 = 216 \Leftrightarrow (1-x)^3 = 6^3 \Leftrightarrow 1-x = 6 \Leftrightarrow x = -5$. Vậy, số cần tìm là $x = -5$.

⑥ Ta có: $5^{x+1} - 2 \cdot 5^x = 375 \Leftrightarrow 5^x(5 - 2) = 375 \Leftrightarrow 5^x = 125 \Leftrightarrow 5^x = 5^3 \Leftrightarrow x = 3$. Vậy, số cần tìm là $x = 3$.

 **Bài 7.** Tìm các số tự nhiên n , biết:

① $4 < 2^n \leq 2 \cdot 16$.

② $9 \cdot 27 \leq 3^n \leq 243$.

 Hướng dẫn giải.

① Ta có: $4 = 2^2$, $2 \cdot 16 = 2 \cdot 2^4 = 2^{1+4} = 2^5$, do đó


$$4 < 2^n \leq 2 \cdot 16 \Leftrightarrow 2^2 < 2^n \leq 2^5 \Leftrightarrow 2 < n \leq 5$$


Từ đó, ta có các số tự nhiên n là $n = 3, n = 4, n = 5$.

② Ta có: $9 \cdot 27 = 3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$, $243 = 3^5$, do đó

$$9 \cdot 27 \leq 3^n \leq 243 \Leftrightarrow 3^5 \leq 3^n \leq 3^5 \Leftrightarrow 5 \leq n \leq 5$$

Từ đó, ta có các số tự nhiên n là $n = 5$.

 **Bài 8.** Cho biết $32 < 2^n < 512$ ($n \in \mathbb{N}$). Tìm tập hợp các giá trị của n .

 *Hướng dẫn giải.* Ta có $32 < 2^n < 512 \Rightarrow 2^5 < 2^n < 2^9 \Rightarrow n \in \{6; 7; 8\}$.

Dạng 5 So sánh hai lũy thừa

Với $a, b \in \mathbb{Q}; m, n \in \mathbb{Z}$. Ta có:

1 Tính chất 1: Nếu $a > b > 0$ thì $a^n > b^n$.

② Tính chất 2: Nếu $a > b$ thì $a^{2n+1} > b^{2n+1}$.

3 Tính chất 3: Nếu $a > 1, m > n > 0$ thì $a^m > a^n$.

4 Tính chất 4: Nếu $0 < a < 1, m > n > 0$ thì $a^m < a^n$.

👍 Ví dụ 1

So sánh 5^6 và $(-2)^{14}$.

 *Lời giải.* Ta có

$$5^6 = (5^3)^2 = 125^2;$$

$$(-2)^{14} = 2^{14} = (2^7)^2 = 128^2.$$

Vì $125^2 < 128^2$ nên $5^6 < (-2)^{14}$.


 **Bài 1.** So sánh 9^5 và $(27)^3$.


 *Hướng dẫn giải.* Ta có

$$9^5 = (3^2)^5 = 3^{10};$$

$$27^3 = (3^3)^3 = 3^9.$$

$$V_1 \ 3^{10} > 3^9 \text{ nên } 9^5 > (27)^3.$$


 **NHÂN XÉT.** Khi cơ số $a > 1$ và $m > n > 0$ thì $a^m > a^n$.

 **Bài 2.** So sánh $\left(\frac{1}{8}\right)^6$ và $\left(\frac{1}{32}\right)^4$.

Hướng dẫn giải. Ta có

$$\left(\frac{1}{8}\right)^6 = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{18};$$

$$\left(\frac{1}{32}\right)^4 = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^5\right]^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{20}.$$

Vì $\left(\frac{1}{2}\right)^{18} > \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$ nên $\left(\frac{1}{8}\right)^6 > \left(\frac{1}{32}\right)^4$.



NHẬN XÉT. Khi $0 < a < 1$ và $m > n > 0$ thì $a^m < a^n$.

Bài 3. So sánh các số sau:

- ① 333^{444} và 444^{333} ; ② 5^{300} và 3^{500} ; ③ 4^{2222} và 2^{4444} ; ④ 3^{420} và 4^{315} .

Hướng dẫn giải.

- ① Ta có $333^{444} = 3^{444} \cdot 111^{444} = (3^4)^{111} \cdot 111^{444} = 81^{111} \cdot 111^{444}$
và $444^{333} = 4^{333} \cdot 111^{333} = (4^3)^{111} \cdot 111^{333} = 64^{111} \cdot 111^{333}$.
Từ đó suy ra $333^{444} > 444^{333}$.

- ② Ta có $5^{300} = (5^3)^{100} = 125^{100}$ và $3^{500} = (3^5)^{100} = 243^{100}$.
Vậy $5^{300} < 3^{500}$.

- ③ Ta có $4^{2222} = (2^2)^{2222} = 2^{4444}$.
Vậy $4^{2222} = 2^{4444}$.

- ④ Ta có $3^{420} = 3^{4 \cdot 105} = 81^{105}$ và $4^{315} = 4^{3 \cdot 105} = 64^{105}$.
Vậy $3^{420} > 4^{315}$.

Ví dụ 2



So sánh: $A = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{49}} + \frac{1}{2^{50}}$ và số 1.

Lời giải. Ta có

$$A = 2A - A$$

$$A = \left(1 + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{48}} + \frac{1}{2^{49}}\right) - \left(\frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{49}} + \frac{1}{2^{50}}\right)$$

$$A = 1 - \frac{1}{2^{50}} < 1.$$

Vậy $A < 1$.

Dạng

6

**** Tìm chữ số tận cùng của một lũy thừa**

- ① Các chữ số tận cùng là 0, 1, 5, 6 khi nâng lũy thừa với số mũ $n \in \mathbb{N}^*$ thì chữ số tận cùng không thay đổi.
② Các số tận cùng là 4, 9 khi nâng lũy thừa bậc lẻ thì chữ số tận cùng không đổi.
③ Các chữ số có tận cùng là 3, 7, 9 khi lũy thừa với số mũ là bội của 4 thì có chữ số tận cùng là số 1.

- ④ Các chữ số có tận cùng là 2, 4, 8 khi lũy thừa với số mũ là bội của 4 thì có chữ số tận cùng là số 6.
- ⑤ Một số tự nhiên bất kỳ khi lũy thừa bậc $4n + 1$ với $n \in \mathbb{N}$ thì chữ số tận cùng không thay đổi.
- ⑥ Chữ số tận cùng là 3 khi nâng lên bậc $4n + 3$ thì chữ số tận cùng là 7; chữ số tận cùng là 7 khi nâng lên bậc $4n + 3$ thì chữ số tận cùng là 3.
- ⑦ Chữ số tận cùng là 2 khi nâng lên bậc $4n + 3$ thì chữ số tận cùng là 8; chữ số tận cùng là 8 khi nâng lên bậc $4n + 3$ thì chữ số tận cùng là 2.
- ⑧ Các chữ số tận cùng là 0, 1, 4, 5, 6, 9 khi nâng lũy thừa bậc $4n + 3$ thì chữ số tận cùng không thay đổi.

Ví dụ 1

Tìm chữ số tận cùng của số 187^{324} .

Lời giải. $187^{324} = (187^4)^{81}$.

Do 187^4 có tận cùng là chữ số 1 nên $(187^4)^{81}$ có tận cùng là số 1.

Vậy số 187^{324} có tận cùng là 1.

Bài 1. Chứng minh rằng số $8^{102} - 2^{102}$ chia hết cho 10.

Hướng dẫn giải. Ta có $8^{102} = (8^4)^{25} \cdot 8^2 = \overline{...6} \cdot \overline{...4}$. (1)

Nên số 8^{102} có số tận cùng là 4. Ta lại có $2^{102} = (2^4)^{25} \cdot 2^2 = 16^{25} \cdot 4 = \overline{...6} \cdot 4$.

Nên số 2^{102} có tận cùng là 4. (2)

Từ (1) và (2) ta được $8^{102} - 2^{102}$ có số tận cùng là 0.

Vậy số $8^{102} - 2^{102}$ chia hết cho 10.

Bài 2. Tìm chữ số tận cùng của tổng $S = 2 + 3^5 + 4^9 + \dots + 2017^{8061} + 2018^{8065}$.

Hướng dẫn giải. Ta có, số 2 có chữ số tận cùng là 2;

$3^5 = 3^{4+1}$ có chữ số tận cùng là 3;

$4^9 = 4^{4+1}$ có chữ số tận cùng là 4;

...

$2018^{8065} = 2018^{2016 \cdot 4 + 1}$ có chữ số tận cùng là 8.

Khi đó, chữ số tận cùng của tổng S cũng chính là chữ số tận cùng của tổng

$$2 + 3 + 4 + \dots + \dots + 2017 + 2018. \quad (*)$$

Ta biết từ số 10 đến 2019 có 2010 số, trong đó gồm 201 bộ số có tận cùng là 0, 1, ..., 9.

Nên chữ số tận cùng của tổng (*) bằng chữ số tận cùng của tổng

$$(2 + 3 + \dots + 9) + 201 \cdot (1 + 2 + \dots + 9) - 9 = 9080.$$

Vậy chữ số tận cùng của tổng S là 0.

III. BÀI TẬP TRONG SÁCH BÀI TẬP

Bài 1. Tính giá trị của các biểu thức sau:

① $A = \left(\frac{1}{2}\right)^5 - 1, 5^2 + \frac{31}{32} + 102, 25;$

② $B = 7 - \left(-\frac{4}{5}\right)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 : 2.$

Hướng dẫn giải.

① $A = \frac{1}{32} - 2,25 + \frac{31}{32} + 102,25$

$$= \left(\frac{1}{32} + \frac{31}{32} \right) + (102,25 - 2,25) = 1 + 100 = 101.$$

② $B = 7 - 1 + \frac{1}{9} : 2 = 6 + \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2} = 6 + \frac{1}{18} = 6\frac{1}{18}.$

Bài 2. Tìm số tự nhiên n sao cho $3 \cdot 4^n : 2^3 = 384$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $3 \cdot 2^{2n} = 384 \cdot 2^3$ hay $3 \cdot 2^{2n} = 3 \cdot 2^7 \cdot 2^3$. Suy ra $2^{2n} = 2^{7+3}$ hay $2^{2n} = 2^{10}$, do đó $2n = 10$ hay $n = 5$.

Bài 3. Đơn vị đo thời gian nhỏ nhất là yoctosecond (viết tắt là ys), nó bằng 0,000000000000000000000001 giây. Hãy viết số này dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ.

Hướng dẫn giải. $0,000000000000000000000001 = \frac{1}{10^{24}} = \left(\frac{1}{10} \right)^{24}$

Bài 4. Viết các số sau dưới dạng lũy thừa của một số hữu tỉ.

① 125.27;

② $243 : 32$.

Hướng dẫn giải.

① 15^3 ; b) $\left(\frac{3}{2} \right)^5$.

Bài 5. Tính giá trị của biểu thức:

① $\left(\frac{1}{2} \right)^3 \cdot 4 + \frac{3}{4}$;

② $4^3 : 2^5 + 3^5 : 9^2$.

Hướng dẫn giải.

① $\frac{5}{4}$;

② 5.

Bài 6. Bảng thống kê dưới đây ước lượng số dân của một số nước tại thời điểm năm 2020.

Quốc gia	Số dân
Hàn Quốc	$51,2 \cdot 10^6$
Trung Quốc	$143,9 \cdot 10^7$
Hoa Kỳ	$331 \cdot 10^6$
Nhật Bản	$126,6 \cdot 10^6$
Ấn Độ	$13,8 \cdot 10^8$
Pháp	$65,2 \cdot 10^6$
Việt Nam	$97,3 \cdot 10^6$
Cu Ba	$11,3 \cdot 10^6$
Brunei	$43,7 \cdot 10^4$

(Theo cacnuoc.vn) Em hãy sắp xếp tên các quốc gia theo thứ tự có số

dân từ lớn đến bé.

Hướng dẫn giải. Các quốc gia theo thứ tự có số dân từ lớn đến bé là: Trung Quốc, Ấn Độ, Hoa Kỳ, Nhật Bản, Việt Nam, Pháp, Hàn Quốc, Cu Ba, Brunei.

Bài 7. Thay dấu "?" bằng số thích hợp:

① $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^? = \left(\frac{2}{3}\right)^8$;

② $\left(\frac{-3}{4}\right)^? : \left(\frac{-3}{4}\right)^7 = \left(\frac{-3}{4}\right)^2$.

Hướng dẫn giải.

① 3;

② 9.

Bài 8. Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy tính:

① $(-5)^7$, biết $(-5)^6 = 15625$;

② 2^{12} , biết $2^{11} = 2048$.

Hướng dẫn giải.

① $(-5)^7 = (-5)^6 \cdot (-5) = 15625 \cdot (-5) = -78125$;

② $2^{12} = 2^{11} \cdot 2 = 2048 \cdot 2 = 4096$.

Bài 9. Hình vuông dưới đây có tính chất: Mỗi ô ghi một lũy thừa của 2; tích các số trong mỗi hàng, mỗi cột và mỗi đường chéo đều bằng nhau. Hãy điền các lũy thừa của 2 còn thiếu vào các ô

trống.

2^1		
2^6	2^4	
		2^7

2^1	2^8	2^3
2^6	2^4	2^2
2^5	2^0	2^7

Hướng dẫn giải.

Bài 10. Tìm số tự nhiên n , biết:

① $5^n \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 125$;

② $4 \cdot 3^n = 324$.

Hướng dẫn giải.

① Từ $5^n : 5^3 = 5^3$ hay $5^{n-3} = 5^3$. Suy ra $n - 3 = 3$ hay $n = 6$.

② $3^n = 324 : 4$ hay $3^n = 81 = 3^4$. Suy ra $n = 4$.

Bài 11. Tính: $A = \frac{27^{10} + 9^5}{9^{13} + 27^2}$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $A = \frac{(3^3)^{10} + (3^2)^5}{(3^2)^{13} + (3^3)^2} = \frac{3^{30} + 3^{10}}{3^{26} + 3^6} = \frac{3^{10}(3^{20} + 1)}{3^6(3^{20} + 1)} = \frac{3^{10}}{3^6} = 3^4 = 81$.

IV. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 12. Tính

① $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2$;

② $(-0,75)^3$;

③ 2^{-3} .

Hướng dẫn giải.

① $\frac{49}{9}$.

② $-\frac{27}{64}$.

③ $\frac{1}{8}$.

Bài 13. Viết các số sau dưới dạng lũy thừa của một số

① $-\frac{8}{27}$;

② $\frac{81}{625}$.

Hướng dẫn giải.

① $-\frac{8}{27} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3$.

② $\frac{81}{625} = \left(\pm\frac{3}{5}\right)^4$.

Bài 14. Tính

① $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}$;

② $(-5)^7 : (-5)^5$;

③ $(3^2)^3$.

Hướng dẫn giải.

① $\frac{1}{64}$.

② 25

③ 729.

Bài 15. Viết các tích sau dưới dạng lũy thừa của một số

① $27 \cdot 81$;

② $\frac{2}{5} \cdot \frac{8}{125} \cdot \frac{16}{625}$.

Hướng dẫn giải.

① 3^7 .

② $\left(\frac{2}{5}\right)^8$.

Bài 16. Viết biểu thức sau dưới dạng một lũy thừa:

① $A = \frac{16^{20}}{8^5}$;

② $B = \frac{15^{30}}{45^{15}}$.

Hướng dẫn giải.

① $A = \frac{16^{20}}{8^5} = \frac{2^{80}}{2^{15}} = 2^{65}$.

② $B = \frac{15^{30}}{45^{15}} = \frac{3^{30} \cdot 5^{30}}{3^{30} \cdot 5^{15}} = 5^{15}$.

Bài 17. Tính:

① $\left(\frac{2}{5}\right)^3$;

② $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2$;

③ $(-0.2)^4$;

④ $\left(\frac{5}{7}\right)^{13} : \left(\frac{5}{7}\right)^{11}$.

Hướng dẫn giải.

① $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$.

③ $(-0.2)^4 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{625}$.

② $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{7}{3} \cdot \frac{7}{3} = \frac{49}{9}$.

④ $\left(\frac{5}{7}\right)^{13} : \left(\frac{5}{7}\right)^{11} = \left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49}$.

Bài 18. So sánh 2^{20} và 3^{12} .

Hướng dẫn giải. Ta có $2^{20} = (2^5)^4 = 32^4$; $3^{12} = (3^3)^4 = 27^4$. Vì $32^4 > 27^4$ nên $2^{20} > 3^{12}$.

Bài 19. So sánh hai lũy thừa:

- ① 5^6 và $(-2)^{14}$; ② 9^5 và 27^3 ; ③ $\left(\frac{1}{8}\right)^6$ và $\left(\frac{1}{32}\right)^4$; ④ 2^{20} và 3^{12} .

Hướng dẫn giải.

① Ta có $5^6 = (5^3)^2 = 125^2$ và $(-2)^{14} = (2^7)^2 = 128^2$.
Vì $125^2 < 128^2$ nên $5^6 < (-2)^{14}$.

② Ta có $9^5 = 3^{10}$ và $27^3 = 3^9$.
Vì $3^{10} > 3^9$ nên $9^5 > 27^3$.

③ Ta có $\left(\frac{1}{8}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{18}$ và $\left(\frac{1}{32}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$.
Vì $\left(\frac{1}{2}\right)^{18} > \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$ nên $\left(\frac{1}{8}\right)^6 > \left(\frac{1}{32}\right)^4$.

④ Ta có $2^{20} = (2^5)^4 = 32^4$ và $3^{12} = (3^3)^4 = 27^4$.
Vì $32^4 > 27^4$ nên $2^{20} > 3^{12}$.

Bài 20. Tìm số tự nhiên n , biết

- ① $5^n = 125$; ② $\left(\frac{3}{7}\right)^n = \frac{81}{2401}$.

Hướng dẫn giải.

- ① $n = 3$. ② $n = 4$.

Bài 21. Tìm x , biết

- ① $x^5 = x^3$; ② $\left(x - \frac{4}{11}\right)^3 = 343$.

Hướng dẫn giải.

① $x^5 = x^3 \Leftrightarrow x^5 - x^3 = 0 \Leftrightarrow x^3(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

② $x = 7\frac{4}{11}$.

LƯU Ý. Trong các lời giải của tài liệu này, người soạn dùng kí hiệu " \Leftrightarrow ", " $\begin{cases} * \\ * \end{cases}$ " cho nhanh.

Giáo viên chỉnh lại cho phù hợp khi dạy học sinh lớp 7.

Bài 22. Tìm số hữu tỉ x biết rằng:

- ① $\left(\frac{5}{3}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5}{3}\right)^7$; ③ $\left(-\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4}$; ⑤ $5^x + 5^{x+2} = 650$;
② $\left(-\frac{1}{10}\right)^x = \frac{1}{100}$; ④ $\left(\frac{3}{5}\right)^{3x-2} = \frac{9}{25}$; ⑥ $4^{x+2} \cdot 3^x = 16 \cdot 12^5$.

Hướng dẫn giải.

① Ta có

$$\begin{aligned}\left(\frac{5}{3}\right)^{2x-1} &= \left(\frac{5}{3}\right)^7 \\ 2x-1 &= 7 \\ x &= 4.\end{aligned}$$

② Ta có

$$\begin{aligned}\left(-\frac{1}{10}\right)^x &= \frac{1}{100} \\ \left(-\frac{1}{10}\right)^x &= \left(-\frac{1}{10}\right)^2 \\ x &= 2.\end{aligned}$$

③ Ta có

$$\begin{aligned}\left(-\frac{3}{2}\right)^x &= \frac{9}{4} \\ \left(-\frac{3}{2}\right)^x &= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \\ x &= 2.\end{aligned}$$

④ Ta có

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{5}\right)^{3x-2} &= \frac{9}{25} \\ \left(\frac{3}{5}\right)^{3x-2} &= \left(\frac{3}{5}\right)^2 \\ 3x-2 &= 2 \\ x &= \frac{4}{3}.\end{aligned}$$

⑤ Ta có

$$\begin{aligned}5^x + 5^{x+2} &= 650 \\ 5^x + 5^2 \cdot 5^x &= 650 \\ 26 \cdot 5^x &= 650 \\ 5^x &= 25 \\ x &= 2.\end{aligned}$$

⑥ Ta có

$$\begin{aligned}4^{x+2} \cdot 3^x &= 16 \cdot 12^5 \\ 16 \cdot 4^x \cdot 3^x &= 16 \cdot 12^5 \\ 12^x &= 12^5 \\ x &= 5.\end{aligned}$$

☑ **Bài 23.** Tìm x biết:

① $x^3 = -27$;

② $(2x-3)^2 = 16$.

👉 *Hướng dẫn giải.*

① Ta có

$$\begin{aligned}x^3 &= -27 \\x^3 &= (-3)^3 \\x &= -3.\end{aligned}$$

② Ta có

$$\begin{aligned}(2x - 3)^2 &= 16 \\(2x - 3)^2 &= (\pm 4)^2\end{aligned}$$

◇ Xét $2x - 3 = 4$ suy ra $x = \frac{7}{2}$.

◇ Xét $2x - 3 = -4$ suy ra $x = -\frac{1}{2}$.

Vậy $x \in \left\{ \frac{7}{2}; -\frac{1}{2} \right\}$.

 **Bài 24.** Tìm x biết:

① $\left(\frac{1}{9}\right)^x = \left(\frac{1}{27}\right)^{20}$;

② $\left(\frac{1}{16}\right)^x = \left(\frac{1}{32}\right)^5$.

 *Hướng dẫn giải.*

① Ta có

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{9}\right)^x &= \left(\frac{1}{27}\right)^{20} \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} &= \left(\frac{1}{3}\right)^{60} \\ 2x &= 60 \\ x &= 30.\end{aligned}$$

② Ta có

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{16}\right)^x &= \left(\frac{1}{32}\right)^5 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{4x} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{25} \\ 4x &= 25 \\ x &= \frac{25}{4}.\end{aligned}$$

 **Bài 25.** Tìm tất cả các số nguyên n thỏa mãn các đẳng thức sau:

① $5^{-3} \cdot 25^n = 5^{4n}$.

② $\left(\frac{8}{27}\right)^n = \left(\frac{2}{3}\right)^{-12}$.

③ $a^{(2n+6)(3n-9)} = 1$.

 *Hướng dẫn giải.*

① $n = -3$.

② $n = -4$.

③ $n = -3$ hoặc $n = 3$.

 **Bài 26.** Tìm x biết:

① $(x - 5)^2 = 25$.

② $9^{x+1} - 5 \cdot 3^{2x} = 324$.

③ $(1 - x)^5 = 32$.

 *Hướng dẫn giải.*

① $x = 0$ hoặc $x = 10$.

② $x = 2$.

③ $x = -1$.

Bài 27. Tìm x biết:

① $16^x : 4^x = 16$.

③ $(2x + 1)^3 = -64$.

② $2^{-1} \cdot 2^x + 4 \cdot 2^x = 72$.

④ $(3x - 2)^2 = 81$.

Hướng dẫn giải.

① $x = 2$.

② $x = 4$.

③ Ta có: $(2x + 1)^3 = (-4)^3 \Leftrightarrow 2x + 1 = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$.

④ Ta có: $(3x - 2)^2 = 9^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 = 9 \\ 3x - 2 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{3} \\ x = -\frac{7}{3} \end{cases}$.

Bài 28. Cho số tự nhiên n thỏa $32 < 2^n < 512$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của n .

Hướng dẫn giải. Ta có $32 < 2^n < 512$ suy ra $2^5 < 2^n < 2^9$.

Do đó $n \in \{6; 7; 8\}$.

Bài 29. Tìm số tự nhiên n sao cho $3 < 3^n \leq 243$.

Hướng dẫn giải. Ta có $3 < 3^n \leq 243$ suy ra $3 < 3^n \leq 3^5$.

Vậy $n \in \{2; 3; 4; 5\}$.

V. BÀI TẬP NÂNG CAO

Câu 1. Tìm các số tự nhiên n , biết:

① $8 < 2^n \leq 2 \cdot 32$.

④ $\frac{1}{4} \leq 2^n \leq 4$.

② $3 \cdot 27 \leq 3^n \leq 243$.

③ $8 \cdot 27 \leq 6^n \leq 36 \cdot 4 \cdot 9$.

⑤ $9 \cdot 27 \leq \frac{1}{3^n} \leq 27 \cdot 243$.

Câu 2. Tìm số hữu tỉ x, y biết rằng:

① $2^{x+2} \cdot 3^y = 12^x$;

② $15^x : 3^y = 75^y$.

Câu 3. Tìm x, y biết $(2x - 4)^{2018} + (3y - 1)^{2020} \leq 0$.

Câu 4. So sánh

① $A = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{49}} + \frac{1}{2^{50}}$ với 1;

② $B = \frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{99}} + \frac{1}{3^{100}}$ với $\frac{1}{2}$;

③ $C = \frac{1}{4^1} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{999}} + \frac{1}{4^{1000}}$ với $\frac{1}{3}$.

Câu 5. Tìm các số hữu tỉ x, y và z biết

① $xy = \frac{2}{3}$; $yz = 0,6$ và $zx = 0,625$;

② $x(x - y + z) = -11$; $y(y - z - x) = 25$ và $z(z + x - y) = 35$;

③ $(x + 2)^2 + (y - 3)^4 + (z - 5)^6 = 0$

❖ **Câu 6.** Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $(x + 2)^2 + 2(y - 3)^4 < 4$.

❖ **Câu 7.** Tìm chữ số tận cùng của:

- ① 2000^{2018} ; ② 2001^{2019} ; ③ 1234^{5678} ; ④ 2018^{2017} .

❖ **Câu 8.** Chứng minh rằng: $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10 với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

❖ **Câu 9.** Chứng minh rằng: $3^{x+1} + 3^{x+2} + \dots + 3^{x+100}$ chia hết cho 120 với $x \in \mathbb{N}$.