# 03 : Théorème de Pythagore

$\sqrt{}$ictoire Hérin

2023-2024



## 1) Racine carrée d'un nombre positif



### 1.a) Motivation



### 1.a) Motivation

**Problème**

Soit un carré d'aire 50 cm$^2$. Quelle est la longueur **exacte** de son côté ?

**Réponse**

Il n'y a pas de nombre décimal $x$ tel que $x^2 = 50$.
Tout comme nous avons eu besoin d'une nouvelle manière pour écrire des nombres non entiers (nombres décimaux, fractions), ou des nombres non-positifs (nombres négatifs), nous avons besoin d'une nouvelle manière d'écrire des nombres non décimaux.

# 1.a) Motivation

## Définition : racine carrée d'un nombre positif

Soit $v$ un nombre positif.
Le nombre positif $r$, qui, élevé au carré donne $v$ est la **racine carrée de** $v$ ($r^2 = v$).

## Exemple

Quelle est la racine carrée de 9 ?
3 car $3^2 = 9$.

Quelle est la racine carrée de 25 ?
5 car $5^2 = 25$.

Quelle est la racine carrée de 81 ?
9 car $9^2 = 81$.



# 1.b) Notation & propriétés



# 1.b) Notation & propriétés

## Notation de la racine carrée

Soit $x$ un nombre positif. On note sa racine carrée : $\sqrt{x}$.
Le nombre $\sqrt{x}$ se lit « racine carrée de $x$ ».

## Propriétés de la racine carrée

Soient $a$ et $b$ deux nombres positifs.
$(\sqrt{a})^2 = a$
$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

## Exemple

`[Trouver un exemple qui montre que` $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$`.]`



# 2) Théorème de Pythagore

## 2.a) Vocabulaire



# 2.a) Vocabulaire

### Définition : hypoténuse

Dans un **triangle rectangle**, le côté le plus long s'appelle **l'hypoténuse**.

### Définition : hypoténuse

**L'hypoténuse** est le **côté opposé** à l'angle droit.



## 2.b) Calcul de la longueur de l'hypoténuse



# 2.b) Calcul de la longueur de l'hypoténuse

### Propriété : théorème de Pythagore

Dans un triangle $ABC$ rectangle en $A$ :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$.

### Utilisation du théorème de Pythagore

Énoncé :
Soit un triangle $ABC$ rectangle en $A$ avec $AB = 4cm$ et $AC = 5cm$. Calculer $BC$.
**Faire une figure à main levée !**

## 2.b) Calcul de la longueur de l'hypoténuse

**Résolution**

Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$,
*(Décrire le triangle)*
d'après le théorème de Pythagore on a :
*(Quel théorème on utilise)*
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
*(Le résultat du théorème)*
$BC^2 = 4^2 + 5^2$
*(Les valeurs de l'énoncé)*
$BC^2 = 16 + 25$
$BC^2 = 41$
*(On calcule tout ce qu'on peut)*



## 2.b) Calcul de la longueur de l'hypoténuse

$BC^2 = 41$
*(Calcul du nombre qui, élevé au carré donne 41)*
$BC = \sqrt{41}\ cm$
*(Passage à la racine carrée,* ***ATTENTION À REMPLACER*** $BC^2$ ***PAR*** $BC$ ***!****)*
$BC \approx 6,40\ cm$
*(Utiliser la calculatrice pour calculer une valeur approchée)*



## 2.c) Calcul de la longueur d'un côté adjacent à l'angle droit



## 2.c) Calcul de la longueur d'un côté adjacent

**Problème**

Soit un triangle $ABC$ rectangle en $A$ avec $AB = 3cm$ et $BC = 4cm$. Calculer $AC$.

**Résolution**

Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$,
d'après le théorème de Pythagore on a :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$4^2 = 3^2 + AC^2$
$16 = 9 + AC^2$

## 2.c) Calcul de la longueur d'un côté adjacent à

**Résolution**

$16 = 9 + AC^2$
$16\textbf{-9} = 9\textbf{-9} + AC^2$
*(On peut ajouter/soustraire un même nombre aux 2 côtés de l'égalité.)*
`[Gardez ça dans un coin de votre tête.]`
$7 = AC^2$
$AC^2 = 7$
$AC = \sqrt{7}\ cm$
*(Passage à la racine carrée)*
$AC \approx 2,65\ cm.$
*(Valeur approchée)*



## 2.d) Prouver qu'un triangle est rectangle (ou non)



## 2.d) Prouver qu'un triangle est rectangle (ou r

**Propriété : réciproque du théorème de Pythagore**

Dans un triangle $ABC$, si $AB^2 = AC^2 + BC^2$, alors le triangle est rectangle en $C$.

**Problème**

Soit un triangle $ABC$ avec $AB = 3\ cm$, $BC = 4\ cm$ et $AC = 5\ cm$. Le triangle $ABC$ est-il rectangle ?



## 2.d) Prouver qu'un triangle est rectangle (ou

**Résolution**

Dans le triangle $ABC$, de plus long côté $AC$, on a :
*(Si le triangle est rectangle, le côté le plus long est forcément l'hypoténuse.)*

| d'une part : | d'autre part : |
|---|---|
| $AB^2 + BC^2$ | $AC^2$ |
| $= 3^2 + 4^2$ | $= 5^2$ |
| $= 9 + 16$ | $= 25$ |
| $= 25$ | |

Donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$.
*(Conclusion du calcul)*
D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle $ABC$ est rectangle en $B$.

**Propriété : contraposée du théorème de Pythagore**

Dans un triangle $ABC$, si $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$, alors le triangle n'est pas rectangle.

**Problème**

Soit un triangle $ABC$ avec $AB = 4\ cm$, $BC = 6\ cm$ et $AC = 8\ cm$. Le triangle $ABC$ est-il rectangle ?





**Résolution**

Dans le triangle $ABC$, de plus long côté $AC$, on a :
*(Si le triangle est rectangle, le côté le plus long est forcément l'hypoténuse.)*

d'une part :
$AB^2 + BC^2$
$= 4^2 + 6^2$
$= 16 + 36$
$= 52$

d'autre part :
$AC^2$
$= 8^2$
$= 64$

Donc $AB^2 + BC^2 \neq AC^2$.
*(Conclusion du calcul)*
D'après la **contraposée du théorème de Pythagore**, le triangle $ABC$ n'est pas rectangle.



## Licence