TOMI - 2.DZ

Viktor Horvat

December 2023

1 Zadatak

Osmislite vlastiti primjer hijerarhijskog odlučivanja s 3 kriterija i 4 alternative te ga riješite iterativno metodom potencija uz toleranciju $\pi \cdot 10^{-5}$.

Lara u petak nakon faksa naručuje pizzu. U gradu Zagrebu ima izbor 4 izvrsne pizzerije te nikako ne može odlučiti iz koje pizzerije bi trebala naručiti pizzu. Osim što očito nema prijatelje koje bi mogla nazvati i pitati iz koje pizzerije bi oni naručili sebi pizzu, ona voli dobru pizzu i ima puno novaca, a i voljela bi da pizza dođe brzo. Odabrala je 3 kriterija koja su joj važna prilikom odabira pizzerije: kvaliteta, vrijeme dostave, cijena. Podaci posljednjeg istraživnja pizzerija Nakonponoćnog lista biti će predstavljeni matrično, a radi se o pizzerijama: Burry, 3XXL, 314zza i Dominate.
Pritom kvaliteta u odnosu na cijenu ima vrlo jaku prednost, kvaliteta u odnosu na vrijeme dostave ima veliku prednost, a vrijeme dostave slabu prednost u odnosu na cijenu.

$$
\begin{array}{r c}
 & \begin{array}{ccc} \text{Kvaliteta} & \text{Dostava} & \text{Cijena} \end{array} \\
\begin{array}{r} \text{Kvaliteta} \\ \text{Dostava} \\ \text{Cijena} \end{array} &
\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 1/5 & 1 & 3 \\ 1/7 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Koristeći Saatijevu metodu svojstvenog vektora, odnosno iterativni postupak uz prije spomenutu toleranciju došli smo do rješenja dominantnog svojstvenog vektora:
$\begin{bmatrix} 0.9628 & 0.2483 & 0.1067 \end{bmatrix}^T$ i dominantne svojstvene vrijednosti $\lambda = 3.0649$. Lari je, možemo zaključiti, najbitnije da jede kvalitetnu pizzu.

Potrebno je još provjeriti je li Lara u svome odlučivanju konzistentna:

$$CI = \frac{3.0649-3}{3-1} = 0.03245 \; CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0.032}{0.58} = 0.055 < 0.1$$

Lara je stoga prema podacima konzistentna u svome odlučivanju.

Obzirom na **kvalitetu pizze**, spomenute pizzerije čine sljedeću matricu usporedbi:

$$\begin{array}{r c} & \begin{array}{cccc} \text{Burry} & \text{3XXL} & \text{314zza} & \text{Dominate} \end{array} \\ \begin{array}{r} \text{Burry} \\ \text{3XXL} \\ \text{314zza} \\ \text{Dominate} \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 & 9 \\ 1/5 & 1 & 2 & 3 \\ 1/7 & 1/2 & 1 & 4 \\ 1/9 & 1/3 & 1/4 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Što daje dominantnu vrijednost svojstvenog vektora:
$\begin{bmatrix} 0.9539 & 0.2360 & 0.1709 & 0.0718 \end{bmatrix}^T$ i dominantne svojstvene vrijednost $\lambda = 4.1683$.

Obzirom na **brzinu dostave**, spomenute pizzerije čine sljedeću matricu usporedbi:

$$\begin{array}{r c} & \begin{array}{cccc} \text{Burry} & \text{3XXL} & \text{314zza} & \text{Dominate} \end{array} \\ \begin{array}{r} \text{Burry} \\ \text{3XXL} \\ \text{314zza} \\ \text{Dominate} \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 6 \\ 1/2 & 1 & 3 & 4 \\ 1/4 & 1/3 & 1 & 4 \\ 1/6 & 1/4 & 1/4 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Što daje dominantnu vrijednost svojstvenog vektora:
$\begin{bmatrix} 0.8251 & 0.4970 & 0.2481 & 0.1027 \end{bmatrix}^T$ i dominantne svojstvene vrijednosti $\lambda = 4.1541$.

Obzirom na **cijenu**, spomenute pizzerije čine sljedeću matricu usporedbi:

$$\begin{array}{r c} & \begin{array}{cccc} \text{Burry} & \text{3XXL} & \text{314zza} & \text{Dominate} \end{array} \\ \begin{array}{r} \text{Burry} \\ \text{3XXL} \\ \text{314zza} \\ \text{Dominate} \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/5 & 1/8 \\ 2 & 1 & 1/4 & 1/6 \\ 5 & 4 & 1 & 1/4 \\ 8 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Što daje dominantnu vrijednost svojstvenog vektora:
$\begin{bmatrix} 0.0804 & 0.1292 & 0.3659 & 0.9181 \end{bmatrix}^T$ i dominantnu svojstvenu vrijednost $\lambda = 4.1389$.

Ako vektore težina alternativa, s obzirom na svaki od kriterija, poredamo u matricu kao stupce te tu matricu pomnožimo s vektorom težina kriterija, dobivamo sljedeće:

$$
\begin{array}{r c}
 & \begin{array}{ccc} \text{kvaliteta} & \text{dostava} & \text{cijena} \end{array} \\
\begin{array}{r} \text{Burry} \\ \text{3XXL} \\ \text{314zza} \\ \text{Dominate} \end{array} &
\begin{bmatrix} 0.9539 & 0.8251 & 0.0804 \\ 0.2360 & 0.4970 & 0.1292 \\ 0.1709 & 0.2481 & 0.3659 \\ 0.0718 & 0.1027 & 0.9181 \end{bmatrix}
\end{array}
\begin{array}{c}
\text{težina kriterija} \\
\begin{bmatrix} 0.9628 \\ 0.2483 \\ 0.1067 \end{bmatrix}
\end{array}
=
\begin{bmatrix} 1.1319 \\ 0.3644 \\ 0.2652 \\ 0.1926 \end{bmatrix}
$$

Možemo zaključiti da bi Lara svoju pizzu trebala naručiti iz pizzerije **Burry**.

Listing 1: Matlab code

```
A = [1 1/2 1/5 1/8; 2 1 1/4 1/6; 5 4 1 1/4; 8 6 4 1];
max_iterations = 1000;
tolerance = pi*1e-5;

[eigenvector, eigenvalue] = power_iteration(A, max_iterations, tolerance);
fprintf('Dominantni svojstveni vektor:\n');
disp(eigenvector);

fprintf('Dominantna svojstvena vrijednost:\n');
disp(eigenvalue);

function [eigenvector, eigenvalue] = power_iteration(A, max_iterations,
    tolerance)
    n = size(A, 1);
    x = rand(n, 1);
    x = x / norm(x);

    for k = 1:max_iterations
        x_next = A * x;
        x_next = x_next / norm(x_next);
        error = norm(x_next - x);
        if error < tolerance
            break;
        end
        x = x_next;
    end
    eigenvector = x_next;
    eigenvalue = x_next' * A * x_next;
end
```