

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|---|
| 1 Решение нелинейных уравнений | 3 |
| 1.1 Итервальный метод | 4 |

1 Решение нелинейных уравнений

Пусть задана функция $f(x)$ действительного переменного и необходимо найти корни уравнения или, что то же самое, нули функции $f(x)$:

$$f(x) = 0. \quad (1)$$

На примере алгебраического многочлена известно, что нули $f(x)$ могут быть как действительными, так и комплексными числами. Поэтому *более точная* постановка задачи состоит в нахождении корней уравнения, расположенных в заданной области комплексной плоскости. Можно рассматривать также задачу о нахождении действительных корней уравнения, которые расположены в пределах заданного отрезка $x \in [a, b]$.

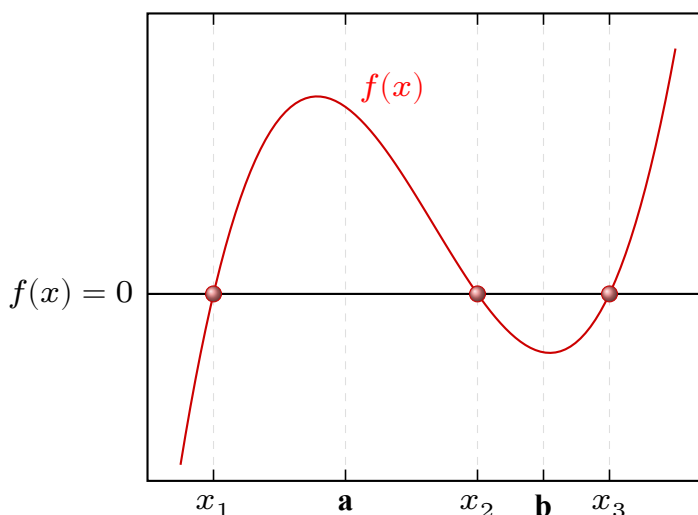


Рисунок 1 – График функции $y = f(x)$

На рисунке (1) представлены x_1, x_2 и x_3 – действительные корни уравнения (1), т.е. $f(x_1) = 0, f(x_2) = 0, f(x_3) = 0$

Задача нахождения корней уравнения $f(x) = 0$ обычно решается в два этапа:

- 1) На первом этапе изучается расположение корней (в общем случае на комплексной плоскости) и проводится их разделение, т. е. *выделяются области* в комплексной плоскости, *содержащие только один корень*. Кроме того, изучается вопрос о кратности корней. Тем самым находят некоторые начальные приближения для корней уравнения.
- 2) На втором этапе, *используя заданное начальное приближение*, строится итерационный процесс.

рационный процесс, позволяющий *уточнить значение отыскиваемого корня*.

Следует отметить, что не существует каких-то общих регулярных приемов решения задачи о расположении корней произвольной функции $f(x)$.

Численные методы решения нелинейных уравнений являются, как правило, итерационными методами, которые предполагают задание достаточно близких к искомому решению начальных данных.

1.1 Интервальный метод

Интервальный метод поиска корня уравнения $f(x) = 0$ состоит следующим:

- 1) Область поиска корня $[a, b]$ разбивается на заранее заданное количество интервалов N :

$$[a, b] = [a, x_1] \cup [x_1, x_2] \cup \dots \cup [x_i, x_{i+1}] \cup \dots [x_N, b]$$

- 2) Вычисляется таблица значений функции $\{f(x_i)\}$ на границах этих интервалов $\{x_i\}$.
- 3) Проводится последовательный перебор таблицы значений функции $\{f(x_i)\}$ ($i = 1, 2, \dots, N$).
- 4) Если при некотором i значения функции $f(x_i)$ и $f(x_{i+1})$ имеют разные знаки, то это означает, что на интервале $x \in (x_i, x_{i+1})$ имеет по крайней мере один действительный корень уравнения $f(x) = 0$.
- 5) В качестве новой, более узкой ($|x_i, x_{i+1}| < |a, b|$), области поиска выбирается отрезок (x_i, x_{i+1}) , т.е. полагают

$$x_i = a, \quad x_{i+1} = b$$

и с помощью аналогичной процедуры (1) процесс поиска корня уравнения $f(x) = 0$ повторяют до тех пор пока, область поиска не станет меньше заранее заданной величины ε (погрешности поиска корня уравнения):

$$|a, b| < \varepsilon$$

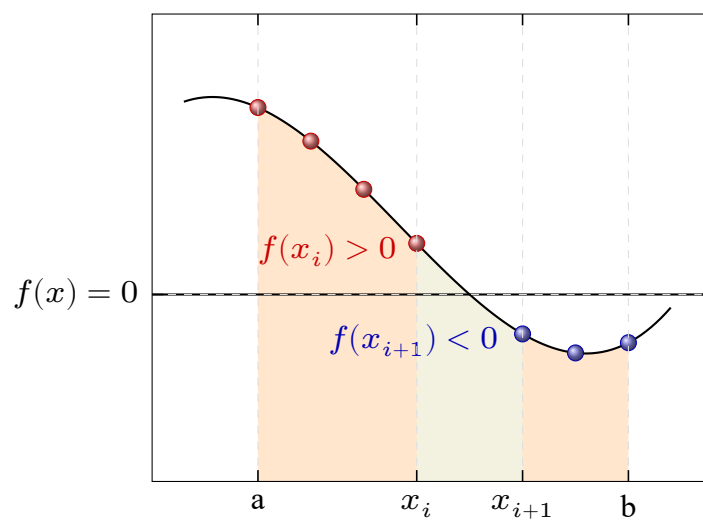


Рисунок 2 – Иллюстрация итервального метода поиска корня уравнения