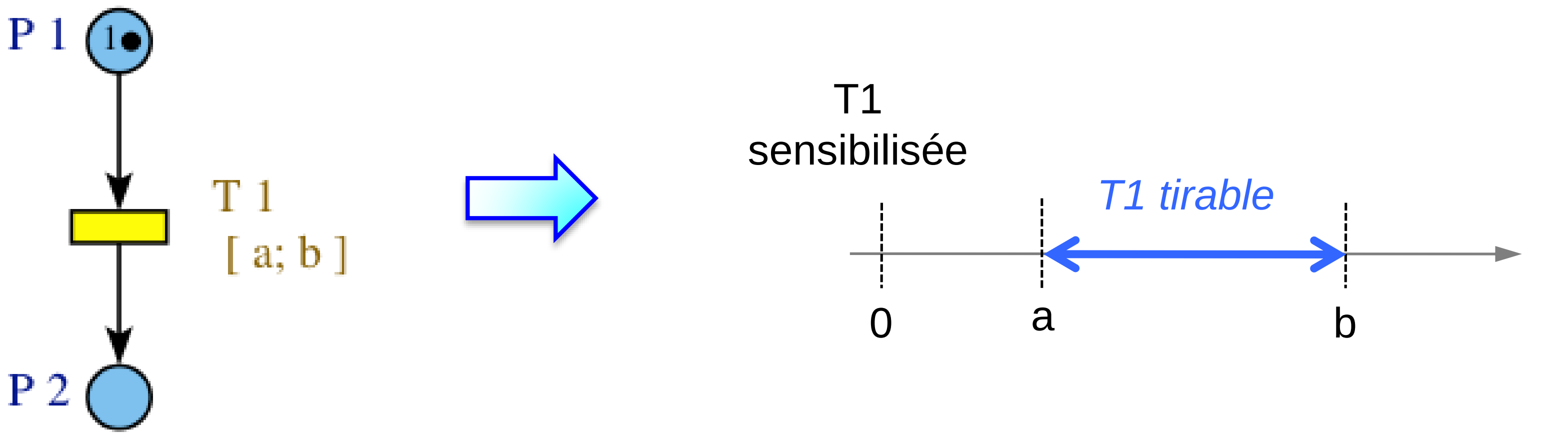
Analyse des réseaux de Petri temporels

Part 6 –

Les réseaux de Petri temporels

Réseaux de Petri temporels

- Association d'un intervalle de tir [a,b] sur les transitions :
  - Marquage des places amont => **sensibilisée**.
  - Un timer se déclenche et la transition ne sera **tirable** que dans son intervalle de tir.



Réseaux de Petri temporels

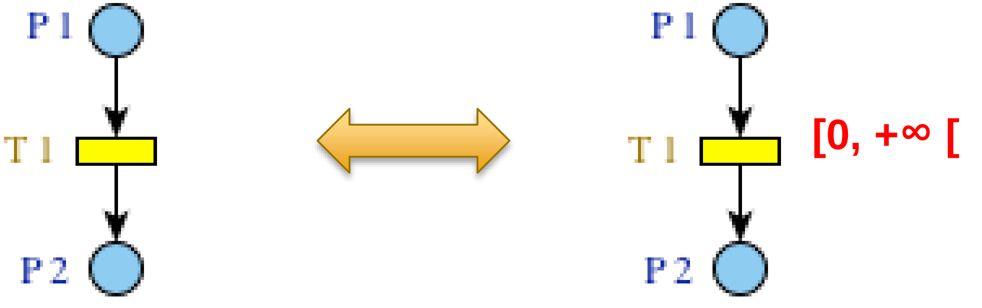
Sémantique faible / forte

- Quand ?
  - Lorsqu'une transition est <u>sensibilisée</u>, le compteur de temps se déclenche.
  - La transition devient <u>tirable</u> lorsque ce compteur se trouve entre les bornes min et max de l'intervalle de tir.
  - Que se passe-t-il lorsqu'il atteint la borne max ?
- Comment ?
  - **Sémantique faible** : la transition n'est pas tirée, le jeton devient "mort".
  - **Sémantique forte** : la transition est obligatoirement tirée.

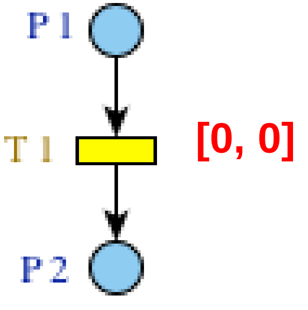
La construction du graphe d'états ne peut se faire qu'en sémantique forte

Réseaux de Petri temporels

- ***Attention piège :***
  - Une transition sans intervalle est tirable n'importe quand.



  - L'urgence (tir immédiat) doit être représenté explicitement.



Réseaux de Petri temporels

Définition formelle

- Définition formelle d'un RdPT
  - Précise, détaillée, mathématique

Definition 2 (TPN): A Time Petri Net is a tuple $(P, T, {}^{\bullet}(.), (.)^{\bullet}, \alpha, \beta, M_0)$ defined by:

- $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_m\}$ is a non-empty set of places,
- $T = \{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$ is a non-empty set of transitions,
- ${}^{\bullet}(.) : T \rightarrow \mathbb{N}^P$ is the backward incidence function,
- $(.)^{\bullet} : T \rightarrow \mathbb{N}^P$ is the forward incidence function,
- $M_0 \in \mathbb{N}^P$ is the initial marking of the Petri Net,
- $\alpha : T \rightarrow \mathbb{Q}_{\geq 0}$ is the function giving the earliest firing times of transitions,
- $\beta : T \rightarrow \mathbb{Q}_{\geq 0} \cup \{\infty\}$ is the function giving the latest firing times of transitions.

Réseaux de Petri temporels

Sémantique

- Sémantique : description de comment s'exécute le modèle

Definition 3 (Semantics of a TPN): The semantics of a TPN $\mathcal{N} = (P, T, {}^\bullet(.), (.)^\bullet, \alpha, \beta, M_0)$ is defined by the Timed Transition System $\mathcal{S}_\mathcal{N} = (Q, \{q_0\}, \Sigma, \rightarrow)$:

- $Q = \mathbb{N}^P \times (\mathbb{R}_{\geq 0})^T$
- $q_0 = (M_0, \bar{0})$
- $\Sigma = T$
- $\rightarrow \in Q \times (T \cup \mathbb{R}_{\geq 0}) \times Q$ is the transition relation including a discrete transition and a continuous transition.
  - The continuous transition is defined $\forall d \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ by:

$$(M, v) \xrightarrow{d} (M, v') \text{ iff } \begin{cases} v' = v + d \\ \forall k \in [1..n],\ M \geq {}^\bullet t_k \Rightarrow v'_k \leq \beta_k \end{cases}$$

  - The discrete transition is defined $\forall t_i \in T$ by:

$$(M, v) \xrightarrow{t_i} (M', v') \text{ iff } \begin{cases} M \geq {}^\bullet t_i \\ M' = M - {}^\bullet t_i + t_i^\bullet \\ \alpha_i \leq v_i \leq \beta_i \\ \forall k \in [1, n],\ v'_k = \begin{cases} 0 \text{ if } t_k \in \uparrow\! \textit{enabled}\,(M, t_i) \\ v_k \text{ otherwise} \end{cases} \end{cases}$$

Réseaux de Petri temporels

Définition formelle

Soit $\mathbf{I}^+$ l'ensemble des intervalles réels non vides à bornes rationnelles non négatives. Pour $i \in \mathbf{I}^+$, $\downarrow i$ désigne sa borne inférieure, et $\uparrow i$ sa borne supérieure (si i est borné) ou ∞ (sinon).

Définition 1 *Un* réseau Temporel *est un tuple* $\langle P, T, \mathbf{Pre}, \mathbf{Post}, m_0, I_s \rangle$, *dans lequel* $\langle P, T, \mathbf{Pre}, \mathbf{Post}, m_0 \rangle$ *est un réseau de Petri, et* $I_s : T \rightarrow \mathbf{I}^+$ *est une fonction appelée* Intervalle Statique.

L'application I_s associe une intervalle temporel $I_s(t)$ à chaque transition du réseau. Les rationnels $Eft_s(t) = \downarrow I_s(t)$ et $Lft_s(t) = \uparrow I_s(t)$ sont appelés date statique de tir au plus tôt de t, et date statique de tir au plus tard de t, respectivement.

- Bibliographie :
  - http://projects.laas.fr/tina//papers.php