Le jeux des batons

1 Définition

Le jeux se joue avec deux joueurs en tours par tours, qu'on vas appeler joueur blanc (premier à jouer) et et joueur noir (deuxième à jouer). La situation initiale peut être donnée comme une suite de nombres croissant, ici nous étudierons la situation 1:3:5:7 (fig

I
I I I
I I I I I
I I I I I I I

FIGURE 1 – Situation 1:3:5:7

2 Hypothèse initiale

Nous pensions initialement que le joueur blanc avait une stratégie gagnante à tout les coups. C'est bien le cas pour nombreuses situations, mais pas pour 1:3:5:7 qui est perdante face à un adversaire parfait.

En classifiant différente situations comme perdante ou gagnante (pour le joueur blanc), on peut établir une stratégie générale : faire un coup qui amène à une situation perdante pour l'adversaire. Par exemple pour 1:3:4:4, le coup **b2** donne à l'adversaire la situation 1:1:4:4, qui est perdante.

$$\begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \mathbf{I}\ \mathbf{I}\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I}\ \mathbf{I}\ \mathbf{I}\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I}\ \mathbf{I}\ \mathbf{I}\ \mathbf{I} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I}\ \mathbf{I}\ \mathbf{I}\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I}\ \mathbf{I}\ \mathbf{I}\ \mathbf{I} \end{array}$$

FIGURE 2 – **b2** sur 1:3:4:4

3 Situations perdantes

Les situations perdantes se classe selon les catégories suivantes :

1. simple (pair) : peu importe le nombre de rangées, tant que ce sont toutes des rangées de un, et que ce nombre est pair, le joueur blanc perdra toujours.

$$\left.\begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \vdots \\ \mathbf{I} \end{array}\right\}\text{nombre pair de rangées}$$

2. symétrique : si la situation peu être divisé en deux situations identiques, le joueur noir gagne à tout les coups en jouent la même chose que le joueur blanc.

$$\begin{array}{ccccc} \text{blanc} & & \text{noir} & & \text{blanc} \\ \begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I\;I\;I\;I} \\ \mathbf{I\;I\;I\;I} \end{array} & \longrightarrow & \begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I\;I} \\ \mathbf{I\;I\;I\;I} \end{array} & \longrightarrow & \begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I\;I} \\ \mathbf{I\;I} \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{noir} & & \text{blanc} \\ \begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I\;I} \end{array} & \longrightarrow & \left.\begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{array}\right\}\text{simple (pair)} \end{array}$$

3. cas particuliers, situations sans motifs spécial : 1:2:3, 1:3:5:7, 1:4:5, 2:4:6, 2:5:7, 3:4:7, 3:5:6.

Toutes ces situations mènent forcement à une situation gagnante pour le joueur noir peu importe le coup du joueur blanc.

4 Situations gagnantes

1. simple (impair) : peu importe le nombre de rangées, tant que ce sont toutes des rangées de un, et que ce nombre est impair, le joueur blanc gagnera toujours.

$$\left.\begin{array}{c} \mathbf{I} \\ \vdots \\ \mathbf{I} \end{array}\right\}\text{nombre impair de rangées}$$

2. T : situations avec n rangées de un ($n \in \mathbb{N}$) et une rangées de p bâtons ($p \in [2; +\infty[$), si n est pair, alors le coup gagnant est d'enlever toute la dernière rangée, si n est impair, c'est d'enlever

$n-1$ bâtons de la dernière rangée.

$$\left.\begin{array}{c}\mathbf{I}\\ \vdots\\ \mathbf{I}\end{array}\right\}n$$
$$\underbrace{\mathbf{I}\ldots\mathbf{I}}_{p}$$

3. Toutes les situations qui peuvent être transformé en une situation perdante en un coup (1:3:3 gagnant car 1:3:3 $\xrightarrow{\mathbf{a1}}$ 3:3)

5 Force brute

Le jeu étant assez simple, et les possibilités étant plutôt limitées, il est possible d'écrire un programme simulant tout les coups possible afin de trouver une stratégie gagnante (sous la forme d'un tableau). C'est cette simulation qui prouve qu'il existe une stratégie gagnante pour le joueur noir sur 1:3:5:7.

6 Tableau

situation	coup gagnant
1	**a1**
1:1:1	**a1**
1:1:1:2	**d1**
1:1:1:3	**d2**
1:1:1:4	**d3**
1:1:1:5	**d4**
1:1:1:6	**d5**
1:1:1:7	**d6**
1:1:2	**c2**
1:1:2:3	**a1**
1:1:2:4	**d2**
1:1:2:5	**d3**
1:1:2:6	**d4**
1:1:2:7	**d5**
1:1:3	**c3**
1:1:3:4	**d1**
1:1:3:5	**d2**
1:1:3:6	**d3**
1:1:3:7	**d4**
1:1:4	**c4**
1:1:4:5	**a1**
1:1:4:6	**d2**
1:1:4:7	**d3**
1:1:5	**c5**
1:1:5:6	**d1**
1:1:5:7	**d2**
1:1:6	**c6**
1:1:7	**c7**
1:2	**b1**
1:2:2	**a1**
1:2:2:2	**b1**

situation	coup gagnant
1:2:2:3	**b2**
1:2:2:4	**d3**
1:2:2:5	**d4**
1:2:2:6	**d5**
1:2:2:7	**d6**
1:2:3:3	**b1**
1:2:3:4	**d4**
1:2:3:5	**d5**
1:2:3:6	**d6**
1:2:3:7	**d7**
1:2:4	**c1**
1:2:4:5	**b2**
1:2:5	**c2**
1:2:5:5	**b1**
1:2:5:7	**a1**
1:2:6	**c3**
1:2:7	**c4**
1:3	**b2**
1:3:3	**a1**
1:3:3:3	**b2**
1:3:3:4	**d3**
1:3:3:5	**d4**
1:3:3:6	**d5**
1:3:3:7	**d6**
1:3:4	**c2**
1:3:4:5	**b3**
1:3:4:7	**a1**
1:3:5	**c3**
1:3:5:5	**b2**
1:3:5:6	**a1**
1:3:6	**c4**

situation	coup gagnant
1:3:7	**c5**
1:4	**b3**
1:4:4	**a1**
1:4:6	**c1**
1:4:7	**c2**
1:5	**b4**
1:5:5	**a1**
1:5:6	**c2**
1:5:7	**c3**
1:6	**b5**
1:7	**b6**
2	**a2**
2:2:2	**a2**
2:2:3	**a1**
2:2:4	**c4**
2:2:5	**c5**
2:2:6	**c6**
2:2:7	**c7**
2:3	**b1**
2:3:3	**a2**
2:3:4	**c3**
2:3:5	**c4**
2:3:6	**c5**
2:3:7	**c6**
2:4	**b2**
2:4:4	**a2**
2:4:5	**a1**
2:4:7	**c1**
2:5	**b3**
2:5:5	**a2**
2:5:6	**b1**

situation	coup gagnant
2:6	**b4**
2:7	**b5**
3	**a3**
3:3:3	**a3**
3:3:4	**c4**
3:3:5	**c5**
3:3:6	**c6**
3:3:7	**c7**
3:4	**b1**
3:4:4	**a3**
3:4:5	**a2**
3:4:6	**a1**
3:5	**b2**
3:5:5	**a3**
3:5:7	**a1**
3:6	**b3**
3:7	**b4**
4	**a4**
4:5	**b1**
4:6	**b2**
4:7	**b3**
5	**a5**
5:6	**b1**
5:7	**b2**
6	**a6**
7	**a7**