Rozmieszczanie kamer bezpieczeństwa

Wiktor Franus
Grzegorz Staniszewski

5 stycznia 2018

Spis treści

1 Treść zadania

Jak optymalnie rozmieścić kamery monitoringu w ustalonym pomieszczeniu (rzut z góry), aby minimalną liczbą kamer móc obserwować dowolne miejsce (z uwzględnieniem maksymalnej dopuszczalnej odległości od kamery). W rozwiązaniu należy uwzględnić możliwość zapewnienia parametryzowanej redundancji - tzn. wymagania, aby każde miejsce było obserwowane przez co najmniej n kamer.

2 Założenia

1. Pomieszczenie jest wielokątem zawierającym tylko kąty o mierze 90 lub 270 stopni. Pomieszczenie reprezentowane jest przez zbiór punktów (z I ćwiartki układu współrzędnych) podanych w formie listy. Połączenie tych punktów linią, zgodnie z ich kolejnością na liście, skutkuje otrzymaniem linii łamanej ograniczającej pomieszczenie.
2. Kamery mają jednakowy zasięg reprezentowany przez kwadrat o parametryzowanej długości boku. Współrzędne kamery są jednocześnie współrzędnymi środka tego kwadratu. Kamera musi znajdować się wewnątrz pomieszczenia i nie przenika przez ściany.
3. Wnętrze pomieszczenia zdyskretyzowane jest do zbioru punktów o współrzędnych całkowitych poprzez nałożenie siatki o parametryzowanej gęstości.
4. Punkty leżące na krawędziach wielokąta opisującego pomieszczenie nie należą do jego wnętrza.

3 Przestrzeń przeszukiwań

- Elementem przestrzeni przeszukiwań jest wektor par liczb całkowitych oznaczających współrzędne kamer:

$$[(x_1, y_1), ..., (x_i, y_i), ..., (x_k, y_k)]$$

  gdzie:
  x_i - współrzędna x i-tej kamery,
  y_i - współrzędna y i-tej kamery,
  k - liczba kamer.

- Przejście do sąsiedniego elementu możliwe jest poprzez:

- zmianę położenia jednej z kamer na 2 sposoby (sposób ustalany jest na początku zadania):
    - zmiana współrzędnych x lub y jednej z kamer o 1 jednostkę,
    - przeniesienie jednej z kamer do innego punktu z wnętrza pomieszczenia wylosowanego zgodnie z rozkładem normalnym,
- dodanie nowej kamery w losowym miejscu (rozkład jednostajny),
- usunięcie jednej kamery.

- Przestrzeń ma strukturę grafową, w której każda krawędź odpowiada jednemu z wymienionych wyżej przejść między elementami przestrzeni.

4 Funkcja celu

Informacje znane dla danej instancji problemu:
n_{kmin} - minimalna teoretyczna liczba kamer wymagana do pokrycia danego pomieszczenia (obliczana jako stosunek pola powierzchni pomieszczenia do pola powierzchni zasięgu jednej kamery, zaokrąglany do jedności w górę),
X - zbiór punktów reprezentujących wnętrze pomieszczenia.

Parametry funkcji celu:
α - zysk z pokrywania powierzchni pomieszczenia,
β - koszt użycia nadmiarowej kamery,
r_{min} - minimalna liczba kamer pokrywająca każde miejsce w pomieszczeniu.

Zadanie polega na maksymalizacji funkcji:

$$f(p, k, r) = \alpha * p - \beta * k - \frac{1}{r_{min}} * r$$

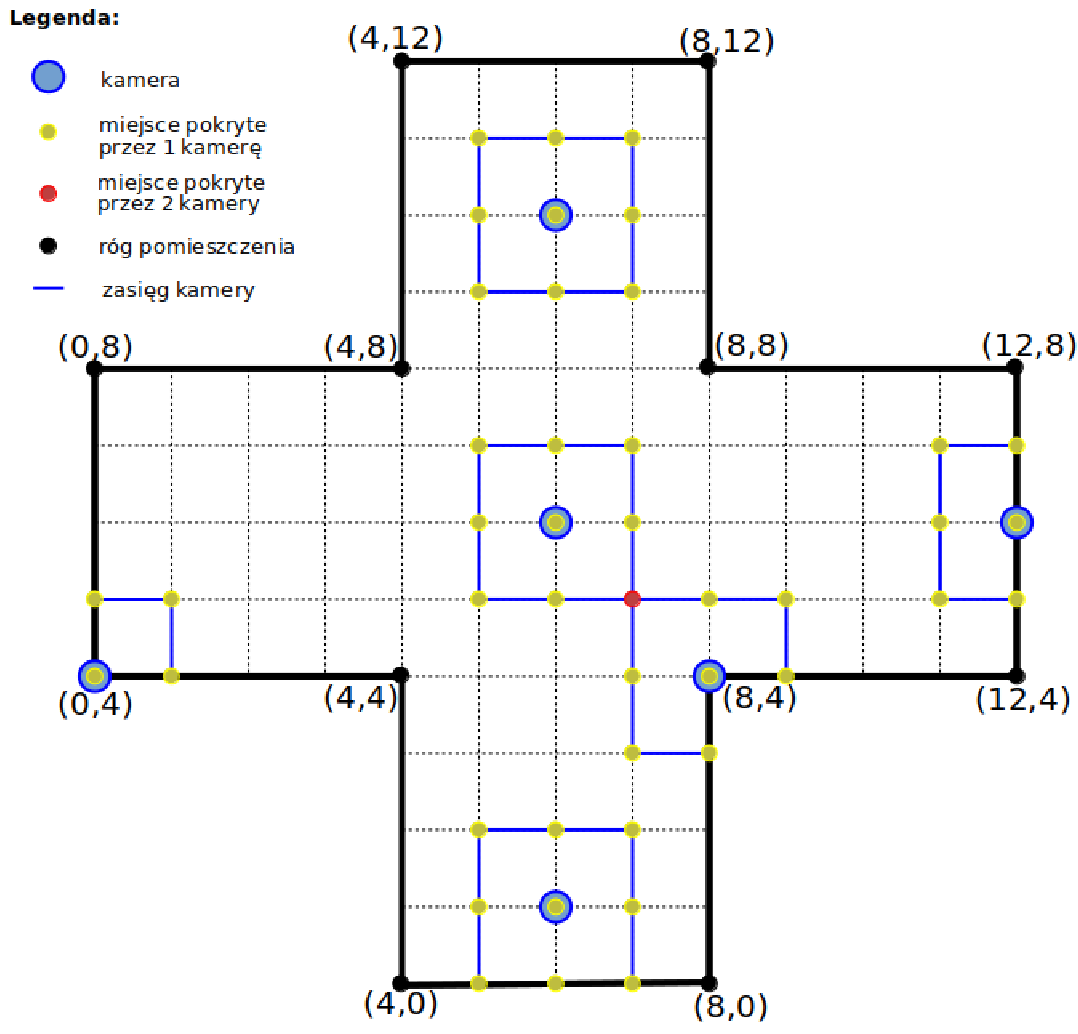
gdzie:
p - stosunek powierzchni pokrytej przez kamery do powierzchni pomieszczenia
k - stosunek nadwyżki liczby kamer do n_{kmin}, obliczany wg. wzoru:
$k = \frac{max(0, n_k - n_{kmin})}{n_{kmin}}$, gdzie n_k - liczba kamer w aktualnym stanie

Parametr r może być obliczany na dwa sposoby (sposób ustalany jest na początku zadania):

- jako średni stopień niespełnienia warunku redundancji dla punktu z wnętrza pomieszczenia, obliczany wg. wzoru:
$r = \frac{\sum_{x \in X} max(0, r_{min} - r_x)}{|X|}$, gdzie r_x - liczba kamer pokrywających punkt x

- jako maksymalne niespełnienie warunku redundancji spośród wszystkich punktów z wnętrza pomieszczenia, wg. wzoru:
$r = max(0, r_{min} - r_x)$, gdzie r_x - liczba kamer pokrywających punkt x będący najsłabiej pokrytym punktem.

5 Przykład



- Wartości parametrów:
$\alpha = 1$
$\beta = 1$
$r_{min} = 1$

- Informacje obliczone dla powyższego pomieszczenia:
  pole powierzchni pomieszczenia: 80
  $n_{kmin} = \frac{80}{2*2} = 20$
  $|X| = 105$

- Obliczenie wartości funkcji celu dla stanu z rysunku:
  Liczba kamer użytych: 6
  Pole powierzchni pokryte przez kamery: 18
  $p = \frac{18}{80} = 0.225$
  $k = \frac{max(0, 6-20)}{20} = \frac{0}{20} = 0$
  Parametr r obliczany pierwszym sposobem: $r = \frac{44*0+61*1}{105} = \frac{61}{105} = 0.58$
  $f(p, k, r) = 1 * 0.225 - 1 * 0 - 1 * 0.58 = -0.355$

  Parametr r obliczany drugim sposobem: $r = 1 - 0 = 1$
  $f(p, k, r) = 1 * 0.225 - 1 * 0 - 1 * 1 = -0.775$

6 Metaheurystyka

Element początkowy przestrzeni przeszukiwań jest zbiorem zawierającym n_{kmin} kamer rozmieszczonych losowo wewnątrz pomieszczenia.
Do rozwiązania problemu użyjemy algorytmu symulowanego wyżarzania. Przy odpowiednio dobranych parametrach metoda ta, w porównaniu do algorytmów wspinaczkowych, daje większą szansę na znalezienie optymalnego rozwiązania, ponieważ zmniejsza ryzyko zatrzymania się w ekstremach lokalnych. W początkowej fazie przeszukiwania przestrzeni dopuszczalne jest przechodzenie do stanów gorszych (o mniejszej wartości funkcji celu). Wraz z rosnącą liczbą iteracji obszar poszukiwań jest ograniczany, a algorytm bardziej skupia się na poprawie bieżącego rozwiązania.

7 Przewidywane wyniki pracy

Przeprowadzona zostanie seria eksperymentów z różnymi wartościami parametrów α, β, r_{min} na kilku instancjach problemu (różne pomieszczenia). Dla ustalonych parametrów funkcji celu, sterować będziemy parametrami metaheurystyki, tj. funkcją wygaszania temperatury i jej wartością początkową. Ponadto sprawdzimy dwa podejścia do zmiany położenia kamery oraz dwa sposoby obliczania parametru r funkcji celu. Dla wybranej instancji zadania sprawdzimy też wpływ gęstości siatki punktów z wnętrza pomieszczenia na zachowanie metaheurystyki. Sporządzone zostaną wykresy przedstawiające wartość funkcji celu oraz liczbę użytych kamer w zależności od liczby wykonanych iteracji.