

# Rozmieszczanie kamer bezpieczeństwa

Wiktor Franus  
Grzegorz Staniszewski

17 stycznia 2018

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Treść zadania</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Założenia</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Przestrzeń przeszukiwań</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Funkcja celu</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Przykład</b>	<b>4</b>
<b>6</b>	<b>Metaheurystyka</b>	<b>5</b>
<b>7</b>	<b>Przewidywane wyniki pracy</b>	<b>5</b>
<b>8</b>	<b>Implementacja</b>	<b>5</b>
8.1	Plik konfiguracyjny . . . . .	6
8.2	Sposób uruchomienia . . . . .	6
<b>9</b>	<b>Badania</b>	<b>7</b>
9.1	Wpływ wartości temperatury początkowej funkcji wygaszania na wartość funkcji celu . . . . .	7
9.2	Wpływ wartości temperatury końcowej funkcji wygaszania na wartość funkcji celu	9
9.3	Wpływ liczby iteracji na wartość funkcji celu . . . . .	10
9.4	Wpływ wartości parametru <i>beta</i> na wartość funkcji celu . . . . .	11

# 1 Treść zadania

Jak optymalnie rozmieścić kamery monitoringu w ustalonym pomieszczeniu (rzut z góry), aby minimalną liczbą kamer móc obserwować dowolne miejsce (z uwzględnieniem maksymalnej dopuszczalnej odległości od kamery). W rozwiązaniu należy uwzględnić możliwość zapewnienia parametryzowanej redundancji - tzn. wymagania, aby każde miejsce było obserwowane przez co najmniej  $n$  kamer.

## 2 Założenia

1. Pomieszczenie jest wielokątem zawierającym tylko kąty o mierze 90 lub 270 stopni. Pomieszczenie reprezentowane jest przez zbiór punktów (z I ćwiartki układu współrzędnych) podanych w formie listy. Połączenie tych punktów linią, zgodnie z ich kolejnością na liście, skutkuje otrzymaniem linii łamanej ograniczającej pomieszczenie. Punkty podawane są w kolejności zgodnej z ruchem wskazówek zegara. Pierwszy i ostatni punkt jest taki sami (należy domknąć pomieszczenie).
2. Kamery mają jednakowy zasięg reprezentowany przez kwadrat o parametryzowanej długości boku. Współrzędne kamery są jednocześnie współrzędnymi środka tego kwadratu. Kamera musi znajdować się wewnątrz pomieszczenia i nie przenika przez ściany.
3. Wnętrze pomieszczenia zdyskretyzowane jest do zbioru punktów o współrzędnych całkowitych poprzez nałożenie siatki o parametryzowanej gęstości.
4. Punkty leżące na krawędziach wielokąta opisującego pomieszczenie nie należą do jego wnętrza.

## 3 Przestrzeń przeszukiwań

- Elementem przestrzeni przeszukiwań jest wektor par liczb całkowitych oznaczających współrzędne kamer:

$$[(x_1, y_1), \dots, (x_i, y_i), \dots, (x_k, y_k)]$$

gdzie:

$x_i$  - współrzędna x i-tej kamery,

$y_i$  - współrzędna y i-tej kamery,

$k$  - liczba kamer.

- Przejście do sąsiedniego elementu możliwe jest poprzez:
  - zmianę położenia jednej z kamer na 2 sposoby (sposób ustalany jest na początku zadania):
    - \* zmiana współrzędnych x lub y jednej z kamer o 1 jednostkę,
    - \* przeniesienie jednej z kamer do innego punktu z wnętrza pomieszczenia wylosowanego zgodnie z rozkładem jednostajnym,
  - dodanie nowej kamery w losowym miejscu (rozkład jednostajny),
  - usunięcie jednej kamery.

- Przestrzeń ma strukturę grafową, w której każda krawędź odpowiada jednemu z wymienionych wyżej przejść między elementami przestrzeni.

## 4 Funkcja celu

Informacje znane dla danej instancji problemu:

$X$  - zbiór punktów reprezentujących wnętrze pomieszczenia.

$n_{kmin}$  - minimalna teoretyczna liczba kamer wymagana do pokrycia danego pomieszczenia (obliczana jako stosunek liczności zbioru  $X$  do liczby punktów pokrywanych przez 1 kamerę, zaokrąglany do jedności w górę),

Parametry funkcji celu:

$\alpha$  - zysk z pokrywania powierzchni pomieszczenia,

$\beta$  - koszt użycia nadmiarowej kamery,

$r_{min}$  - minimalna liczba kamer pokrywająca każde miejsce w pomieszczeniu.

Zadanie polega na maksymalizacji funkcji:

$$f(p, k, r) = \alpha * p - \beta * k - \frac{1}{r_{min}} * r$$

gdzie:

$p$  - stosunek liczby punktów pokrytych przez kamery do liczności zbioru  $X$

$k$  - stosunek nadwyżki liczby kamer do  $n_{kmin}$ , obliczany wg. wzoru:

$$k = \frac{\max(0, n_k - n_{kmin})}{n_{kmin}}, \text{ gdzie } n_k - \text{liczba kamer w aktualnym stanie}$$

Parametr  $r$  może być obliczany na dwa sposoby (sposób ustalany jest na początku zadania):

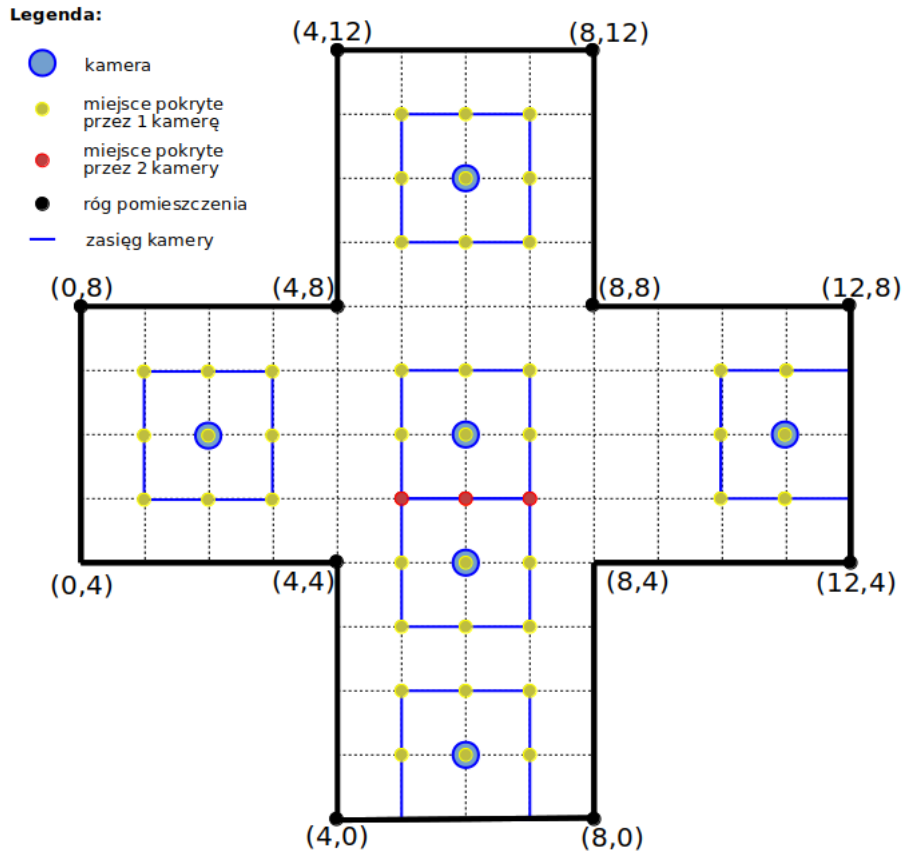
- jako średni stopień niespełnienia warunku redundancji dla punktu z wnętrza pomieszczenia, obliczany wg. wzoru:

$$r = \frac{\sum_{x \in X} \max(0, r_{min} - r_x)}{|X|}, \text{ gdzie } r_x - \text{liczba kamer pokrywających punkt } x$$

- jako maksymalne niespełnienie warunku redundancji spośród wszystkich punktów z wnętrza pomieszczenia, wg. wzoru:

$$r = \max(0, r_{min} - r_x), \text{ gdzie } r_x - \text{liczba kamer pokrywających punkt } x, \text{ który jest najslabiej pokrytym punktem.}$$

## 5 Przykład



- Wartości parametrów:
  - $\alpha = 1$
  - $\beta = 1$
  - $r_{min} = 1$
- Informacje obliczone dla powyższego pomieszczenia:
  - Rozmiar boku kwadratu reprezentującego zasięg kamery: 2
  - Liczba punktów pokrywanych przez jedną kamerę: 9
  - $|X| = 57$
  - $n_{kmin} = \lceil \frac{57}{9} \rceil = 7$
- Obliczenie wartości funkcji celu dla stanu z rysunku:
  - Liczba kamer użytych: 6
  - Liczba punktów pokrytych przez kamery: 45
  - $p = \frac{45}{57} = 0.7895$
  - $k = \frac{\max(0, 6-7)}{7} = \frac{0}{20} = 0$
  - Parametr  $r$  obliczany pierwszym sposobem:
  - $r = \frac{45 \cdot 0 + 12 \cdot 1}{57} = \frac{12}{57} = 0.2105$
  - $f(p, k, r) = 1 \cdot 0.7895 - 1 \cdot 0 - 1 \cdot 0.2105 = 0.5790$

Parametr  $r$  obliczany drugim sposobem:

$$r = \max(0, 1 - 0) = 1$$

$$f(p, k, r) = 1 * 0.7895 - 1 * 0 - 1 * 1 = -0.2105$$

## 6 Metaheurystyka

Element początkowy przestrzeni przeszukiwań jest zbiorem zawierającym  $n_{kmin}$  kamer rozmieszczonych losowo wewnątrz pomieszczenia.

Do rozwiązywania problemu użyjemy algorytmu symulowanego wyżarzania. Przy odpowiednio dobranych parametrach metoda ta, w porównaniu do algorytmów wspinaczkowych, daje większą szansę na znalezienie optymalnego rozwiązania, ponieważ zmniejsza ryzyko zatrzymania się w ekstremach lokalnych. W początkowej fazie przeszukiwania przestrzeni dopuszczalne jest przechodzenie do stanów gorszych (o mniejszej wartości funkcji celu). Wraz z rosnącą liczbą iteracji obszar poszukiwań jest ograniczany, a algorytm bardziej skupia się na poprawie bieżącego rozwiązania.

## 7 Przewidywane wyniki pracy

Przeprowadzona zostanie seria eksperymentów z różnymi wartościami parametrów  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $r_{min}$  na kilku instancjach problemu (różne pomieszczenia). Dla ustalonych parametrów funkcji celu, sterować będziemy parametrami metaheurystyki, tj. funkcją wygaszania temperatury i jej wartością początkową. Ponadto sprawdzimy dwa podejścia do zmiany położenia kamery oraz dwa sposoby obliczania parametru  $r$  funkcji celu. Dla wybranej instancji zadania sprawdzimy też wpływ gęstości siatki punktów z wnętrza pomieszczenia na zachowanie metaheurystyki. Sporządzone zostaną wykresy przedstawiające wartość funkcji celu oraz liczbę użytych kamer w zależności od liczby wykonanych iteracji.

## 8 Implementacja

Do realizacji zadania wykorzystaliśmy gotową implementację metaheurystyki zawartą w pakiecie `simanneal` w wersji 0.4.1, której dokumentacja jest dostępna pod adresem <https://github.com/perrygeo/simanneal>. Biblioteka implementuje algorytm symulowanego wyżarzania z wykładniczą funkcją wygaszania temperatury minimalizujący zadaną funkcję celu. Z racji, że naszym zadaniem miało być maksymalizowanie opisanej w specyfikacji funkcji celu, musieliśmy zmodyfikować tę funkcję, zmieniając jej znak na przeciwny. Poprawiony wzór na funkcję celu ma postać:

$$f(p, k, r) = -(\alpha * p - \beta * k - \frac{1}{r_{min}} * r)$$

Biblioteka `simanneal` udostępnia użytkownikowi 3 parametry, którymi można sterować zachowaniem metaheurystyki:

- *steps* - liczba iteracji algorytmu, domyślnie 50000,
- *Tmax* - początkowa wartość temperatury, domyślnie 25000,
- *Tmin* - końcowa wartość temperatury, domyślnie 2.5.

Początkowo sprawdziliśmy zachowanie metaheurystyki dla domyślnych wartości udostępnionych parametrów, jednak okazały się one nietrafione. Zmniejszyliśmy zatem temperaturę początkową

100-krotnie, czyli do wartości 250. W rezultacie na wykresie wartości funkcji celu względem numeru iteracji zaczęły pojawiać się charakterystyczne dla symulowanego wyżarzania „skoki”, których nasilenie zmniejszało się z kolejnymi iteracjami. Zaobserwowaliśmy także, że zmniejszenie liczby iteracji 2-krotnie, czyli do wartości 25000, nie wpłynęło na uzyskiwane rezultaty, ale za to zgodnie z intuicją zmniejszył się czas obliczeń. Badania postanowiliśmy zatem przeprowadzać na 25000 iteracjach.

## 8.1 Plik konfiguracyjny

Przykładowy plik konfiguracyjny wraz z komentarzami znajduje się poniżej.

```
{
  "room": [
    {
      "x": 0.0,
      "y": 0.0
    },
    {
      "x": 0.0,
      "y": 4.0
    },
    {
      "x": 4.0,
      "y": 4.0
    },
    {
      "x": 4.0,
      "y": 0.0
    },
    {
      "x": 0.0,
      "y": 0.0
    }
  ],
  "t_max": 2500.0,
  "t_min": 2.5,
  "alpha": 10,
  "beta": 1,
  "r_min": 1,
  "num_iterations": 10,
  "num_updates": 1,
  "camera_move_method": "local",
  "camera_side": 4,
  "r_count_method": "average",
  "density": 1
}
```

// Pomieszczenie opisane jako lista wierzchołków,  
// zgodnie z założeniami:  
// \* punkty podawane są w kolejności  
// zgodnej z ruchem wskazówek zegara,  
// \* Pomieszczenie jest wielokątem zawierającym  
// tylko kąty o mierze 90 lub 270 stopni,  
  
// \* ostatni punkt musi domykać pomieszczenie,  
// musi pokrywać się z pierwszym na liście.  
  
// Temperatura maksymalna  
// Temperatura minimalna  
// Zysk z pokrywania powierzchni pomieszczenia  
// Koszt użycia nadmiarowej kamery  
// Minimalna liczba kamer  
// pokrywająca każde miejsce w pomieszczeniu  
// Liczba iteracji  
// Liczba wyników pośrednich (nie ma wpływu na wyniki)  
// Sposób przesuwania kamery:  
// \* local - o 1 jednostkę w dowolnym kierunku  
// \* random - w dowolne miejsce w pomieszczeniu  
// Długość boku kwadratu reprezentującego zasięg kamery  
// Sposób wyznaczania niespełnienia redundancji:  
// \* average - średni stopień  
// \* max - maksymalne  
// Odległość pomiędzy punktami (gęstość siatki)

## 8.2 Sposób uruchomienia

Program wymaga do działania Pythona w wersji 3.x. Przed uruchomieniem programu należy zainstalować wymagane pakiety języka Python znajdujące się w pliku `pip.requirements`. Można

to zrobić poleceniem:

```
pip3 install -r pip.requirements
```

Opis parametrów uruchomienia dostępny jest po wpisaniu polecenia:

```
python3 main.py --help
```

Usage: main.py [options]

Options:

```
-h, --help                show this help message and exit
-f CONFIGFILE, --config=CONFIGFILE
                           Json file with configuration
-e EXPERIMENTS, --experiments=EXPERIMENTS
                           Number of experiments
```

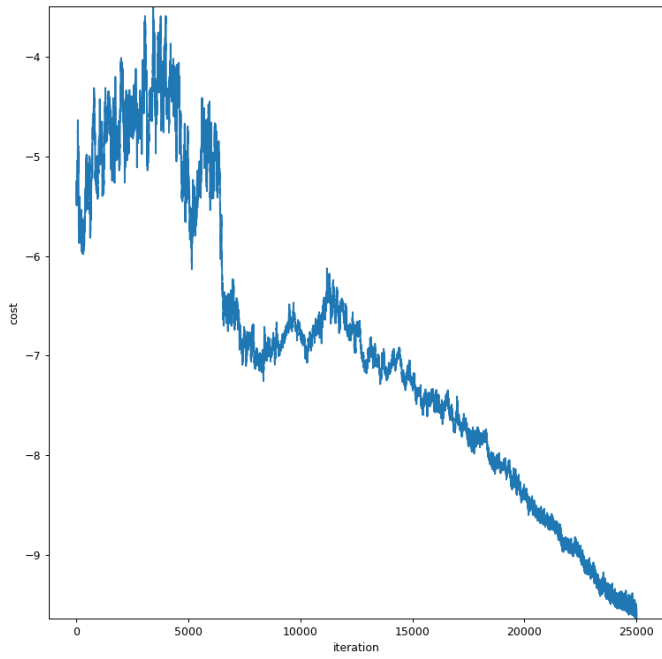
Domyślnie program wczytuje konfigurację z pliku o nazwie `config.json`, a liczba badań wynosi 1. Wyniki badań zapisywane są w katalogu `./out/<data>`. W wyjściowym katalogu tworzone są podkatalogi dla każdej iteracji programu (eksperymentu). Każdy podkatalog zawiera wykres przedstawiający wartości funkcji celu względem liczby iteracji. Wykres zapisany jest w pliku o nazwie `costs.png`. W tym samym podkatalogu znajdują się także pliki graficzne przedstawiające stan pomieszczenia w wybranych, równomiernie rozłożonych punktach czasowych. Liczbę tych punktów można określić zmieniając wartość parametru `num_updates` w pliku konfiguracyjnym. Dodatkowo w pliku `best_state.png` zapisany jest także wygląd stanu, w którym wartość funkcji celu była minimalna. W pliku `./out/<data>/average_costs.png` znajduje się wykres przedstawiający średnią wartość funkcji celu dla wszystkich iteracji (eksperymentów). Ponadto do katalogu wyjściowego kopiowany jest plik konfiguracyjny użyty w danym uruchomieniu programu.

## 9 Badania

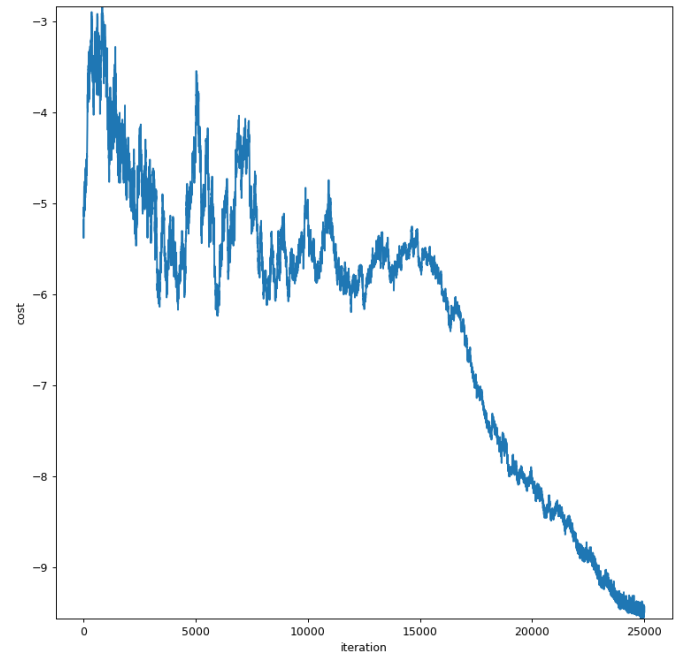
### 9.1 Wpływ wartości temperatury początkowej funkcji wygaszania na wartość funkcji celu

W badaniu sprawdzaliśmy wpływ początkowej wartości temperatury na wygląd wykresu przedstawiającego wartość funkcji celu dla 25000 iteracji. Wartości pozostałych parametrów były stałe - zostały one zaprezentowane poniżej:

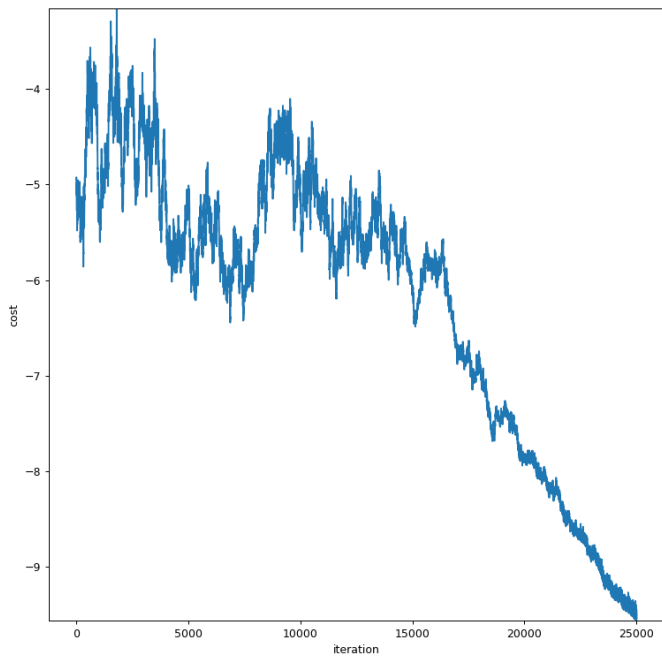
```
"t_max": <zmienna>,
"t_min": 0.01,
"alpha": 10,
"beta": 1,
"r_min": 1,
"num_iterations": 25000,
"num_updates" : 10,
"camera_move_method": "local",
"camera_side" : 20,
"r_count_method": "average",
"density" : 4
```



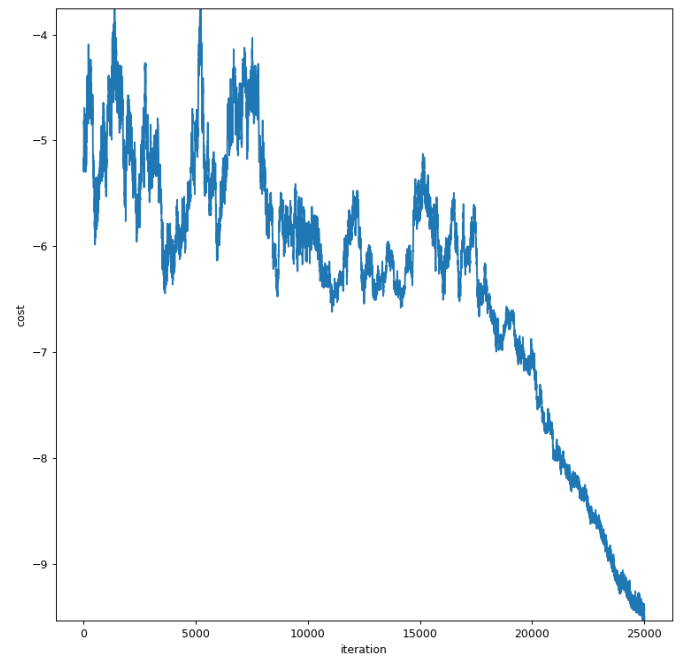
(a)  $T_{max} = 50$



(b)  $T_{max} = 250$



(c)  $T_{max} = 2500$



(d)  $T_{max} = 25000$

Rysunek 1: Wpływ parametru  $T_{max}$  na wartość funkcji celu.

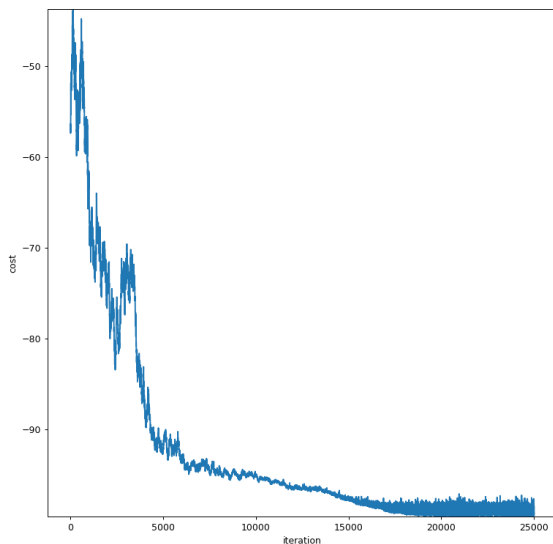


Badanie zostało przeprowadzone dla czterech różnych wartości parametru  $T_{max}$ : 50, 250, 2500 i 25000. Wykresy zostały przedstawione na rys. 1. Widoczny jest wpływ parametru  $T_{max}$  na długość fazy eksploracji, czyli okresu, w którym algorytm akceptuje rozwiązania gorsze od aktualnego. Po fazie eksploracji następuje faza eksploatacji, kiedy to algorytm stara się polepszyć aktualne rozwiązanie, coraz rzadziej pozwalając na jego pogarszanie. Dla  $T_{max} = 50$  granica zauważalna granica pomiędzy wspomnianymi fazami przeszukiwania umiejscowiona jest w pobliżu 12000 iteracji, dla  $T_{max} = 250$  w pobliżu 15000 iteracji, dla  $T_{max} = 2500$  w pobliżu 16000 iteracji, a dla  $T_{max} = 25000$  około 19000 iteracji.

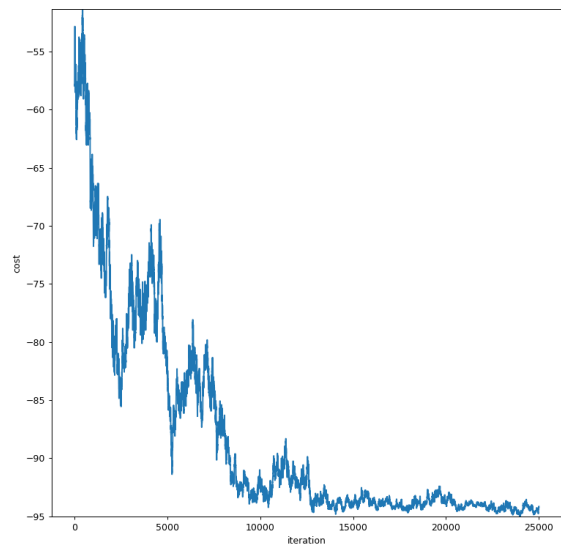
## 9.2 Wpływ wartości temperatury końcowej funkcji wygaszania na wartość funkcji celu

W badaniu sprawdzaliśmy wpływ końcowej wartości temperatury na wygląd wykresu przedstawiającego wartość funkcji celu dla 25000 iteracji. Wartości pozostałych parametrów były stałe - zostały one zaprezentowane poniżej:

```
"t_max": 50.0,
"t_min": <zmienna>,
"alpha": 100,
"beta": 1,
"r_min": 1,
"num_iterations": 25000,
"num_updates" : 10,
"camera_move_method": "local",
"camera_side" : 20,
"r_count_method": "average",
"density" : 4
```



(a)  $T_{min} = 0.001$



(b)  $T_{min} = 1$

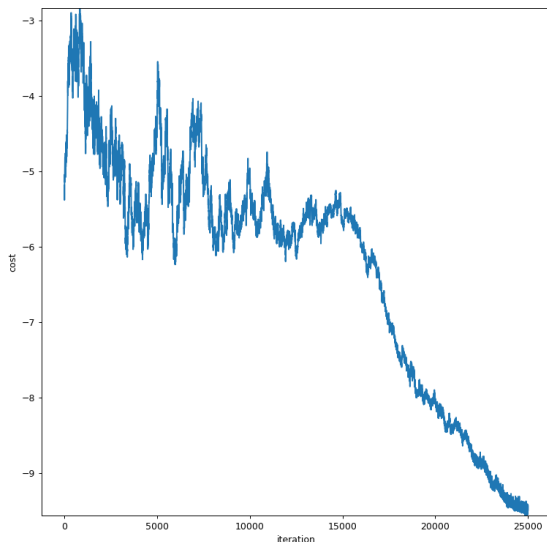
Rysunek 2: Wpływ parametru  $T_{min}$  na wartość funkcji celu.

Badanie zostało przeprowadzone na dwóch wartości parametru  $T_{min}$  (rys. 2). Dla wartości 0.001 wykres wartości funkcji celu względem numeru iteracji jest bardziej gładki niż dla wartości 1. Temperatura ma bezpośredni wpływ na wartość prawdopodobieństwa akceptacji rozwiązań gorszych niż obecne. Większa wartość  $T_{min}$  implikuje większą wartość tego prawdopodobieństwa, a co za tym idzie większe oscylacje na wykresie w końcowym iteracjach.

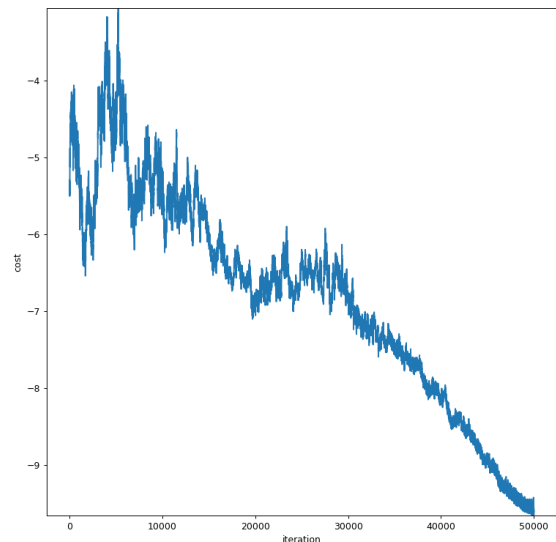
### 9.3 Wpływ liczby iteracji na wartość funkcji celu

W badaniu sprawdzaliśmy wpływ liczby iteracji algorytmu symulowanego wyżarzania na wygląd wykresu przedstawiającego wartość funkcji celu. Wartości pozostałych parametrów były stałe - zostały one zaprezentowane poniżej:

```
"t_max": 250.0,
"t_min": 0.01,
"alpha": 10,
"beta": 1,
"r_min": 1,
"num_iterations": <zmienna>,
"num_updates" : 10,
"camera_move_method": "local",
"camera_side" : 20,
"r_count_method": "average",
"density" : 4
```



(a) 25000 iteracji



(b) 50000 iteracji

Rysunek 3: Wpływ liczby iteracji na wartość funkcji celu.

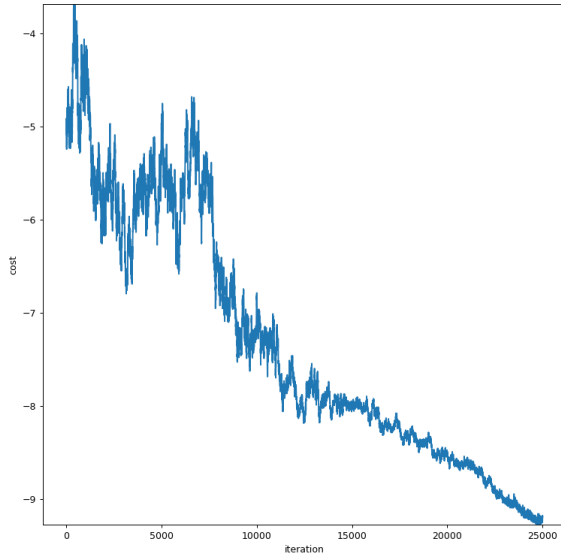
Wyniki badania dla 25 tys i 50 tys iteracji zaprezentowane zostały na rys. 3. Wykresy są do siebie podobne, w szczególności granica między fazą eksploracji i eksploatacji występuje mniej więcej w tym samym miejscu, czyli po ok. 60% iteracji. Osiągane wartości minimalne funkcji celu są w obu przypadkach takie same i wynoszą ok. -9.5. Większa liczba iteracji wpływa jednak negatywnie

na ilość czasu potrzebną na wykonanie badania. Z tego powodu postanowiliśmy przeprowadzić wszystkie pozostałe badania właśnie na 25 tysiącach iteracji.

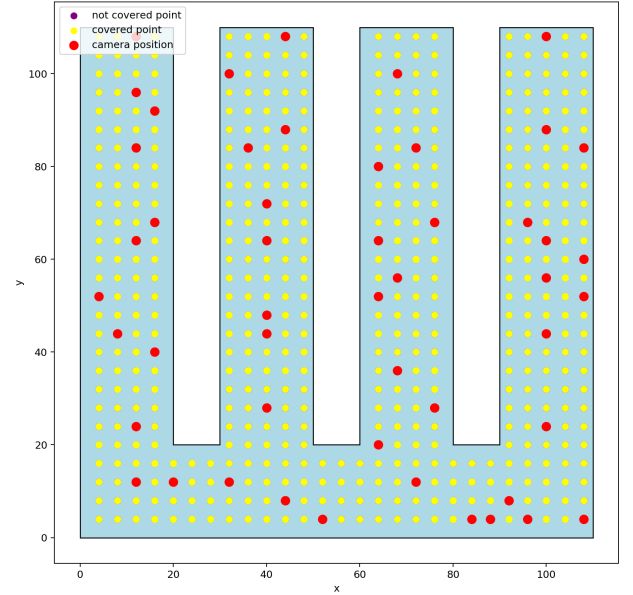
## 9.4 Wpływ wartości parametru $\beta$ na wartość funkcji celu

W badaniu sprawdzaliśmy wpływ wartości parametru  $\beta$  na wygląd wykresu przedstawiającego wartość funkcji celu dla 25000 iteracji oraz wpływ tego parametru na końcowe rozmieszczenie kamer w pomieszczeniu. Wartości pozostałych parametrów były stałe - zostały one zaprezentowane poniżej:

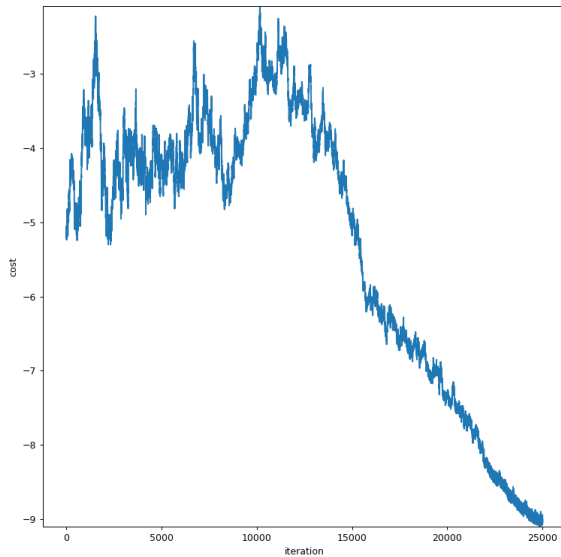
```
"t_max": 200.0,  
"t_min": 0.01,  
"alpha": 10,  
"beta": <zmienna>,  
"r_min": 2,  
"num_iterations": 25000,  
"num_updates" : 100,  
"camera_move_method": "local",  
"camera_side" : 20,  
"r_count_method": "average",  
"density" : 4
```



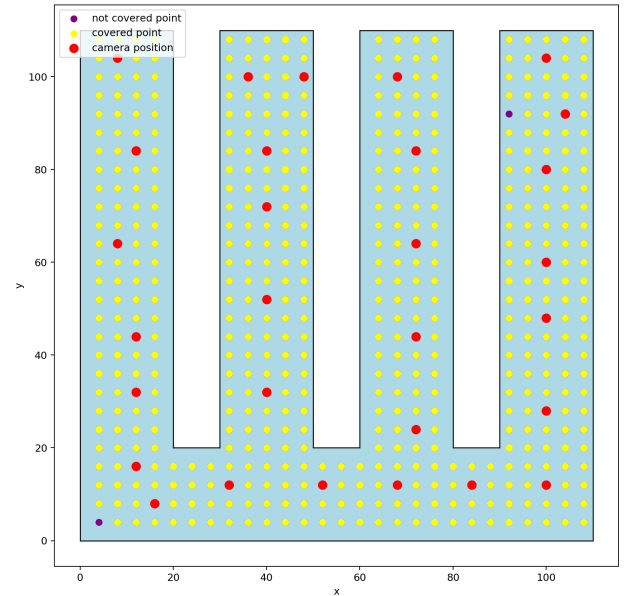
(a) Wartość funkcji celu dla  $\beta = 0.5$



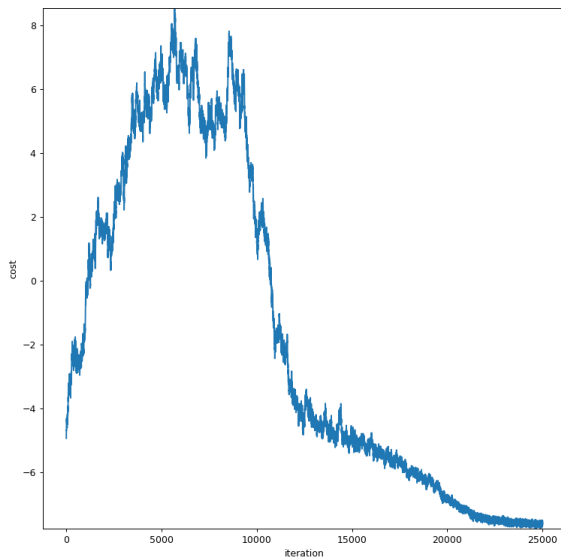
(b) Końcowe rozmieszczenie kamer dla  $\beta = 0.5$



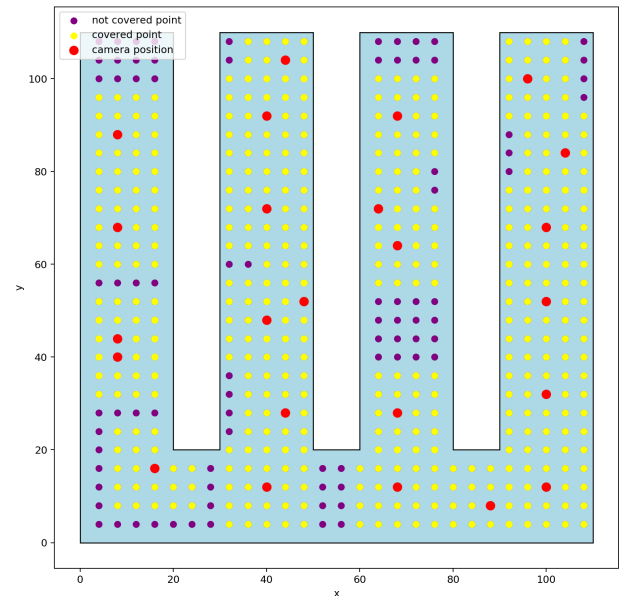
(c) Wartość funkcji celu dla  $\beta = 2$



(d) Końcowe rozmieszczenie kamer dla  $\beta = 2$



(e) Wartość funkcji celu dla  $\beta = 9$



(f) Końcowe rozmieszczenie kamer dla  $\beta = 9$

Rysunek 4: Wpływ parametru  $\beta$  na wartość funkcji celu.

Badanie zostało przeprowadzone na trzech wartości parametru  $\beta$  (rys. 4). Parametr  $r_{min}$  miał stałą wartość równą 2, co oznacza, że każdy punkt z wnętrza pomieszczenia powinien być pokryty przez co najmniej dwie kamery. Niska wartość  $\beta$ , czyli niska wartość kary za użycie nadmiarowej kamery sprawiła, że użytych zostało za dużo kamer, co widać gołym okiem na rys. 4b. Zwiększenie wartości  $\beta$  do 2 spowodowało, że użytych zostało mniej kamer niż za pierwszym razem, a ich rozmieszczenie wydaje się być bardziej sensowne. Dla  $\beta = 9$  zaprezentowane rozwiązanie końcowe jest dalekie od optymalnego. Widocznych jest dużo punktów nie pokrytych przez żadną kamerę.