Rozmieszczanie kamer bezpieczeństwa

Wiktor Franus
Grzegorz Staniszewski

11 listopada 2017

Spis treści

1 Treść zadania

Jak optymalnie rozmieścić kamery monitoringu w ustalonym pomieszczeniu (rzut z góry), aby minimalną liczbą kamer móc obserwować dowolne miejsce (z uwzględnieniem maksymalnej dopuszczalnej odległości od kamery). W rozwiązaniu należy uwzględnić możliwość zapewnienia parametryzowanej redundancji - tzn. wymagania, aby każde miejsce było obserwowane przez co najmniej n kamer.

2 Założenia

1. Pomieszczenie jest wielokątem zawierającym tylko kąty o mierze 90 lub 270 stopni. Pomieszczenie reprezentowane jest przez zbiór punktów (z I ćwiartki układu współrzędnych) podanych w formie listy. Połączenie tych punktów linią, zgodnie z ich kolejnością na liście, skutkuje otrzymaniem linii łamanej ograniczającej pomieszczenie.

2. Kamery mają jednakowy zasięg reprezentowany przez kwadrat o stałej długości boku równej 2 jednostki. Współrzędne kamery są jednocześnie współrzędnymi środka tego kwadratu. Kamera musi znajdować się wewnątrz pomieszczenia i nie przenika przez ściany.

3. Wnętrze pomieszczenia zdyskretyzowane jest do zbioru punktów o współrzędnych całkowitych poprzez nałożenie siatki o gęstości 1 jednostki.

3 Przestrzeń przeszukiwań

- Stanem w przestrzeni przeszukiwań jest zbiór kamer wraz z ich położeniem.

- Stan początkowy jest zbiorem zawierającym n_{kmin} (obliczane jako stosunek pola powierzchni pomieszczenia do pola powierzchni zasięgu jednej kamery, zaokrąglany do jedności w górę) kamer rozmieszczonych losowo wewnątrz pomieszczenia.

- Przejście do kolejnego stanu możliwe jest poprzez:

  - zmianę współrzędnych x lub y jednej z kamer o 1 jednostkę
  - dodanie nowej kamery w losowym miejscu
  - usunięcie jednej kamery

4 Funkcja celu

Informacje znane dla danej instancji problemu:
n_{kmin} - minimalna teoretyczna liczba kamer wymagana do pokrycia danego pomieszczenia
X - zbiór punktów reprezentujących wnętrze pomieszczenia

Parametry do strojenia:
α - zysk z pokrycia $\frac{1}{100}$ pola powierzchni pomieszczenia
β - koszt użycia nadmiarowej kamery
r_{min} - minimalna liczba kamer pokrywająca każde miejsce w pomieszczeniu

Zadanie polega na maksymalizacji funkcji:

$$f(p, k, r) = \alpha * p - \beta * k - \frac{1}{r_{min}} * r$$

gdzie:
p - stosunek powierzchni pokrytej przez kamery do powierzchni pomieszczenia
k - stosunek nadwyżki liczby kamer do n_{kmin}, obliczany wg. wzoru:
$k = \frac{max(0, n_k - n_{kmin})}{n_{kmin}}$, gdzie n_k - liczba kamer w aktualnym stanie

r - średni stopień niespełnienia warunku redundancji dla punktu z wnętrza pomieszczenia, obliczany wg. wzoru:
$r = \frac{\sum_{x \in X} max(0, r_{min} - r_x)}{|X|}$, gdzie r_x - liczba kamer pokrywających punkt x

5 Przykład

- Wartości parametrów:
  $\alpha = 1$
  $\beta = 1$
  $r_{min} = 1$
- Informacje obliczone dla powyższego pomieszczenia:
  pole powierzchni pomieszczenia: 80
  $n_{kmin} = \frac{80}{2*2} = 20$
  $|X| = 105$
- Obliczenie wartości funkcji celu dla stanu z rysunku:
  Liczba kamer użytych: 6
  Pole powierzchni pokryte przez kamery: 18

$p = \frac{18}{80} = 0.225$
$k = \frac{max(0,6-20)}{20} = \frac{0}{20} = 0$
$r = \frac{44*0+61*1}{105} = \frac{61}{105} = 0.58$
$f(p,k,r) = 1*0.225 - 1*0 - 1*0.58 = -0.355$

6 Metaheurystyka

7 Przewidywane wyniki pracy