

APRENDIZAJE AUTOMÁTICO

Entregable T6: Modelos gráficos

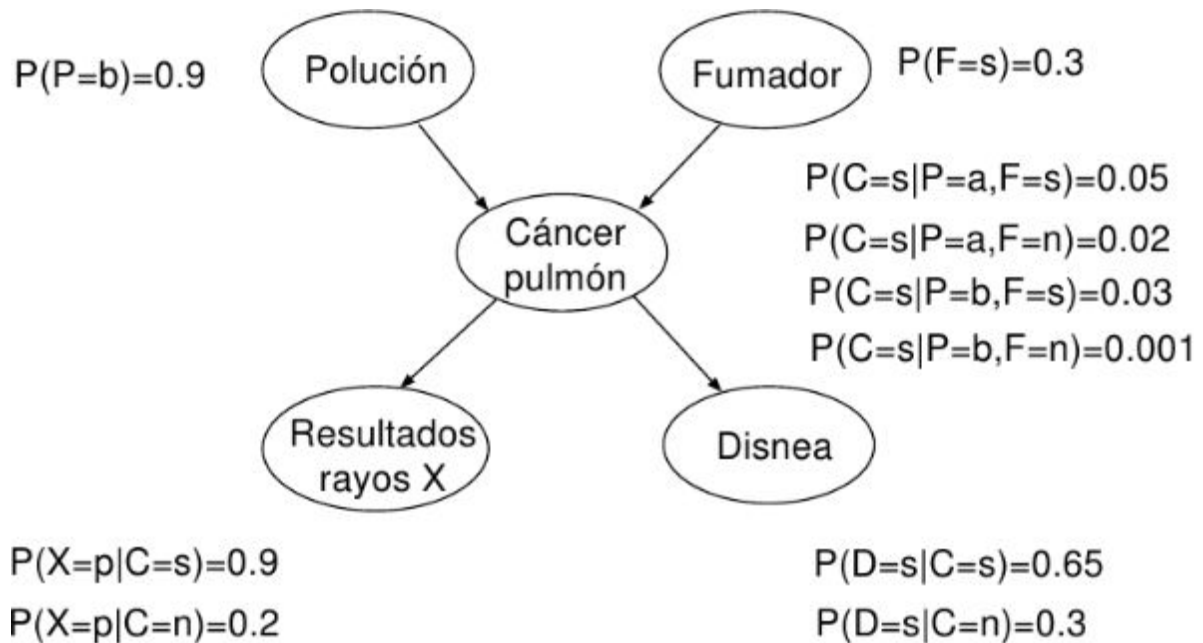
Victoria Beltrán Domínguez

vicbeldo@inf.upv.es

Grupo computación: 4CO11

Universitat Politècnica de Valencia

La red bayesiana de la figura representa de forma muy simplificada el problema del diagnóstico del cáncer de pulmón donde "Polución" puede tomar los valores "b" (bajo) o "a" (alto), "Fumador" puede tomar los valores "s" (sí) o "n" (no), "Resultados de los rayos X" puede tomar los valores "p" (positivo) o "n" (negativo), "Disnea" puede tomar los valores "s" (sí) o "n" (no) y "Cáncer de pulmón" puede tomar los valores "s" (sí) o "n" (no).



Se pide calcular:

- 1) la probabilidad de que el paciente sea fumador sabiendo que padece disnea y que los resultados de rayos X han salido negativos;

$$\begin{aligned}
 P(F=s \mid D=s, X=n) &= \frac{P(F=s, D=s, X=n)}{P(D=s, X=n)} = \\
 &= \frac{\sum_{\forall p, c} P(P=p, F=s, D=s, X=n, C=c)}{\sum_{\forall p, c, f} P(P=p, F=f, D=s, X=n, C=c)} = \\
 &= \frac{\sum_{\forall p, c} P(P=p) * P(F=s) * P(C=c \mid P=p, F=s) * P(X=n \mid C=c) * P(D=s \mid C=c)}{\sum_{\forall p, c, f} P(P=p) * P(F=f) * P(C=c \mid P=p, F=f) * P(X=n \mid C=c) * P(D=s \mid C=c)} = \\
 &= \frac{\sum_{\forall c} P(F=s) * P(X=n \mid C=c) * P(D=s \mid C=c) * \sum_{\forall p} P(P=p) * P(C=c \mid P=p, F=s)}{\sum_{\forall p} P(P=p) * \sum_{\forall c} P(X=n \mid C=c) * P(D=s \mid C=c) * \sum_{\forall f} P(F=f) * P(C=c \mid P=p, F=f)} = \\
 &= \frac{0.3 * 0.1 * 0.65 * (0.9 * 0.03 + 0.1 * 0.02) + 0.3 * 0.8 * 0.3 * (0.9 * 0.97 + 0.1 * 0.95)}{0.1 * ((0.1 * 0.65 * (0.3 * 0.05 + 0.7 * 0.02)) + (0.8 * 0.3 * (0.3 * 0.95 + 0.7 * 0.98))) + 0.9 * ((0.1 * 0.65 * (0.3 * 0.03 + 0.7 * 0.001)) + (0.8 * 0.3 * (0.3 * 0.97 + 0.7 * 0.999)))} = \\
 &= \frac{0.0703}{0.237} = 0.296
 \end{aligned}$$

- 2) la probabilidad de que un paciente sufra disnea sabiendo que es fumador y que los resultados de rayos X han salido positivos;

$$\begin{aligned}
 P(D=s \mid F=s, X=p) &= \frac{P(F=s, D=s, X=p)}{P(F=s, X=p)} = \\
 &= \frac{\sum_{\forall p, c} P(P=p, F=s, D=s, X=p, C=c)}{\sum_{\forall p, c, f} P(P=p, F=f, D=f, X=p, C=c)} = \\
 &= \frac{\sum_{\forall p, c} P(P=p) * P(F=s) * P(C=c \mid P=p, F=s) * P(X=p \mid C=c) * P(D=s \mid C=c)}{\sum_{\forall p, c, f} P(P=p) * P(F=f) * P(C=c \mid P=p, F=f) * P(X=p \mid C=c) * P(D=f \mid C=c)} = \\
 &= \frac{P(F=s) * \sum_{\forall c} P(D=s \mid C=c) * \sum_{\forall p} P(P=p) * P(C=c \mid P=p, F=s) * P(X=p \mid C=c)}{P(F=s) * \sum_{\forall p} P(P=p) * \sum_{\forall c} P(X=p \mid C=c) * P(C=c \mid P=p, F=s) * \sum_{\forall f} P(D=f \mid C=c)} = \\
 &= \frac{\sum_{\forall c} P(D=s \mid C=c) * \sum_{\forall p} P(P=p) * P(C=c \mid P=p, F=s) * P(X=p \mid C=c)}{\sum_{\forall p} P(P=p) * \sum_{\forall c} P(X=p \mid C=c) * P(C=c \mid P=p, F=s)} = \\
 &= \frac{0.65 * (0.1 * 0.05 * 0.9 + 0.9 * 0.03 * 0.9) + 0.3 * (0.1 * 0.95 * 0.2 + 0.9 * 0.97 * 0.2)}{0.1 * (0.05 * 0.9 + 0.95 * 0.2) + 0.9 * (0.03 * 0.9 + 0.97 * 0.2)} = \\
 &= \frac{0.07672}{0.2224} = 0.34
 \end{aligned}$$

3) la probabilidad de que un paciente sufra cáncer sabiendo que es fumador, sufre disnea y que los resultados de rayos X han salido positivos.

$$\begin{aligned}
 P(C=s \mid F=s, D=s, X=p) &= \frac{P(C=s, F=s, D=s, X=p)}{P(F=s, X=p, D=s)} = \\
 &= \frac{\sum_{\forall p} P(P=p, F=s, D=s, X=p, C=s)}{\sum_{\forall p, c} P(P=p, F=s, D=s, X=p, C=c)} = \\
 &= \frac{\sum_{\forall p} P(P=p) * P(F=s) * P(C=s \mid P=p, F=s) * P(X=p \mid C=s) * P(D=s \mid C=s)}{\sum_{\forall p, c} P(P=p) * P(F=s) * P(C=c \mid P=p, F=s) * P(X=p \mid C=c) * P(D=s \mid C=c)} = \\
 &= \frac{P(F=s) * P(X=p \mid C=s) * P(D=s \mid C=s) * \sum_{\forall p} P(P=p) * P(C=s \mid P=p, F=s)}{P(F=s) * \sum_{\forall p} P(P=p) * \sum_{\forall c} P(X=p \mid C=c) * P(C=c \mid P=p, F=s) * P(D=s \mid C=c)} \\
 &= \frac{0.3 * 0.9 * 0.65 * (0.1 * 0.05 + 0.9 * 0.03)}{0.3 * (0.1 * (0.05 * 0.9 * 0.65 + 0.95 * 0.2 * 0.3) + 0.9 * (0.03 * 0.9 * 0.65 + 0.97 * 0.2 * 0.3))} = \\
 &= \frac{0.005616}{0.02304} = 0.244
 \end{aligned}$$