

## Álgebra I

### Ejercicios de preparación: Certamen 1

**Problema 1.** Encontrar el lugar geométrico de todos los números  $z \in \mathbb{C}$  que verifican la relación

$$\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) \leq \frac{1}{2}.$$

**Problema 2.** Sea  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ , y  $w_0, \dots, w_{n-1}$  las raíces  $n$ -ésimas de la unidad. Pruebe que

- a) Si  $w \neq 1$  es una raíz, entonces  $1 + w + w^2 + \dots + w^{n-1} = 0$ .
- b)  $w_0 w_1 \dots w_{n-1} = (-1)^{n-1}$ .

**Problema 3.** Considere el polinomio

$$p(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 4.$$

Si se sabe que  $p$  tiene una raíz de la forma  $ki$ , con  $k$  real positivo,

- a) Determine el valor de  $k$ .
- b) Calcule  $p(x)/(x^2 + k^2)$ , con  $k$  determinado en la parte anterior.
- c) Determine las raíces de  $p$ .
- d) Encuentre la descomposición en fracciones parciales de  $1/p(x)$ .

---

VBV.

Concepción, noviembre de 2016.