Universidad de Concepción
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Matemática

Pauta Test N°1
Cálculo III (521227)

1. Encontrar el interior, el conjunto de los puntos de acumulación y la frontera para $A = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - y^2 \geq 9, -5 \leq x \leq 5\}$. Además, indicar si A es abierto, cerrado o compacto.

   Solución:

   $int(A) = \phi$ **(5 puntos)**,

   $A' = \{(x, y, 1) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - y^2 \geq 9, -5 \leq x \leq 5\}$ **(5 puntos)**,

   $Fr(A) = A$ **(5 puntos)**,

   A no es abierto pues $int(A) \neq A$ **(5 puntos)**, A es cerrado pues $A = \bar{A}$ **(5 puntos)**

   Dado que $A \subseteq B((0, 0, 0), 100)$, se tiene que A es un conjunto acotado; luego, como A es cerrado entonces él es un conjunto compacto. **(5 puntos)**.

2. Calcular, si es posible, los siguientes límites:

   a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^2}{x^2 + y^2 + |y|}$ *b*) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^2}{x^2 + y^2 + y}$

   Solución:

   a) Para $(x, y) \neq (0, 0)$ se tiene que $\dfrac{y^2}{x^2 + y^2 + |y|} \leq |y|$ **(5 puntos)** y como $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} |y| = 0$ **(5 puntos)**, entonces por Teorema del sandwich, se tiene que $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^2}{x^2 + y^2 + |y|} = 0$. **(5 puntos)**

   b) Si $y = 0$, entonces $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^2}{x^2 + y^2 + y} = 0$ **(5 puntos)**; en cambio, si $y = -x^2$ entonces $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^2}{x^2 + y^2 + y} = 1$. **(5 puntos)**

   De lo anterior, $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^2}{x^2 + y^2 + y}$ no existe. **(5 puntos)**

EGG/JRC/CFS/JOF/HPV/egg
23 de Marzo de 2017