

UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

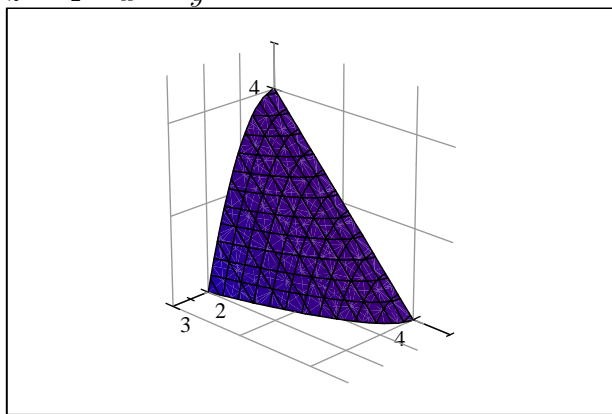
18/05/2017.

Test N° 5.
Cálculo III 521227

Sea D la región del primer octante limitada por la superficie: $z = 4 - x^2 - y$

1. Representa gráficamente la región D .

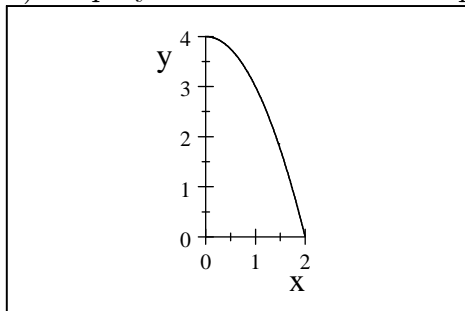
$$z = 4 - x^2 - y$$



(12 puntos)

2. Escriba las integrales iteradas que permiten calcular el volumen del sólido, considerando los órdenes: a) $dzdydx$ y b) $dx dz dy$

a) La proyección del sólido en el plano xy es $y = 4 - x^2$



que se describe: $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 4 - x^2$.

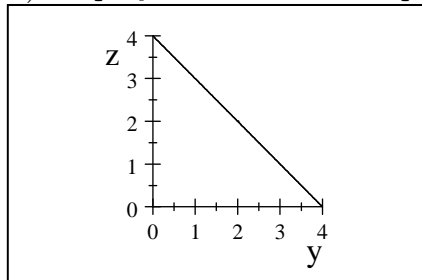
Por tanto, el sólido D se describe

$$\begin{aligned} 0 &\leq x \leq 2 \\ 0 &\leq y \leq 4 - x^2 \\ 0 &\leq z \leq 4 - x^2 - y^2 \end{aligned}$$

y su volumen está dado por

$$\int_0^2 \int_0^{4-x^2} \int_0^{4-x^2-y^2} dz dy dx \quad (16 \text{ puntos})$$

b) La proyección de D en el plano yz es



que se describe $0 \leq y \leq 4$, $0 \leq z \leq 4 - y$

Por lo tanto, el sólido se describe

$$\begin{aligned} 0 &\leq y \leq 4 \\ 0 &\leq z \leq 4 - y \\ 0 &\leq x \leq \sqrt{4 - y - z} \end{aligned}$$

y su volumen está dado por

$$\int_0^4 \int_0^{4-y} \int_0^{\sqrt{4-y-z}} dx dz dy \quad (16 \text{ puntos})$$

3. Calcule el volumen de D

$$\int_0^2 \int_0^{4-x^2} \int_0^{4-x^2-y} dz dy dx =$$

$$\int_0^2 \int_0^{4-x^2} (4 - x^2 - y) dy dx = \int_0^2 \frac{1}{2} (x^2 - 4)^2 dx = \frac{128}{15} \quad (16 \text{ puntos})$$