

---

### 3. ADMINISTRACIÓN DE INVENTARIOS CON DEMANDA INDEPENDIENTE

#### 3.1 MODELOS DETERMINISTICOS

##### 3.1.1 MODELO DE LOTE ECONÓMICO

Una de las decisiones básicas que debe tomarse en la administración de los inventarios es la de equilibrar los costos de la inversión en inventarios con los de colocación de pedidos de reposición de inventarios. La respuesta a responder es ¿cuándo debe pedirse? La cantidad correcta a pedir es aquella que mejor equilibra los costos relacionados con el número de pedidos colocados y los costos relacionados con el tamaño de los pedidos colocados. Cuando se han equilibrado adecuadamente estos costos, se minimizará el costo económico o cantidad económica de pedido (EOQ).

El concepto de EOQ se aplica bajo las siguientes condiciones:

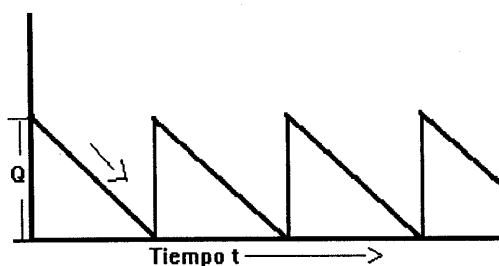
- 1.- La demanda es conocida con certeza.
- 2.- El artículo se repone en lotes o tandas, comprándolo o fabricándolo y no se produce continuamente.
- 3.- Los índices de consumo o de ventas son uniformes, y son pequeños si se comparan con la rapidez con que se produce el artículo normalmente, de modo que se obtiene una cantidad significativa de inventario.
- 4.- No se permiten unidades faltantes.
- 5.- Las unidades no se vuelven obsoletas.
- 6.- El costo unitario es fijo e independiente de la cantidad comprada o fabricada

La vida limitada de la herramienta, la vida corta de exposición, el uso económico de la materia prima y otras restricciones sobrepasan la aplicación de las técnicas de la EOQ. No obstante, el concepto tiene una amplia aplicación en la industria puesto que

la mayor parte de la producción no es continua y los lotes individuales del material se toman de un inventario, se procesan y luego se pasan a otro inventario.

En un tiempo  $t=0$  el inventario es cero. No se permitan faltantes; por lo cual se realiza un pedido en  $t=0$  y la cantidad ordenada es  $Q$ . Considérese la siguiente ocasión que se realice un pedido; el inventario que se tiene vuelve a ser cero. Obsérvese que la mejor forma de reducir los costos por mantener unidades en el inventario es esperar a que se agoten las unidades para realizar el pedido (el cual es recibido instantáneamente).

#### MODELO DE LOTE ECONOMICO



La cantidad óptima a ordenar será entonces:

$$Q^* = \sqrt{2AD/IC}$$

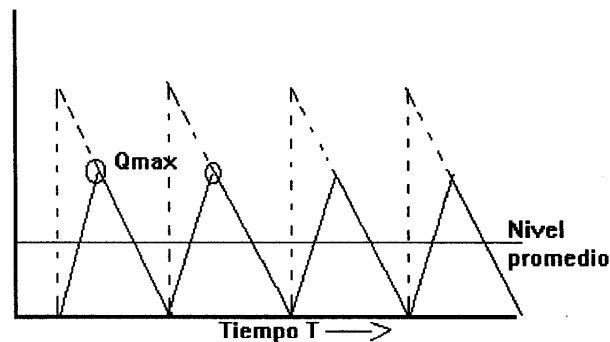
Para analizar la deducción de la fórmula ver apéndice I

---

### 3.1.2 MODELO DE TASA DE PRODUCCIÓN FINITA

Al utilizar el modelo de lote económico (EOQ), se asume implícitamente que los artículos se obtienen de un proveedor externo a la empresa. Cuando este es el caso, es de suponer que todos los artículos de lote llegan al mismo tiempo. Sin embargo, si deseamos utilizar el modelo de lote económico cuando los artículos se producen dentro de la fábrica, se considera que la tasa de producción es infinita. Cuando la tasa de producción es mucho mas grande que la cantidad demandada, esta aproximación se considera válida. Sin embargo, si la tasa de producción es comparable a las unidades demandadas, la utilización del modelo del lote económico nos llevará a una decisión incorrecta.

#### MODELO DE TASA PRODUCCION FINITA



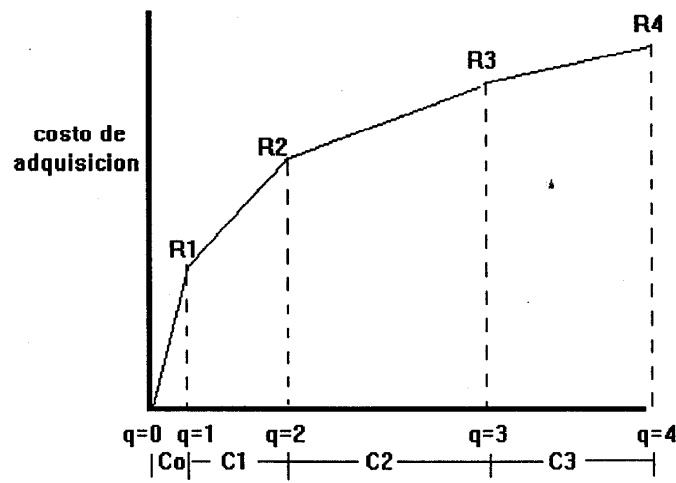
$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{IC} \times \frac{P}{P-D}}$$

### 3.1.3 MODELOS DE DESCUENTOS POR INCREMENTO EN EL VOLUMEN

Quien quiera que haya adquirido artículos de consumo en grandes volúmenes, mayores de los que se requieren inmediatamente ha podido pagar en precio unitario menor. Cuando la demanda se conoce con certeza, la entrega se vuelve instantánea (no hay fuera de existencias) y el precio de los productos varía, de acuerdo con el volumen ordenado. El resultado es una situación de lote económico modificado, llamado el caso de descuento por volumen (o descuento por incremento en cantidad). A medida que el volumen ordenado ( $Q$ ) se incrementa, el proveedor a menudo puede producir y embarcar su mercancía a más bajo precio. Para estimular las compras por volumen, el proveedor comparte las ventajas de las economías de escala con el cliente. Sus características son:

1. Al comprar más, la inversión en inventario se irá por arriba y el costo de tenencia aumentará (por lo general una cantidad importante).
2. Al comprar más reduce el número de pedidos por año y por lo tanto el costo total de pedidos disminuye.
3. El descuento reduce el costo unitario del volumen total que normalmente es un ahorro significativo.

### MODELO DESCUENTOS POR INCREMENTO EN EL VOLUMEN



A medida que incrementamos la cantidad ordenada el precio unitario disminuye. Como en todas las doctrinas de operación para inventarios, la cantidad óptima a ordenar es la cantidad que ofrece el costo total más bajo.

El procedimiento para calcular la Q óptima es:

$$q_j = \sqrt{\frac{2D(R_j - C_j \times q_j + A)}{IC_j}}$$

Para analizar la deducción de la fórmula ver apéndice I

## APENDICE I

### Modelo de lote económico.

Cantidad óptima a ordenar y costo óptimo

$$\begin{array}{ccccc} \text{Costos promedios} & & \text{Costos promedios} & & \text{Costos promedios} \\ \text{anuales totales del} & = & \text{anuales asociados} & + & \text{anuales por mantener} \\ \text{sistema de inv.} & & \text{al producto.} & & \text{en inventario.} \\ K & & A & & B \end{array}$$

$$A = \text{Costo de adquisición} + \text{Costos promedios anuales por colocar ordenes.}$$

$$CD \qquad (A)(D/Q)$$

$$B = \text{Costo por mantener unidades en inventario por periodo.} \quad * \quad \text{No. de periodos promedios en el año.}$$

$$IC \int (Q + S - DT) dt \big| [D/Q] = ICT [D/Q] [Q + S - (DT/2)]; T = Q/D$$

$$IC (Q/D) (D/Q) [Q + S - (D/2) (Q/D)]$$

$$IC [Q + S - (Q/2)] = IC [Q/2 + S]$$

$$K = CD + (AD/Q) + IC [(Q/2) + S]; \text{ como no se permiten faltantes } S = 0$$

$$K = CD + (AD/Q) + IC (Q/2) \quad \text{costos totales que involucran costos no relevantes.}$$

Los costos de adquisición CD son irrelevantes, por lo tanto:

$$K' = (AD/Q) + IC (Q/2) \quad \text{costos relevantes los cuales se desea minimizar.}$$

$$\frac{dK'}{dQ} = (-AD/Q^2) + (IC/2) = 0. \quad \text{despejamos}$$

$$Q^* = (2AD/IC)^{1/2} \quad \text{cantidad óptima a ordenar.}$$

Costos óptimos:

Sea  $K = AD/Q + IC Q/2$  los costos promedio anuales variables del sistema de inventario

Sustituyendo  $Q = 2AD/IC$  tenemos:

$$K^* = \sqrt{A^2 D^2 IC / 2AD} + \sqrt{2AD I^2 C^2 / 4IC}$$

$$K^* = \sqrt{ADIC / 2} + \sqrt{ADIC / 2}$$

$$K^* = \sqrt{2 ADIC / 2}$$

$$K^* = \sqrt{(2ADIC)} \quad \text{costos óptimos promedios anuales totales del sistema de inventario.}$$

#### Tasa de Producción finita sin permitir faltantes.

Donde:

$P$  = capacidad de producción (un / año)

Una condición indispensable para que el modelo funcione es que:

$$P > D$$

$T_p$  = tiempo para producir ,  $T_p = Q / P$ .

$T_d$  = tiempo para consumir ,  $T_d = T - T_p = (Q/D) - (Q/P)$

$$T_d = (QP - DQ) / Dp = (Q/D) [1 - (D/P)]$$

$$T_d = (Q/D) [1 - (D/P)]$$

$\frac{D}{P}$  = Factor de utilización de la  
capacidad instalada.

$$[1 - (D/P)] = \text{OCIO.}$$

Valor del inventario máximo

Utilizando la ecuación de la recta tenemos:

$$y = mx + b$$

$$\text{Inv. Máx} = (P - D) T_p$$

$$\text{Inv. Máx} = (P - D) (Q/P), \quad (D/P) = \text{No. de corridas en el año.}$$

$$\text{Inv. Máx} = Q [1 - (D/P)]$$

$C \times D$ : Costo de producción, aquí no tienen influencia porque no dependen de  $Q$  ( no se incluyen en los costos variables ) " se incluyen solo cuando se pide el costo total ".

Definiciones:

A: Costo fijo por preparar cada corrida de producción ( SETUP ).

Q: Tamaño del lote a producir.

C: Costo variable unitario de producción.

**Descuentos por incremento en volumen.**

$$C_0 (q_1 - q_2) + (C_1) (q_2 - q_1) = R_2$$

$$C_0 (q_1 - q_2) = R_1$$

El costo total de las Q unidades C (Q) cuando  $q_j < Q \leq q_{j+1}$  puede describirse como:

$$C (Q) = C_0 (q_1 - q_0) + C_1 (q_2 - q_1) + \dots C_{j-1} (q_j - q_{j-1}) + C_j (Q - q_j)$$

$$C (Q) = k \cdot b^{j-1} C_k (q_{k+1} - q_k) + C_j (Q - q_j), \quad \text{para } q_j < Q \leq q_{j+1}$$

$$R_i = k \cdot b^{j-1} C_k (q_{k+1} - q_k) + C_j (Q - q_j),$$

$$C (Q) = R_j + C_j (Q - q_j) \quad \text{costos de la orden.}$$

El costo unitario promedio es:

$$\frac{C(Q)}{Q} = \frac{R_j}{Q} + C_j - C_j \frac{q_j}{Q} = C'$$

Ahora los costos promedios variables totales anuales del sistema dependen de la cantidad comprada.

$$K = C'D + (AD / Q) + IC' (Q / 2).$$



---

### 3.2 MODELOS ESTOCASTICOS:

#### 3.2.1 DEMANDA VARIABLE, TIEMPO DE ENTREGA; DEMANDA DURANTE EL TIEMPO DE ENTREGA.

**Demanda variable:** Para los modelos de inventarios sencillos se supuso que la demanda futura se conoce con certeza. La manera más común para estimar la demanda es reunir información sobre experiencias anteriores y pronosticar la demanda futura en base a dichos datos. El método convencional es calcular:

1. La tasa promedio de ventas a partir de datos anteriores.
2. La desviación estándar con respecto al promedio.

**Tiempo de entrega:** Al igual que la demanda, el tiempo de entrega, a menudo es incierto, más bien que constante. Si es incierta, la duración del tiempo de entrega se distribuye de alguna forma. También, se requiere entonces obtener algunos patrones muy aproximados calculando la media y la desviación estándar de todos los datos, usando los puntos medios de los intervalos.

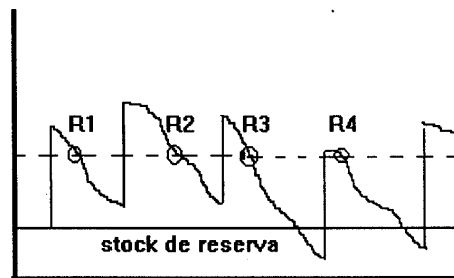
**Demanda durante el tiempo de entrega:** Las dos fuentes de variación de la demanda durante el tiempo de entrega son, la duración y la demanda por el período del tiempo de entrega, interactúan para determinar *la demanda durante el tiempo de entrega*.

Se pueden calcular todas las combinaciones posibles de la duración del tiempo de entrega y de la demanda diaria, y ver cuales valores son posibles para la demanda durante el tiempo de entrega. También, se pueden calcular las probabilidades de estas demandas y luego utilizarlos para construir una distribución de probabilidad de la

---

demanda durante el tiempo de entrega. Para problemas más complejos que implican muchos intervalos de clasificación de la demanda y el tiempo de entrega, las operaciones a mano llegan a ser tediosas. Un método alternativo para generar la distribución de la demanda durante el tiempo de entrega es simular la operación del sistema de inventario en el tiempo mediante la computadora. Al establecer un tiempo de entrega, una demanda y calcular la demanda durante el tiempo de entrega y repetir el proceso docenas de veces, se podría clasificar la información en una distribución de las demandas en los tiempos de entregas y calcular una media y una desviación estándar para describir esta distribución de probabilidad.

**MODELO Q/R CON DEMANDA Y TIEMPO  
DE ESPERA VARIABLES**



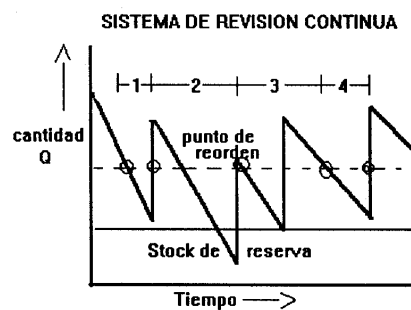
*La gráfica describe como se afectan los niveles de inventario por las variaciones en la demanda en los tiempos de espera.*

### 3.2.2 SISTEMA DE REVISIÓN CONTINUA:

Una forma práctica de establecer un sistema de inventario es llevar la cuenta de cada artículo que sale del almacén y colocar una orden por más existencias cuando los inventarios lleguen a un nivel predeterminado, el punto de orden.

Consiste en una estimación de la demanda durante el tiempo de entrega, más un stock de reserva para proteger contra el hecho de que ni la demanda ni el tiempo de entrega pueden ser predichos con certidumbre. Conforme pasa el tiempo, se consume el inventario. Esto se supone que ocurre con velocidad constante y uniforme, hasta que alcanza el nivel predeterminado del punto de reorden. Luego se coloca una orden de reposición para un EOQ.

Por desgracia, en la mayor parte de las situaciones reales de inventarios, ni el tiempo de entrega ni la demanda pueden predecirse con exactitud. Por consiguiente, un punto de reorden basado simplemente en la demanda promedio durante el tiempo de entrega no proporcionará suficiente stock (existencias) para dar inclusive una protección razonablemente buena contra el agotamiento, puesto que la demanda fluctuante excederá la mitad del tiempo promedio. Un problema mayor es entonces estimar cuanto stock de reserva se requerirá en el punto de reorden.



### 3.2.3 SISTEMA DE REVISIÓN PERIÓDICA:

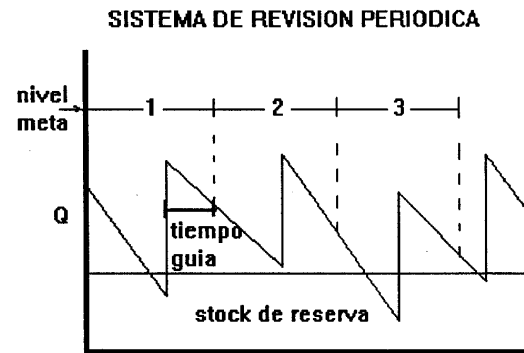
Es una herramienta importante en el control de inventarios. En ésta técnica los registros de inventario se revisan en forma periódica y los pedidos de reposición se colocan para cada artículo en cada revisión. El periodo de revisión puede ser de una semana, dos semanas o un mes, el que sea mejor para la situación. Al ordenar se pide suficiente stock para llevar el total con que se cuenta o el de la orden (pedido) o hasta un nivel meta predeterminado.

La técnica de la revisión periódica encuentra aplicación en donde:

1. Existe multitud de salidas de pequeños artículos del inventario en forma tal que la colocación de registros para cada salida es impráctica. Supermercados de alimentos, casas de suministros de autopartes y negocios similares al menudeo caen en ésta categoría.
2. Los costos de pedido son relativamente pequeños. Esto ocurre cuando se reciben pedidos por muchos artículos diferentes procedentes de una fuente.
3. Es deseable pedir muchos artículos de una vez para formar un programa de producción de modo que se puedan combinar los arreglos de equipo para la familia de artículos u obtener descuentos de un vendedor por medio de un pedido combinado o reducir los costos de flete embarcando cantidades completas Intervalos regulares.

Se deben tomar en cuenta algunos puntos importantes sobre la revisión periódica:

- a) El tiempo de entrega total es realmente igual al tiempo de entrega más el periodo de revisión.
- b) La prolongación del período de revisión es equivalente a la prolongación del tiempo de entrega y requerirá llevar mayores cantidades de stock de reserva.
- c) La cantidad de pedido es igual a la demanda real durante el último periodo de revisión.
- d) El nivel promedio del inventario es igual a la mitad a la mitad de la demanda durante el periodo de revisión.



## APENDICE II

### SISTEMA DE REVISIÓN CONTINUA

✓ Con cada transacción de un cliente se revisa el nivel del inventario, (lo disponible + lo ordenado). Cuando el nivel del inventario desciende a un punto que llamaremos punto de reorden  $Vn$ , coloque una orden por una cantidad fija  $Q^*$ .

Problema:

- ① Encontrar  $Q^* \Rightarrow Q^* = (2AD/IC)^{1/2}$
- ② Encontrar  $Vn$

Donde  $s$  es nivel de inventario de seguridad (stock de reserva)

\* El inventario de seguridad esta en función de dos cosas:

a) La desviación de la demanda por periodo pronosticado ( $Pp$ ).

i) La desviación estandar

$$\sigma = \sum [y_i(t) - \bar{y}(t)^2] \div (N-1)$$

ii) La desviación absoluta de la media (D.A.M.)

$$D.A.M. = \sum [y(t) - \bar{y}(t)] \div N$$

b) El nivel deseado de servicio al cliente ( $s$ )

(se traduce en una normal  $z$ )

c) Factor de seguridad (F.S.)

$$F.S. = \tau / Pp$$

\* si se utiliza  $\sigma$ :

$$s = \sigma z \tau / Pp$$

$$Vn = \mu + s = \tau D + z \sigma \tau / Pp$$

\*\* Si se utiliza D.A.M.

$$s = 1.25 D.A.M. z (\tau / Pp)^{1/2}$$

$$Vn = \tau D + 1.25 D.A.M. z (\tau / Pp)^{1/2}$$

---

## MODELO DE REVISIÓN PERIODICA

✓ Revise el nivel del inventario (lo disponible + lo ordenado) a intervalos periódicos fijos "P". Ordene una cantidad igual al inventario meta (menos el nivel de inventario en cada revisión).

El sistema P queda completamente determinado por dos parámetros: P y T.

Una aproximación es el valor óptimo de P. Puede relacionarse con el lote óptimo así:

$$P = Q^*/D = 1/D \sqrt{2AD/IC} \Rightarrow \sqrt{2AD/ICD^2} \Rightarrow \sqrt{2A/ICD} = P$$

$$\text{Ahora: } T = m' + s'$$

Donde:

T = Nivel de inventario meta

m' = Demanda promedio durante P +  $\tau$  (hasta el tiempo de entrega)

s' = Inventario de seguridad (stock de reserva)