Noções de Topografia Para Projetos Rodoviarios

Capitulos

Capitulo 11

CURVAS HORIZONTAIS COM TRANSIÇÃO

11.1. INTRODUÇÃO

Quando um veículo passa de um alinhamento reto para um trecho curvo, surge uma força centrífuga atuando sobre o mesmo, que tende a desviá-lo da trajetória que normalmente deveria percorrer. Este fato representa um perigo e desconforto para o usuário da estrada.

Em outras palavras, a partir da passagem pelo PC, o veículo segue uma trajetória de "transição intermediária" entre a tangente e a curva, a qual varia de acordo com a velocidade, o raio de curvatura e a superelevação. O problema se acentua quando se aumenta a velocidade e se reduz o raio de curvatura, pois a transição se processa numa distância maior, podendo resultar até na invasão da faixa adjacente, como representado pela Fig. 11. 1.

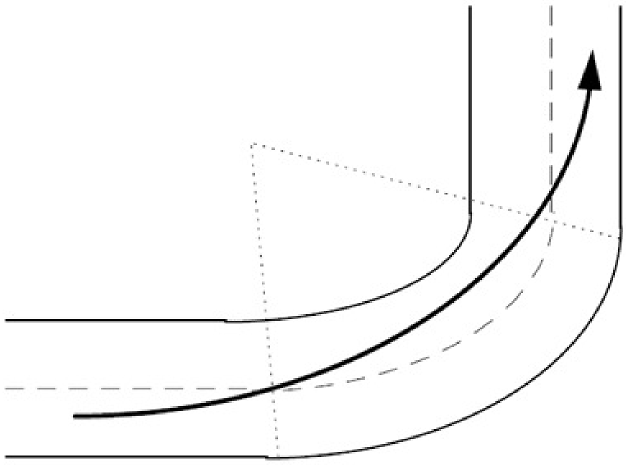

Fig. 11. 1: Problema de invasão da faixa adjacente nas curvas

Uma rodovia para permitir essa transposição com conforto e segurança deve ter um alinhamento, o máximo possível, segundo essa transição, ou seja, deve acompanhar a tendência dos veículos que por ela transitam.

Do ponto de vista teórico, o que se deseja é limitar a ação da força centrífuga sobre o veículo, para que sua intensidade não ultrapasse um determinado valor. Isso se consegue através da utilização de uma curva de transição intercalada entre o alinhamento reto (trecho em tangente) e a curva circular. Esta transição é realizada com o fim de distribuir gradativamente o incremento da aceleração centrífuga. Esta curva de transição tem o seu raio de curvatura passando gradativamente do valor infinito (no ponto de contato com a tangente) ao valor do raio da curva circular. Este ponto de encontro das duas curvas, com o mesmo raio, é conhecido como ponto osculador.

Existem vários critérios diferentes visando orientar o estabelecimento do limite de emprego de curvas de transição. Para fins de projetos rodoviários convencionais, o DNER recomenda o critério associado à velocidade diretriz resumido pelos valores constantes da Tabela 11.1, apresentada a seguir. Segundo esse critério, permite-se a dispensa do uso da curva de transição quando a aceleração centrífuga a que o veículo é submetido na curva for igual ou inferior a 0,4 m/s2.

Tabela 11. 1: Valores-limite dos raios R acima dos quais podem ser dispensadas curvas de transição

V (km/h)	30	40	50	60	70	80	90	100
R(m)	170	300	500	700	950	1200	1550	1900

São em número de quatro as curvas que podem ser auxiliares como transição: a **CLOTÓIDE** (também denominada **ESPIRAL DE CORNU**, **RADIÓIDE AOS ARCOS** ou **ESPIRAL DE VAN LEBER**), a **LEMNISCATA DE BERNOUILLE**, a **CURVA ELÁSTICA** (também denominada de **RADIÓIDE** ÀS **ABSCISSAS**) e a **PARÁBOLA CÚBICA**.

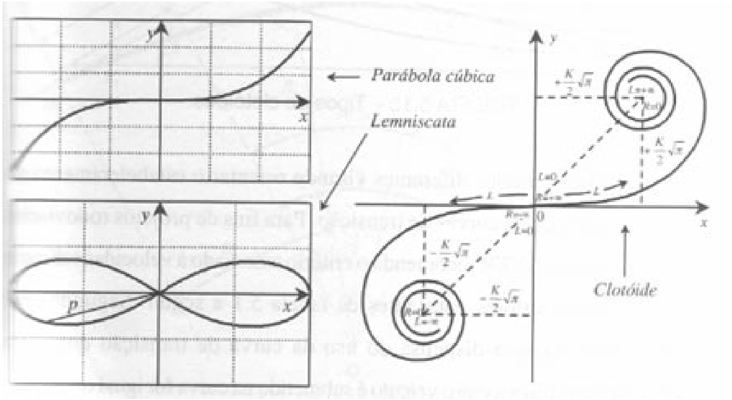

Fig. 11. 2: Curvas de raio variável

Só vamos estudar a CLOTÓIDE, pois é a curva comumente utilizada no Brasil.

Por definição, a clotóide ou espiral é uma curva tal que os raios de curvatura em qualquer de seus pontos é inversamente proporcional aos desenvolvimentos de seus respectivos arcos.

Chamando:

L = comprimento do arco;
R = raio de curvatura no extremo do referido arco
a lei de curvatura da espiral é expressa pela relação:

$$R \cdot L = K^2 \qquad (11.\ 1)$$

onde K é o parâmetro da espiral.

No ponto SC (Fig. 11. 3, apresentada a na próxima seção) temos R = Rc e L = Le, onde:
Rc = raio da curva circular;

Le = comprimento da espiral ou comprimento da transição, que é o desenvolvimento entre os pontos TS e SC).

Assim sendo, a Equação da Espiral pode ser escrita como:

$$R \cdot L = K^2 = R_c \cdot L_e \qquad (11.\ 2)$$

11.2. ESPIRAL DE CORNU EMPREGADA COMO CURVA DE TRANSIÇÃO

Em vários casos usa-se a **ESPIRAL DE CORNU** como curva de transição entre a tangente e a curva circular, na concordância horizontal de traçados rodoviários e ferroviários.
A adoção de espirais proporciona uma série de vantagens ao traçado da estrada, tais como:

• aumento e diminuição gradativa da força centrífuga que atua sobre os veículos nas curvas;

• a transição entre a inclinação transversal do trecho em tangente para a superelevação do trecho em curva pode ser efetuada na curva de transição;

• no caso de superlargura numa seção transversal em curva circular, a espiral facilita a transição da largura do trecho em tangente para o trecho alargado na curva circular;

• a visualização da estrada torna-se melhor pela supressão de descontinuidade no início e no fim das curvas circulares.

Considere-se, como mostrado na Figura 11.2, duas tangentes que se cortam segundo a deflexão “Δ”:

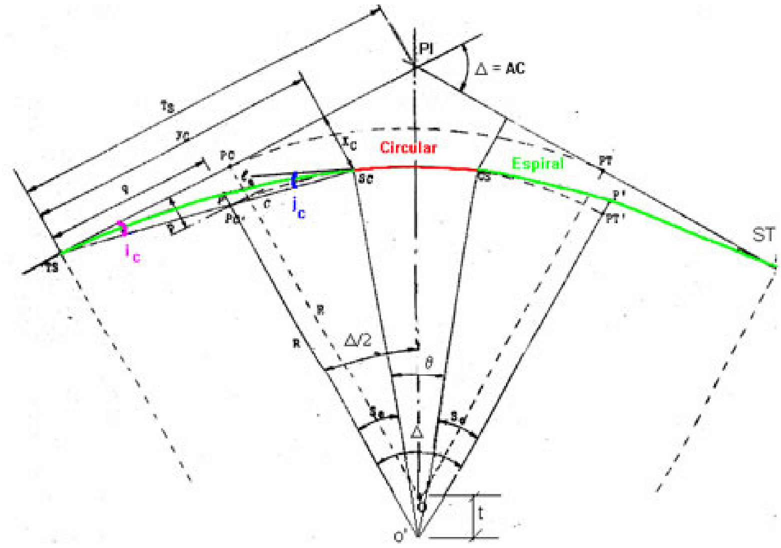

Fig. 11. 3: Principais elementos da transição em espiral

Os elementos principais da transição são:

TS = ponto Tangente-Espiral
SC = ponto Espiral-Curva Circular
CS = ponto Curva Circular-Espiral
ST = ponto Espiral-Tangente
PC’ e PT’ = recuos de PC e PT originais devido à introdução da espiral;
P e P’ = pontos de passagem da espiral
R = Raio da Curva Circular
Δ = ângulo central ou deflexão das tangentes = θ + 2.Sc
Sc = ângulo central da transição
θ = ângulo central da curva circular
Le = comprimento da curva de transição (escolhido)
Yc e Xc = coordenadas de CS ou SC em relação ao TS ou ST
p e q = coordenadas do recuo de PC e PT em relação à TS ou ST.
c = corda da espiral;
ic = ângulo entre a corda e a tangente em TS;
jc = ângulo entre a corda e a tangente em SC.

Vamos supor tais tangentes inicialmente concordadas por uma curva circular simples de centro “O” e raio “R”, cujos pontos de contato com as tangentes são PC e PT. Para a inserção da transição em espiral, a curva circular original sofre uma translação “t”, o que desloca seu centro “O” para “O1”. A transição se faz suprimindo parte das tangentes e parte da curva circular. Este método é denominado de RAIO CONSERVADO, com a transição feita pelo eixo da estrada, porque mantém os elementos da curva circular (raio, G, etc). Assim, é que o ponto de tangência no início da curva passa a ser denominado TS (tangente-espiral) e é afastado do PC original ao longo da tangente. O mesmo acontece com o fim da curva, onde o ponto de tangência passa a ser denominado ST (espiral-tangente).

A espiral é tal que seu raio de curvatura varia desde o valor infinito, nos pontos de tangência (TS e ST), até um valor finito, igual ao valor do raio da curva circular, nos pontos de contato SC e CS, onde as curvas são osculatrizes.

Após a inserção da concordância em espiral, o ângulo central AC passará a compreender os ângulos centrais “Sc”, de cada ramo da espiral, e o ângulo central “θ“, remanescente da curva circular (arco de círculo entre o SC e o CS), isto é:

$$AC = \theta + 2 \cdot Sc \qquad (11.3)$$

Para que a transição se verifique sem que haja superposição dos ramos da espiral é, então, necessário que:

$$AC \geq 2 \cdot Sc \qquad (11.4)$$

À expressão (11.4) dá-se a denominação de CONDIÇÃO DE TRANSIÇÃO, que deve ser sempre verificada. Isto significa que, dados dois alinhamentos consecutivos que formam entre si a deflexão Δ, o valor do comprimento de cada ramo da curva espiral, escolhida para auxiliar a concordância entre alinhamentos, deve ser tal que o ângulo central Sc que o compreenda obedeça à condição de transição (11.4). O valor de Sc é constante para cada par de valores de “R” e “le” (comprimento do trecho em espiral).

Os principais elementos usados para caracterizar uma curva circular com transição em curva espiral são os que podem ser observados na figura anterior, a saber:

TS ⇒ ponto de passagem do alinhamento reto para a curva espiral.

SC ⇒ ponto de passagem da curva circular para a curva espiral.

CS ⇒ ponto de passagem da curva circular para a curva espiral.

ST ⇒ ponto de passagem da curva espiral para o alinhamento reto.

Sc ⇒ ângulo central do trecho em espiral. Este ângulo pode ser calculado pelas expressões:

$$S_c = \frac{l_e}{2 \cdot R_c} \quad \text{(em radianos)} \qquad (11.5)$$

$$S_c = \frac{le \cdot 180^o}{2\pi \cdot R_c} \quad \text{(em graus)} \qquad (11.6)$$

Xc e Yc ⇒ coordenadas cartesianas dos pontos osculadores SC e CS. Podem ser calculados através das seguintes expressões:

$$X_c = \frac{L_e \cdot Sc(rd)}{3} \cdot \left\{1 - \frac{Sc^2(rd)}{14} + \frac{Sc^4(rd)}{440}\right\} \qquad (11.7)$$

$$Y_c = L_e \cdot \left\{1 - \frac{Sc^2(rd)}{10} + \frac{Sc^4(rd)}{216}\right\} \qquad (11.8)$$

onde Le ⇒ comprimento do trecho em espiral.

“q” e “p” ⇒ coordenadas retangulares de recuo do PC e PT, da curva circular original em relação à tangente, tomando como referência o TS ou ST.

Podem ser calculados pelas expressões:

$$q = Y_c - R_c \cdot sen\left(Sc^o\right) \qquad (11.9)$$

$$p = X_c - R_c \cdot \left[1 - \cos\left(Sc^o\right)\right] \qquad (11.10)$$

θ ⇒ Ângulo central do trecho circular, após intercalação da espiral. A partir da expressão (11.3), tem-se que:

$$\theta = AC - 2 \cdot Sc^o \qquad (11.11)$$

Dθ ⇒ Desenvolvimento do trecho circular, após a intercalação da espiral. Pode ser calculado através da expressão:

$$D_\theta = \frac{\pi \cdot R_c \cdot \theta}{180^o} \qquad (11.12)$$

Rc ⇒ Raio da curva circular empregada;

Ts ⇒ tangentes da curva circular com transição em espiral. Seu cálculo pode ser feito a partir da expressão:

$$T_s = q + (R_c + p) \cdot tg\left(\frac{AC}{2}\right) \tag{11. 13}$$

t ⇒ Recuo máximo da curva circular original, para a nova posição, quando se faz a transição em espiral. Seu valor é dado por:

$$t = \frac{p}{\cos\left(\frac{AC}{2}\right)} \tag{11. 14}$$

ic = ângulo entre a corda e a tangente em TS;
jc = ângulo entre a corda e a tangente em SC.

Estes valores podem ser calculados pelas seguintes expressões:

$$i_c = \text{arctg}\left(\frac{X_c}{Y_c}\right) \tag{11. 15}$$

$$j_c = S_c - i_c \tag{11. 16}$$

Valores de Sc, Xc, Yc, q, p, ic, jc ⇒ podem ser encontrados em tabelas, para os valores de le e R mais comumente utilizados. (vide CARVALHO, 1966).

Os valores de "q" e "p" também podem ser determinados, com relativa precisão, através das seguintes expressões:

$$q \cong \frac{l_e}{2} \tag{11. 17}$$

$$p \cong \frac{l_e^{\,2}}{24 \cdot R} \tag{11. 18}$$

11.3. COMPRIMENTO MÍNIMO DE TRANSIÇÃO

11.3.1.Critério do Comprimento Mínimo Absoluto

Para fins práticos, o menor comprimento de transição admissível é de 30 m ou o equivalente à distância percorrida por um veículo, na velocidade diretriz, no tempo de 2 segundos, prevalecendo o maior.

Comprimentos de transição inferiores não teriam resultados práticos desejáveis, podendo introduzir distorções visíveis nas bordas da pista, comprometendo esteticamente a rodovia.

Representando por v a velocidade diretriz em m/s, o comprimento mínimo, equivalente à distância percorrida no tempo t = 2 s, será:

$$Le_{mín} = t \cdot v = 2 \cdot v \tag{11. 19}$$

ou, expressando a velocidade em km/h:

$$Le_{mín} = 2 \cdot \frac{V}{3,6} \Rightarrow Le_{mín} = 0,556 \cdot V \quad (11.20)$$

onde:

Lemín = comprimento mínimo da transição (m);
V = velocidade diretriz (km/h),

lembrando que:

$$Le_{mín} \geq 30m \quad (11.21)$$

11.3.2.Critério Dinâmico de Barnett

Como visto anteriormente, ao passar um veículo de um alinhamento reto a uma curva circular, há uma variação instantânea do raio infinito da reta para o raio finito da curva circular, surgindo bruscamente uma força centrífuga que tende a desviar o veículo de sua trajetória.

Para minimizar este inconveniente, além de se usar uma curva de transição, seu comprimento deve ser adequado para que o efeito da força centrífuga apareça de maneira gradual.

A variação da aceleração centrífuga que atua num veículo em trajetória circular é dada por:

$$\frac{d}{dt}(a_c) = J \quad (11.22)$$

Em qualquer ponto da espiral, temos:

$$R \cdot L = R_c \cdot L_e \quad (11.23)$$

Então:

$$R = \frac{R_c \cdot L_e}{L} \quad (11.24)$$

Lembrando que:

$$a_c = \frac{v^2}{R} \quad (11.25)$$

Substituindo a Equação (11.24) na (11.25):

$$a_c = \frac{v^2 \cdot L}{R_c \cdot L_e} \quad (11.26)$$

Sendo o comprimento de transição igual ao produto da velocidade uniforme do veículo pelo tempo que o mesmo necessita para percorrer a espiral, podemos escrever:

$$L = v \cdot t \quad (11.27)$$

Substituindo a Equação (11.27) na (11.26):

$$a_c = \frac{v^2 \cdot v \cdot t}{R_c \cdot L_e} \Rightarrow a_c = \frac{v^3 \cdot t}{R_c \cdot L_e} \tag{11. 28}$$

Como a variação da aceleração centrífuga que atua sobre o veículo deve ser constante:

$$\frac{d}{dt}(a_c) = J \Rightarrow J = \frac{v^3}{R_c \cdot L_e} \tag{11. 29}$$

O valor da constante J mede a solicitação radial ou reação transversal que experimentam os passageiros dos veículos devido à variação da força centrífuga.

O valor aceitável para J varia para cada condutor. Experiências comprovaram que os valores ideais estão entre 0,3 e 0,8 m/s3. BARNETT, em seu trabalho Transition Curves for Highways, recomenda o valor Jmáx = 0,6 m/s3, valor este adotado pelo DNER.

Adotando Jmáx = 0,6 m/s3, Rc em metros e V em km/h, o comprimento mínimo do trecho de transição, em metros, será:

$$Le_{min} = \frac{v^3}{J_{máx} \cdot R_c} = \frac{\left(\frac{V}{3,6}\right)^3}{0,6 \cdot R_c} \tag{11. 30}$$

$$Le_{mín} = 0,036 \cdot \frac{V^3}{R_c} \tag{11. 31}$$

A Equação (11.31) é a chamada Fórmula de Barnett O valor de le (mínimo) é obtido em metros. Sempre que possível devem ser adotados para Le valores maiores do que o mínimo calculado pela Equação (11.28). Em geral adota-se:

$$L_e = 3 \cdot Le_{mín}\text{, desde que o valor obtido seja inferior a } \mathrm{Le}_{\text{máx}}. \tag{11. 32}$$

ou:

$$L_e = \frac{Le_{mín} + Le_{máx}}{2} \tag{11. 33}$$

11.4. COMPRIMENTO MÁXIMO DE TRANSIÇÃO

Corresponde a um valor nulo para o desenvolvimento do trecho circular (Dθ = 0), ou seja, as espirais se encontram. Então:

$$\theta = AC - 2 \cdot S_c = 0 \Rightarrow AC = 2 \cdot S_c \Rightarrow AC = 2 \cdot \frac{Le_{máx}}{2 \cdot R_c} \tag{11. 34}$$

$$Le_{máx} = R_c \cdot AC \tag{11. 35}$$

onde na Equação (11.35) **Lemáx** e **Rc** são expressos em metros e **AC** é expresso em radianos. Para **AC** em graus, a Equação (11.35) fica:

$$Le_{máx} = \frac{R_c \cdot AC^o \cdot \pi}{180^o} \tag{11. 36}$$

11.5. ROTEIRO PARA CÁLCULO DOS ELEMENTOS GEOMÉTRICOS NA CONCORDÂNCIA COM CURVA COM TRANSIÇÃO EM ESPIRAL

1º.) Definição do raio da curva circular (R);

2º.) Com o valor de R, determina-se o comprimento da curva de transição mais adequado;

3º.) Com os valores de “le” e “R”, podem ser imediatamente colhidos os valores de alguns elementos geométricos que independem do Ângulo Central (AC), ou seja, Sc, Xc, Yc, p, q, ic, jc; estes valores podem ser obtidos através do uso de tabelas ou podem ser calculados a partir das expressões apresentadas anteriormente;

4º.) Combinando-se os valores encontrados com o valor do Ângulo Central, determina-se o valor correspondente à Tangente Total (Ts), o ângulo central da curva circular (θ) e o desenvolvimento da curva circular (Dθ);

5º.) Abatendo-se o valor de Ts, em estacas, do valor da estaca correspondente ao PI, determina-se a estaca do TSE ou TSD;

6º.) Partindo-se da estaca do TSE ou TSD e somando-se o valor de Le, em estacas, tem-se a estaca do SC;

7º.) Partindo-se do valor da estaca do ponto correspondente ao SC e somando-se ao mesmo o valor de Dθ, em estacas, tem-se a estaca do CS;

8º.) Partindo-se da estaca do ponto CS, mais o valor de Le, em estacas, tem-se a estaca do ponto correspondente ao ST.

EXEMPLO:

Numa curva de uma rodovia, temos os seguintes elementos: V = 80 km/h, Δ = 35o, Rc = 500m e EST PI = EST 228 + 17,00 m. Determinar: Lemín, Lemáx, Leadotado, Sc, Xc, Yc, θ, p, q, Ts, E, Est TS, Est SC, Est CS, Est ST.

Anterior | Proximo

Desenvolvido Por Edivaldo Lins Macedo