

BÀI TẬP GIẢI TÍCH SỐ MI3041

TUẦN 1.

Câu 1.

Tính gần đúng diện tích phần hình tròn tạo bởi cung tròn góc x , bán kính r và dây cung tương ứng, sau đó đánh giá sai số cho giá trị tính được biết các giá trị gần đúng được viết theo qui ước: $x = 1.65(rad)$; $r = 1.875(m)$.

Để đạt được sai lệch không vượt quá 0.05% thì dữ liệu đầu vào cho phép sai lệch bao nhiêu phần trăm.

TUẦN 2.

Câu 2. Viết thuật toán hoặc vẽ sơ đồ khối cho phương pháp chia đôi giải phương trình $f(x) = 0$ trên khoảng (a, b) theo công thức sai số hậu nghiệm và công thức sai số tiên nghiệm.

Câu 3. Viết thuật toán tính gần đúng hằng số e (hằng số π) với sai số ε cho trước. Áp dụng tính e (tương ứng π) với bảy chữ số đáng tin sau dấu phẩy.

Câu 4. Viết thuật toán tính gần đúng $\sqrt[n]{a}$, $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ với sai số ε cho trước. Áp dụng tính $\sqrt[5]{17}$ với 6 chữ số đáng tin.

Câu 5. Tìm nghiệm âm lớn nhất của phương trình $e^x - \cos 2x = 0$ với 5 chữ số đáng tin bằng phương pháp chia đôi.

Câu 6. Giải phương trình $x^5 - 3x^3 + 2x^2 - x + 5 = 0$ với nghiệm có sai lệch không vượt quá 0.05%.

TUẦN 3

Câu 7. Viết thuật toán hoặc vẽ sơ đồ khối cho phương pháp dây cung / tiếp tuyến giải phương trình $f(x) = 0$ trên khoảng (a, b) theo công thức sai số mục tiêu và công thức sai số theo hai lần xấp xỉ liên tiếp.

Câu 8. Viết thuật toán tính gần đúng hằng số e (hằng số π) với sai số ε cho trước. Áp dụng tính e (tương ứng π) với bảy chữ số đáng tin sau dấu phẩy bằng phương pháp dây cung/ tiếp tuyến.

Câu 9. Viết thuật toán tính gần đúng $\sqrt[n]{a}$, $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ với sai số ε cho trước bằng phương pháp dây cung / tiếp tuyến. Áp dụng tính $\sqrt[5]{17}$ với 6 chữ số đáng tin.

Câu 10. Tìm nghiệm âm lớn nhất của phương trình $e^x - \cos 2x = 0$ với 8 chữ số đáng tin bằng phương pháp dây cung/ tiếp tuyến.

Câu 11. Giải phương trình với nghiệm có sai lệch không vượt quá 0.05% bằng phương pháp dây cung / phương pháp tiếp tuyến.

- a. $x^5 - 3x^3 + 2x^2 - x + 5 = 0$.
- b. $2^x - 5x + \sin x = 0$.
- c. $e^{-x} - x = 0$.

TUẦN 4

Câu 12. Viết thuật toán hoặc vẽ sơ đồ khối cho phương pháp lặp đơn giải phương trình $x = \varphi(x)$ trên khoảng (a, b) theo công thức sai số hậu nghiệm và tiên nghiệm với sai số cho trước.

Câu 13. Dùng phương pháp lặp đơn giải gần đúng các phương trình dưới đây với 8 chữ số đáng tin:

- a. $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$.
- b. $x^2 + 4\sin x - 1 = 0$.
- c. $1.4^x - x = 0$.
- d. $e^x - 10x + 7 = 0$.

Câu 14. Theo định luật Archimedes, độ lớn của lực đẩy tác động lên vật thả trong chất lỏng được tính bằng trọng lượng của phần chất lỏng bị chiếm chỗ bởi vật $F_A = V\rho_N g$. Trong Hình 2, vật thả trong nước có hình cầu bán kính $r = 1\text{m}$, khối lượng riêng của vật là $\rho_S = 201\text{kg/m}^3$, và khối lượng riêng của nước là $\rho_N = 1000\text{kg/m}^3$. Hãy dùng phương pháp chia đôi xác định khoảng cách h từ bề mặt chất lỏng đến hình cầu.

TUẦN 5.

Câu 15. Viết thuật toán xác định các khoảng cách ly nghiệm của phương trình đa thức bậc n bất kỳ.

Câu 16. Viết thuật toán tìm nghiệm thực của đa thức bậc n với sai số ε cho trước.

Câu 17. Viết thuật toán xác định giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x), x \in [a, b]$ và $|f(x)|, x \in [a, b]$.

Câu 19. Áp dụng thuật toán trong Câu 15, Câu 16 tìm khoảng cách ly và nghiệm của đa thức $2x^5 + 12x^4 - 5x^3 + 7x - 15 = 0$.

Câu 20. Chứng minh các ánh xạ dưới đây thỏa mãn điều kiện hội tụ của phương pháp lặp đơn trên miền D tương ứng. Tìm nghiệm với sai số không vượt quá 10^{-6} .

a. $G(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{\cos(x_2 x_3) + 0.5}{3}, \frac{1}{25} \sqrt{x_1^2 + 0.3125} - 0.03, -\frac{1}{20} e^{-x_1 x_2} - \frac{10\pi - 3}{60} \right)^t$;

$$D = \{ (x_1, x_2, x_3)^t \mid -1 \leq x_i \leq 1, i = 1, 2, 3 \}$$

b. $G(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{13 - x_2^2 + 4x_3}{15}, \frac{11 + x_3 - x_1^2}{10}, \frac{22 + x_2^3}{25} \right)^t$;

$$D = \{ (x_1, x_2, x_3)^t \mid 0 \leq x_1 \leq 1.5, i = 1, 2, 3 \}$$

c. $G(x_1, x_2, x_3) = (1 - \cos(x_1 x_2 x_3), 1 - (1 - x_1)^{1/4} - 0.05x_3^2 + 0.15x_3, x_1^2 + 0.1x_2^2 - 0.01x_2 + 1)^t$;

$$D = \{ (x_1, x_2, x_3)^t \mid -0.1 \leq x_1 \leq 0.1, -0.1 \leq x_2 \leq 0.3, 0.5 \leq x_3 \leq 1.1 \}$$

d. $G(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{1}{3} \cos(x_2 x_3) + \frac{1}{6}, -\frac{1}{9} \sqrt{x_1^2 + \sin x_3 + 1.06} - 0.1, -\frac{1}{20} e^{-x_1 x_2} - \frac{10\pi - 3}{60} \right)^t$;

$$D = \{ (x_1, x_2, x_3)^t \mid -1 \leq x_i \leq 1, i = 1, 2, 3 \}$$

Câu 21. Dùng phương pháp lặp Newton tính đến xấp xỉ nghiệm thứ năm của các phương trình dưới đây với xấp xỉ ban đầu là $X_0 = (0, 0)^T$

- a. $4x_1^2 - 20x_1 + \frac{1}{4}x_2^2 + 8 = 0,$
 $\frac{1}{2}x_1x_2^2 + 2x_1 - 5x_2 + 8 = 0.$
- b. $\sin(4\pi x_1x_2) - 2x_2 - x_1 = 0,$
 $\left(\frac{4\pi - 1}{4\pi}\right)(e^{2x_1} - e) + 4ex_2^2 - 2ex_1 = 0.$
- c. $x_1(1 - x_1) + 4x_2 = 12,$
 $(x_1 - 2)^2 + (2x_2 - 3)^2 = 25.$
- d. $5x_1^2 - x_2^2 = 0,$
 $x_2 - 0.25(\sin x_1 + \cos x_2) = 0.$

Câu 22. Dùng công thức lặp Newton / lặp Newton modified tính đến nghiệm xấp xỉ X_3 (X_5) với xấp xỉ ban đầu $X_0 = (0, 0, 0)^T$.

- a. $3x_1 - \cos(x_2x_3) - \frac{1}{2} = 0,$
 $4x_1^2 - 625x_2^2 + 2x_2 - 1 = 0,$
 $e^{-x_1x_2} + 20x_3 + \frac{10\pi - 3}{3} = 0.$
- b. $x_1^2 + x_2 - 37 = 0,$
 $x_1 - x_2^2 - 5 = 0,$
 $x_1 + x_2 + x_3 - 3 = 0.$
- c. $15x_1 + x_2^2 - 4x_3 = 13,$
 $x_1^2 + 10x_2 - x_3 = 11,$
 $x_2^3 - 25x_3 = -22.$
- d. $10x_1 - 2x_2^2 + x_2 - 2x_3 - 5 = 0,$
 $8x_2^2 + 4x_3^2 - 9 = 0,$
 $8x_2x_3 + 4 = 0.$

TUẦN 6.

Câu 23. Viết thuật toán cho quy trình thuận của phương pháp Gauss giải hệ phương trình $AX = B$ với A, B là các ma trận với cỡ lần lượt là $m \times n, m \times p$.

Câu 24. Viết thuật toán cho quy trình ngược của phương pháp Gauss giải hệ phương trình $AX = B$ với A, B là các ma trận với cỡ lần lượt là $m \times n, m \times p$.

Câu 25. Áp dụng giải hệ phương trình với file dữ liệu kèm theo (sv tự tạo file data để chạy thử 2 quy trình trên)

Câu 26. Viết thuật toán cho phương pháp Gauss Jordan giải hệ phương trình $AX = B$ với A, B là các ma trận với cỡ lần lượt là $m \times n, m \times p$. Áp dụng tính với file data từ Câu 25 và so sánh kết quả thu được.

TUẦN 7.

Câu 27. Viết thuật toán tìm phân tách LU cho ma trận A . Áp dụng cho ma trận vuông A cấp 6 cụ thể.

Câu 28. Viết thuật toán cho phương pháp phân tách LU giải phương trình $AX = B$. Áp dụng cho bài toán cụ thể cấp 7.

Câu 29. Viết thuật toán tìm phân tách Choleski của ma trận A . Áp dụng cho trường hợp cụ thể với ma trận A cấp 8.

Câu 30. Viết thuật toán cho phương pháp Choleski giải phương trình $AX = B$. Áp dụng cho bài toán cụ thể cấp 7.

TUẦN 8.

Câu 31. Viết thuật toán cho phương pháp lặp đơn giải hệ phương trình $X = BX + d$ với sai số ε cho trước.

Câu 32. Viết thuật toán cho phương pháp lặp Jacobi giải hệ phương trình $AX = B$ với sai số ε cho trước.

Câu 33. Nền kinh tế gồm 10 ngành chính (1) bất động sản, (2) máy móc công nghiệp, (3) khai khoáng, (4) nông nghiệp, (5) thủy sản, (6) may mặc, (7) năng lượng, (8) dịch vụ, (9) giải trí, (10) đồ gia dụng. Ma trận tiêu thụ nội bộ (thể hiện lượng sản phẩm cần thiết để sản xuất một đơn vị sản phẩm) và vector nhu cầu bên ngoài (mức nhu cầu tiêu thụ sản phẩm ngoài thị trường của 10 ngành trên) cho trong file CK20222 kèm với **pass mở là 20svds222**. Tính lượng sản phẩm cần sản xuất để đáp ứng nhu cầu trên (đơn vị tính theo triệu đô la). Cần nêu rõ phương pháp, thuật toán bạn dùng để tìm kiếm. (Cần ghi lại một số kết quả trung gian mà bạn nghĩ là cần thiết đối với phương pháp đã lựa chọn.)

Câu 34. Nền kinh tế gồm 7 ngành chính (1) bất động sản, (2) sản xuất máy móc công nghiệp, (3) khai khoáng, (4) nông nghiệp, (5) năng lượng, (6) dịch vụ, (7) giải trí có ma trận tiêu thụ nội bộ (thể hiện lượng sản phẩm

cần thiết để sản xuất một đơn vị sản phẩm) và vector nhu cầu bên ngoài (mức nhu cầu tiêu thụ của các ngành ngoài 7 ngành trên) là:

$$C = \begin{bmatrix} .1588 & .0064 & .0025 & .0304 & .0014 & .0083 & .1594 \\ .0057 & .2645 & .0436 & .0099 & .0083 & .0201 & .3413 \\ .0264 & .1506 & .3557 & .0139 & .0142 & .0070 & .0236 \\ .3299 & .0565 & .0495 & .3636 & .0204 & .0483 & .0649 \\ .0089 & .0081 & .0333 & .0295 & .3412 & .0237 & .0020 \\ .1190 & .0901 & .0996 & .1260 & .1722 & .2368 & .3369 \\ .0063 & .0126 & .0196 & .0098 & .0064 & .0132 & .0012 \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} 74000 \\ 56000 \\ 10500 \\ 25000 \\ 17500 \\ 196000 \\ 5000 \end{bmatrix}$$

(đơn vị tính theo triệu đô). Tính lượng sản phẩm cần sản xuất để đáp ứng nhu cầu trên. Cần nêu rõ phương pháp, thuật toán bạn dùng để tìm kiếm. (Nếu dùng một phương pháp lặp để giải thì cần ghi rõ số lần lặp, xấp xỉ đầu và 3 xấp xỉ cuối, nếu dùng một phương pháp tính đúng, cần ghi lại một số kết quả trung gian mà bạn nghĩ là quan trọng nhất trong phương pháp.)

Câu 35. Dùng phương pháp lặp Jacobi tìm nghiệm gần đúng của phương trình $(A + aI)x = b$ với sai số tuyệt đối không vượt quá 10^{-5} biết a là số thứ tự theo danh sách thi của bạn; I là ma trận đơn vị cùng cấp với A , ma trận A , vector b cho trong file GK20222 với pass mở file là **gts2023gts**.

Thực hiện thuật toán theo phương pháp đã chọn để tìm nghiệm theo yêu cầu. Đánh giá sai số tương đối cho nghiệm tìm được.

Câu 36. Chọn một phương pháp phù hợp để giải hệ phương trình sau. Thực hiện các bước theo thuật toán của phương pháp để giải và đưa ra nghiệm với sai lệch không quá 10^{-5} . (a là số thứ tự của bạn theo danh sách)

$$\begin{cases} (27.5+a)x_1 + 1.7x_2 - 3.2x_3 + 2.1x_4 + 9.23x_5 - 3.52x_6 = 21.41 \\ 2.5x_1 + (47.1+a)x_2 + 5.2x_3 + 2.8x_4 + 7.23x_5 - 5.52x_6 = 27.11 \\ 11.3x_1 + 2.7x_2 - (38.2+a)x_3 + 4.1x_4 - 7.58x_5 + 4.25x_6 = 14.17 \\ 8.4x_1 - 4.6x_2 - 6.5x_3 + (52.1+a)x_4 + 1.43x_5 + 15.26x_6 = 52.49 \\ 42.7x_1 - 36.9x_2 - 42.7x_3 + 61.1x_4 + (243+a)x_5 - 35.26x_6 = 56.72 \\ 9.2x_1 - x_2 + 35x_3 - 2x_4 + 14.73x_5 + (75.64+a)x_6 = 18.57 \end{cases}$$

TUẦN 9.

Câu 37. Viết thuật toán cho phương pháp lặp Gauss-Seidel giải hệ phương trình $AX = B$ với sai số ε cho trước.

Câu 38. Dùng phương pháp lặp Gauss-Seidel tìm nghiệm gần đúng của phương trình $(A + aI)x = b$ với sai số tuyệt đối không vượt quá 10^{-5} biết a là số thứ tự theo danh sách thi của bạn; I là ma trận đơn vị cùng cấp với A , ma trận A , vector b cho trong file GK20222 với pass mở file là ***gts2023gts***.

Thực hiện thuật toán theo phương pháp đã chọn để tìm nghiệm theo yêu cầu. Đánh giá sai số tương đối cho nghiệm tìm được.

TUẦN 10+11

Câu 39. Viết thuật toán cho phương pháp Gauss / Gauss-Jordan tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A . Áp dụng cho một ma trận vuông cỡ 8.

Câu 40. Viết thuật toán cho phương pháp phân tách Choleski tìm ma trận nghịch đảo của ma trận vuông A . Áp dụng cho một ma trận vuông cấp 5.

Câu 41. Viết thuật toán cho phương pháp viền quanh tìm ma trận nghịch đảo. Áp dụng cho một ma trận cấp 7.

Câu 42. Viết thuật toán tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A bằng phương pháp lặp Jacobi/lặp Gauss-Seidel với sai số tuyệt đối/sai số tương đối cho trước. Áp dụng với ma trận cấp 8 ở câu 39 và so sánh.

Câu 42. Viết thuật toán tìm ma trận nghịch đảo của A bằng phương pháp lặp tựa Newton với sai số tuyệt đối/sai số tương đối cho trước. Áp dụng với ma trận cấp 7 trong câu 41 và so sánh.

Câu 42b. Chọn một phương pháp và trình bày thuật toán tương ứng với phương pháp đã chọn để tìm ma trận nghịch đảo của một ma trận vuông A với sai số không vượt quá ε cho trước.

Chạy chương trình với ma trận A dưới đây, ghi lại ít nhất một giá trị trung gian và kết quả cuối cùng tìm được, đánh giá sai số, kiểm tra, nhận xét.

$$A = \begin{bmatrix} 11+a & 22 & -13 & 24 & 15 & -26 & 17 & 28 \\ 22 & 233+a & 24 & 35 & 26 & 37 & 28 & -39 \\ 33 & -24 & 35+a & -26 & 37 & 28 & -39 & 20 \\ 14 & 45 & 26 & 47+a & 38 & 49 & 40 & -41 \\ -55 & 16 & 57 & 28 & 59+a & 30 & -51 & 42 \\ 46 & 27 & -48 & 39 & 40 & 61+a & 42 & 73 \\ 27 & -58 & 29 & 70 & -21 & 42 & 23+a & 34 \\ 38 & 59 & 60 & -71 & 82 & -93 & 24 & 15+a \end{bmatrix}, \quad a = 200,$$

TUẦN 12+13

Câu 43. Viết thuật toán tìm đa thức đặc trưng của ma trận A bằng phương pháp Danielevski. Áp dụng với một ma trận cấp 5.

Câu 44. Viết thuật toán tìm các giá trị riêng và các véc-tơ riêng tương ứng bằng phương pháp Danielevski. Áp dụng cho một ma trận cấp 6.

Câu 45. Viết thuật toán tìm giá trị riêng trội nhất của ma trận A và véc-tơ riêng tương ứng bằng phương pháp lũy thừa. Áp dụng cho một ma trận đối xứng cấp 8.

Câu 46. Viết thuật toán cho phương pháp xuống thang tìm giá trị riêng trội thứ hai.

Câu 47. Viết thuật toán tìm tất cả các giá trị riêng và véc-tơ riêng tương ứng của ma trận A bằng phương pháp lũy thừa và phương pháp xuống thang.

TUẦN 14+15

Câu 48. Viết thuật toán tìm giá trị kỳ dị lớn nhất của ma trận A . Áp dụng cho một ma trận cấp 5.

Câu 49. Viết thuật toán tìm khai triển kỳ dị của ma trận A . Áp dụng cho ma trận cấp 7×4 .

Câu 50. Viết thuật toán tính số điều kiện của A . Áp dụng cho ma trận vuông cấp 7.

Câu 51. Viết thuật toán tìm giá trị kỳ dị lớn nhất và vector kỳ dị trái, phải tương ứng của ma trận A bất kỳ.

Nêu ý tưởng của phương pháp xuống thang tìm giá trị riêng trội tiếp theo.

Xấp xỉ ma trận $A = C + aI$ bằng một ma trận B sao cho sai số tương đối không vượt quá 5%, tức là $\frac{\|A - B\|_F}{\|A\|_F} \leq 5\%$, với a là số thứ tự theo danh sách

thì, C lấy trong câu 33.

Xây dựng thuật toán sơ lược tìm khai triển kỳ dị của ma trận và sử dụng nó trong bài toán xấp xỉ ảnh.

Câu 52. Viết thuật toán tìm giá trị kỳ dị lớn nhất và vector kỳ dị trái, phải của ma trận A bất kỳ. Nêu ý tưởng của phương pháp xuống thang tìm giá trị riêng trội tiếp theo. Xác định ba giá trị kỳ dị lớn nhất của ma trận $A = C + aI$ và xấp xỉ A qua ba giá trị kỳ dị đó (a là số thứ tự của bạn theo danh sách thì, C cho ở câu 34).

