Universidad de Alcalá

TEMA 1: FUNDAMENTOS DE LA VALORACIÓN FINANCIERA

Grado en Sistemas de Información

Segundo Curso – Segundo cuatrimestre

Departamento Ciencias Empresariales

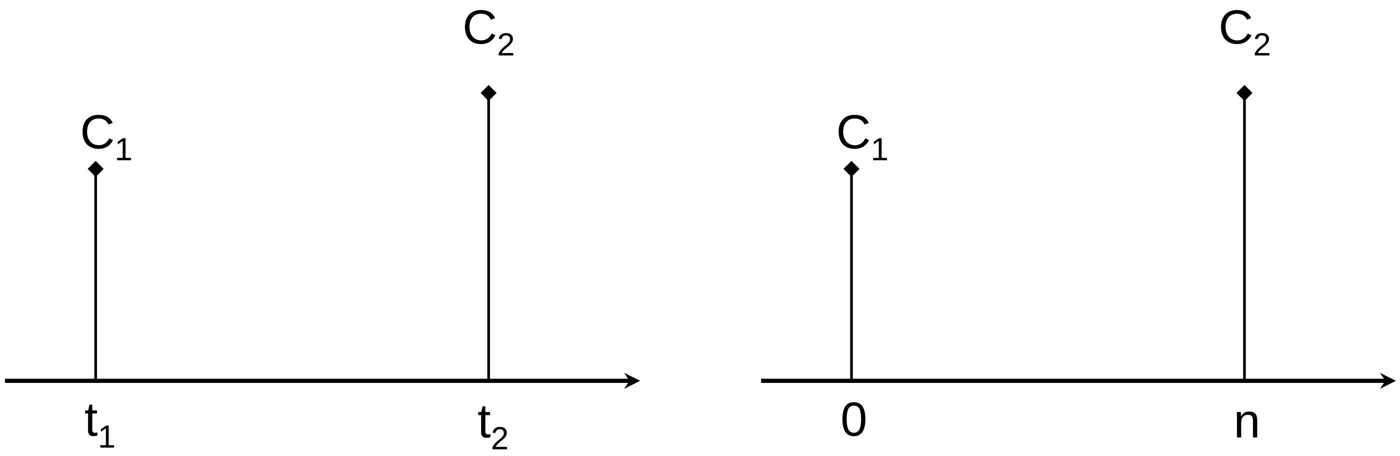
Universidad de Alcalá

OBJETIVOS E ÍNDICE

- OBJETIVO: Definición de los conceptos e hipótesis que servirán para la valoración financiera de capitales en ambiente de certeza.
- ÍNDICE:
  - Valor del dinero en el tiempo
  - Capitalización simple
  - Capitalización compuesta
  - Descuento
  - Tantos equivalentes
  - Rentas financieras

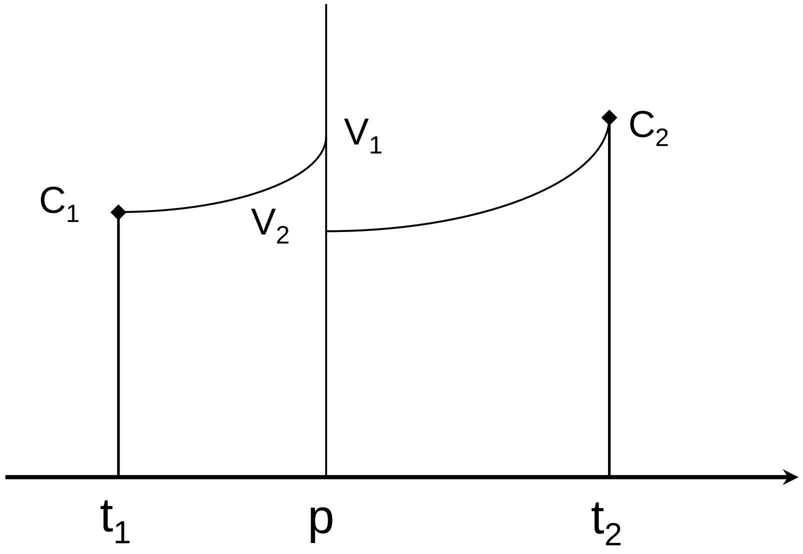
VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

- El dinero es un activo cuyo valor cambia conforme transcurre el tiempo
- ¿Variabilidad? – inflación, tipos de interés…..
- Elementos básicos: CUANTÍA (C) Y VENCIMIENTO (t) O TIEMPO (0;n) $\longrightarrow$ $\boxed{\text{Capital financiero (C;t)}}$



VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

- Comparación de capitales financieros



Calculo de V_s

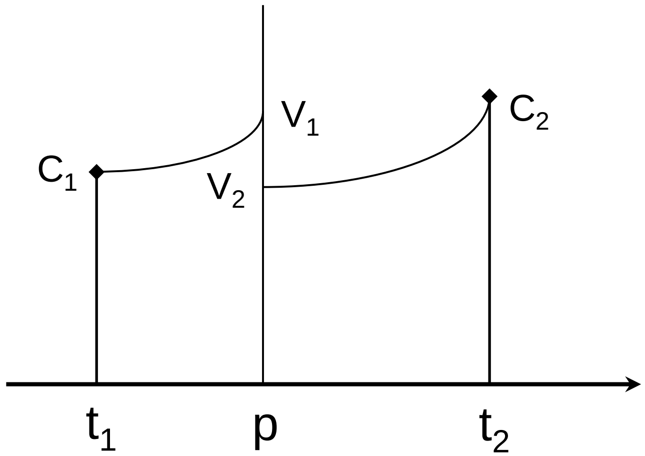
↓

Leyes financieras

$V_1 = F(C_1, t_1; p)$

$V_2 = F(C_2, t_2; p)$

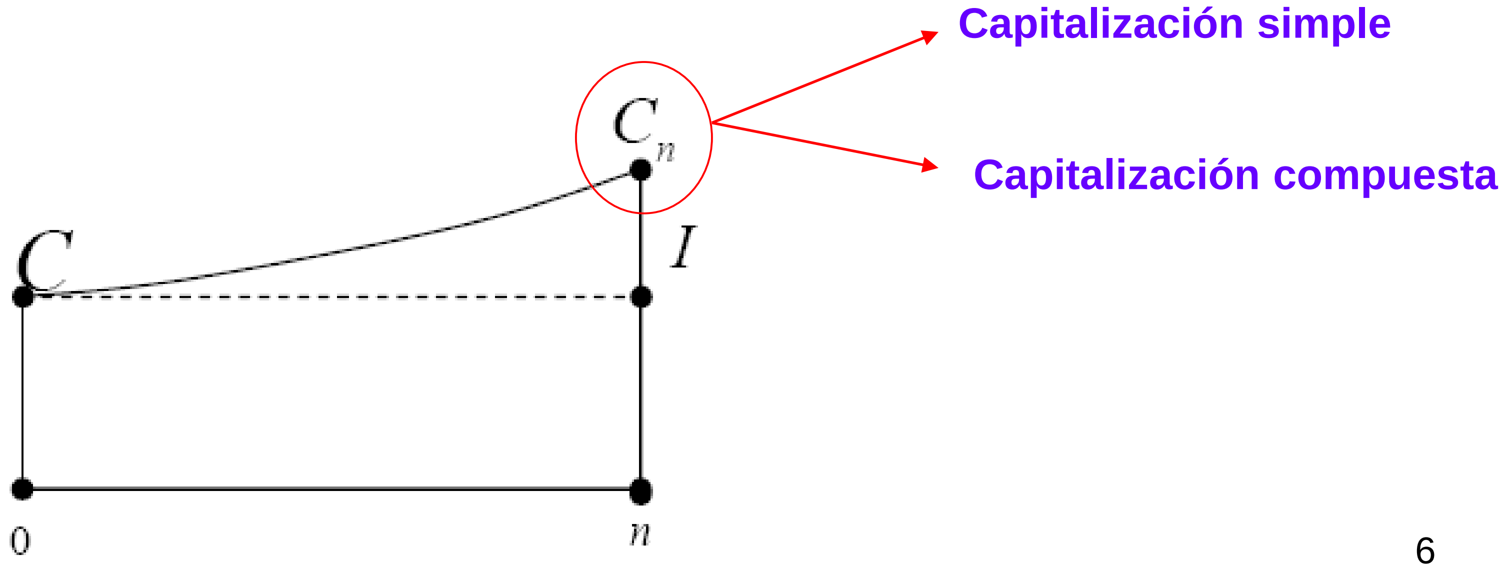
VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO



- Relaciones entre capitales financieros:
  - Indiferencia o equivalencia: (C_1,t_1) y (V_1,p)
  - Preferencia (C_1,t_1) respecto de (C_2,t_2)

VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

- Leyes financieras:
  - – Capitalización
    - Simple
    - Compuesta

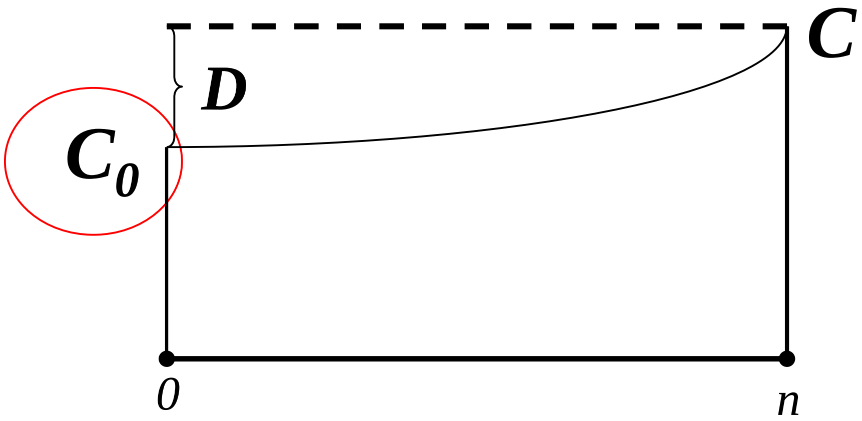


VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

- Leyes financieras:

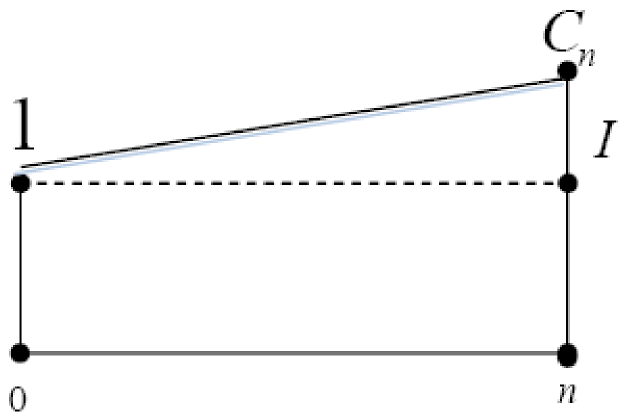
  Descuento

Descuento



CAPITALIZACIÓN SIMPLE

- Los intereses de un periodo cualquiera son proporcionales a la duración del periodo (amplitud del periodo) y al capital colocado.



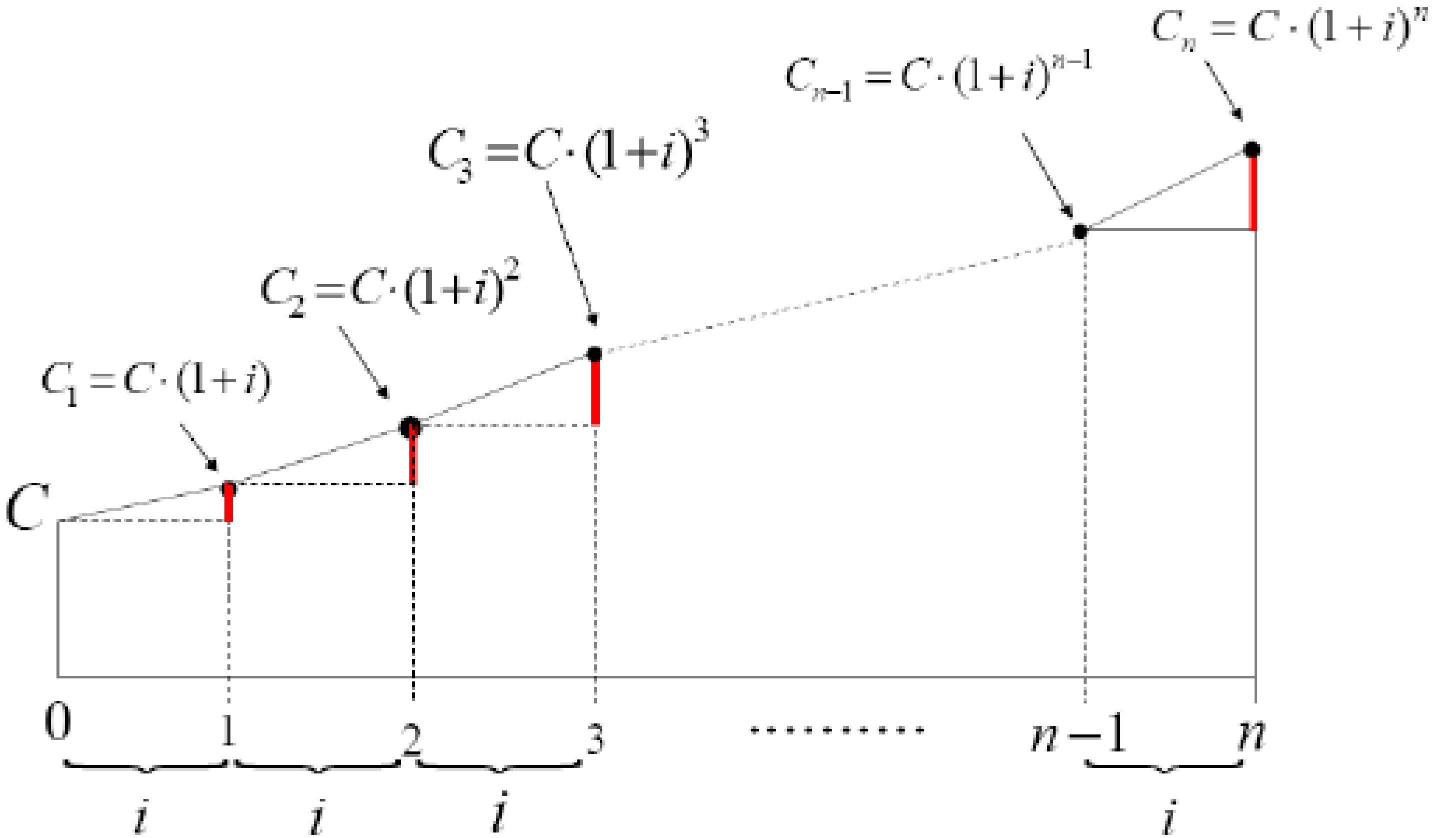
$$I = i \cdot 1 \cdot n$$

- Para un Capital (C) genérico, tenemos:

$$C_n = C + I = C + i \cdot C \cdot n = \boxed{C \cdot (1 + i \cdot n)}$$

CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

- Acumulación de los intereses al capital para producir conjuntamente nuevos intereses.



CAPITALIZACIÓN COMPUESTA

- Desarrollando cada C_n llegaríamos a:

$(s-1,s)$	i	C_{s-1}	I_s	C_s
0				C
$(0,1)$	i	C	$I_1 = C \cdot i$	$C_1 = C + C \cdot i = C \cdot (1+i)$
$(1,2)$	i	C_1	$I_2 = C_1 \cdot i$	$C_2 = C_1 + I_2 = C \cdot (1+i) + C \cdot (1+i) \cdot i = C \cdot (1+i)^2$
$(2,3)$	i	C_2	$I_3 = C_2 \cdot i$	$C_3 = C_2 + I_3 = C \cdot (1+i)^2 + C \cdot (1+i)^2 \cdot i = C \cdot (1+i)^3$
			• • • • • •	
$(n-2,n-1)$	i	C_{n-2}	$I_{n-1} = C_{n-2} \cdot i$	$C_{n-1} = C_{n-2} + I_{n-1} = C \cdot (1+i)^{n-2} + C \cdot (1+i)^{n-2} \cdot i = C \cdot (1+i)^{n-1}$
$(n-1,n)$	i	C_{n-1}	$I_n = C_{n-1} \cdot i$	$C_n = C_{n-1} + I_n = C \cdot (1+i)^{n-1} + C \cdot (1+i)^{n-1} \cdot i = C \cdot (1+i)^n$

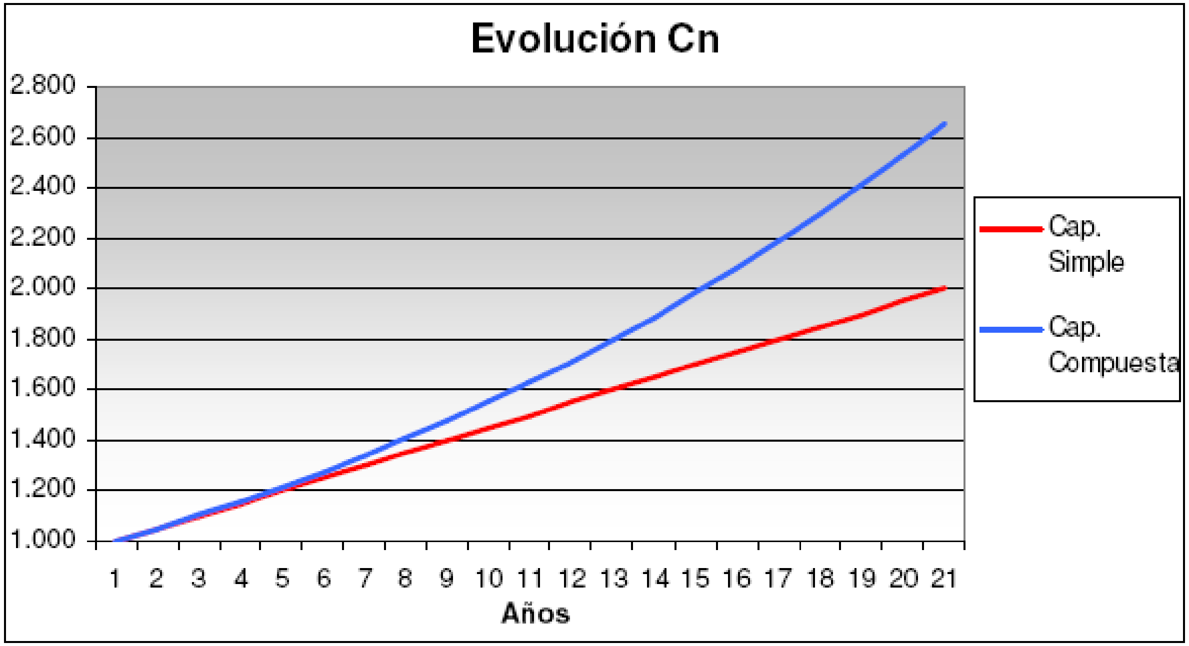
$$C_n = C \cdot (1+i)^n$$

$$I = C_n - C = C \cdot (1+i)^n - C = C \cdot \left[(1+i)^n - 1\right];$$

CAPIT. SIMPLE Vs COMPUESTA

La reinversión de los intereses que tiene lugar en la capitalización compuesta tiene un importante efecto en la cuantía acumulada a medio y largo plazo.

Si el tipo de interés coincide, se observa que en el corto plazo ambos regímenes producen resultados similares (mayor el de capitalización simple); a un año el efecto es exactamente en mismo y a partir del año es cuando la capitalización compuesta tiene un mayor peso que la simple.



Universidad de Alcalá

DESCUENTO

– Las leyes de capitalización llevan asociados los tipos de interés. Lo habitual con estas leyes es retrasar la disponibilidad del capital y pagar el precio o interés correspondiente al término del período o plazo de la operación.

– Se llama **descuento** al proceso inverso, es decir, a adelantar o actualizar una cuantía de un vencimiento posterior al momento actual. O lo que es lo mismo, a adelantar la disponibilidad de un capital.

– Igual que en capitalización hablamos de régimen simple y compuesto:

- **Descuento simple**: $$C_0 = C_n \cdot (1 - d \cdot n)$$

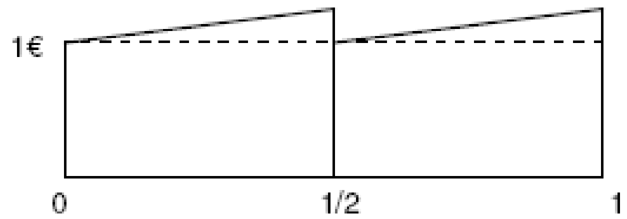
- **Descuento compuesto**: $$C_0 = C_n \cdot (1 - d)^n = C_n \cdot (1 + i)^{-n}$$

$$(1 - d) = (1 + i)^{-1}$$

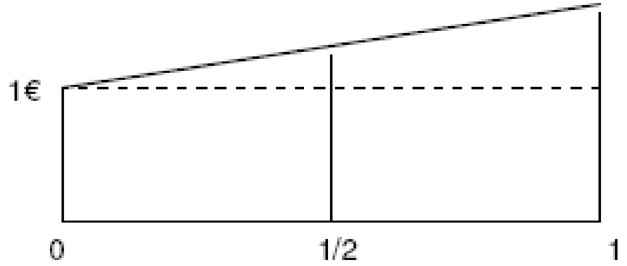
CAPITALIZACIÓN FRACCIONADA

Capitalización efectuada con frecuencia distinta a la anual ⇨ partes de año.

a) Pago de intereses se efectúa con periodicidad de m-simos de año (por ejemplo semestres) con el consiguiente **abono** de ellos al prestamista.

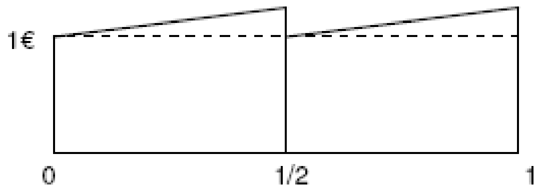


b) Al final de cada m-simo de año se devengan intereses, pero al no abonarse se incorporan al principal para producir también intereses en el m-simo (por ejemplo semestre) siguiente y así sucesivamente



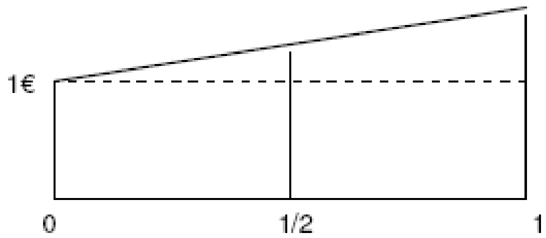
CAPITALIZACIÓN FRACCIONADA

- Caso de cobro de intereses parciales dentro del año:



$$\frac{8\%}{2}+\frac{8\%}{2}=8\%.$$

- Caso de devengo de intereses parciales incorporándose al principal:



$$\frac{8\%}{2}+(1+\frac{8\%}{2})\cdot\frac{8\%}{2}=8{,}16\%.$$

- Definiendo cada componente:
  - m = número de partes en que divido el año (ejemplo = 2).
  - $j_{(m)}$ = tipo de interés nominal anual de frecuencia m (ejemplo = 8%).
  - i = tipo de interés efectivo anual. Es el tipo de capitalización compuesta (ejemplo = 8,16%)
  - $i^{(m)}$=tipo de interés de cada m-simo de año (ejemplo = 4% semestral)

CAPITALIZACIÓN FRACCIONADA

- Generalizando la expresión entre interés efectivo anual e interés nominal, tenemos:

$$(1+i)=\left(1+\frac{j_{(m)}}{m}\right)^{m}$$

- Por lo que si calculamos i en función de $j_{(m)}$ tenemos:

$$i=\left(1+\frac{j_{(m)}}{m}\right)^{m}-1$$

- O bien $j_{(m)}$ en función de i:

$$j_{(m)}=\left[(1+i)^{1/m}-1\right]\cdot m$$

- En general, cuando la capitalización es fraccionada, las partes suelen fijar el valor del tanto nominal anual y su frecuencia, es decir, fijar $j_{(m)}$, y a partir de él se procede a calcular el **tanto del subperiodo** $i_{(m)}$, y el tanto efectivo anual ,i:

$$i^{(m)}=\frac{j_{(m)}}{m}$$

RENTAS FINANCIERAS

- Una renta financiera es una sucesión de capitales que han de hacerse efectivos en determinados vencimientos.

- Los capitales que constituyen la renta se denominan **términos** de la renta, y los subintervalos a que se asocian **periodos de maduración** porque en ellos son engendrados o producidos.

- Al extremo inferior del primer subintervalo se le denomina momento de **constitución u origen de la renta** y el **fin de la renta** es el extremo superior del último subintervalo.

- El tiempo que media entre el origen y fin se llama **duración de la renta**.

Universidad de Alcalá

RENTAS FINANCIERAS: principio de equivalencia

- El **valor financiero** de una renta en un momento o punto cualquiera es la suma financiera en dicho punto de los términos que forman la renta, según una ley financiera previamente establecida (usualmente la capitalización compuesta).

- El valor financiero se puede calcular en cualquier momento de tiempo, si bien lo usual es calcularlo bien al origen o bien al final:
  - **Valor actual o inicial**: es el valor financiero en el origen.
  - **Valor final o capital**: es en valor financiero en el final de la operación.

RENTAS FINANCIERAS: principio de equivalencia

- Valor actual con pagos asociados al final del intervalo:

$$V_o = C_1 \cdot (1+i)^{-1} + C_2 \cdot (1+i)^{-2} + \cdots + C_s \cdot (1+i)^{-s} + \cdots + C_n \cdot (1+i)^{-n} = \sum_{s=1}^{n} Cs \cdot (1+i)^{-s}$$

- Valor final con pagos asociados al final del intervalo:

$$V_n = C_1 \cdot (1+i)^{n-1} + C_2 \cdot (1+i)^{n-2} + \cdots + C_s \cdot (1+i)^{n-s} + \cdots + C_n \cdot (1+i)^{n-n} = \sum_{s=1}^{n} Cs \cdot (1+i)^{n-s}$$

- Equivalencia entre valor actual y final (pospagables):

$$V_o \cdot (1+i)^n = V_n \qquad V_o = V_n \cdot (1+i)^{-n}$$

- Valor actual con pagos asociados al principio del intervalo:

$$\ddot{V}_o = C_1 \cdot (1+i)^0 + C_2 \cdot (1+i)^{-1} + \cdots + C_s \cdot (1+i)^{-(s-1)} + \cdots + C_n \cdot (1+i)^{-(n-1)} = \sum_{s=1}^{n} Cs \cdot (1+i)^{-(s-1)}$$

- Valor final con pagos asociados al principio del intervalo:

$$\ddot{V}_n = C_1 \cdot (1+i)^{n-0} + C_2 \cdot (1+i)^{n-1} + \cdots + C_s \cdot (1+i)^{n-(s-1)} + \cdots + C_n \cdot (1+i)^{n-(n-1)} = \sum_{s=1}^{n} Cs \cdot (1+i)^{n-(s-1)}$$

- Equivalencia entre valor actual y final (prepagables):

$$\ddot{V}_o \cdot (1+i)^n = \ddot{V}_n \qquad \ddot{V}_o = \ddot{V}_n \cdot (1+i)^{-n}$$

RENTAS FINANCIERAS: clasificación

Atendiendo a la cuantía de los términos que lo forman.	Rentas constantes.
	Rentas variables.
Atendiendo a la naturaleza de los capitales.	Rentas ciertas.
	Rentas aleatorias.
Atendiendo a la a la medida de los intervalos.	Rentas discretas.
	Rentas continuas.
Atendiendo al vencimiento de los términos de la renta.	Renta pospagable.
	Renta prepagable.
Atendiendo a la duración de la renta.	Rentas temporales.
	Rentas perpetuas.
Atendiendo al punto de valoración.	Rentas inmediatas.
	Rentas diferidas.
	Renta anticipada.

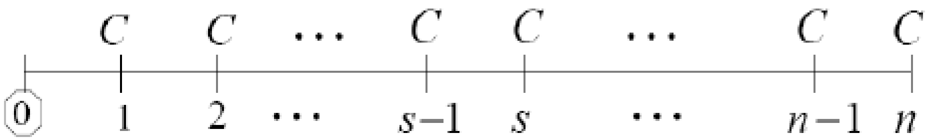
RENTAS FINANCIERAS: constantes

RENTAS	VALOR ACTUAL	VALOR FINAL
Renta constante, pospagable, temporal “n” términos e inmediata	$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$	$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\cdot(1+i)^{n}$
Renta constante, prepagable, temporal “n” términos e inmediata	$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\cdot(1+i)$	$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\cdot(1+i)\cdot(1+i)^{n}$
Renta constante, pospagable, perpetua e inmediata	$\frac{1}{i}$	
Renta constante, prepagable, perpetua e inmediata	$\frac{1}{i}\cdot(1+i)$	
Renta constante, diferida “h” periodos, pospagable y temporal “n” términos	$(1+i)^{-h}\cdot\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$	$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\cdot(1+i)^{n}$
Renta constante, diferida “h” periodos, prepagable y temporal “n” términos	$(1+i)^{-h}\cdot\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\cdot(1+i)$	$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\cdot(1+i)\cdot(1+i)^{n}$
Renta constante, anticipada “k” periodos, pospagable y temporal “n” términos.	$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$	$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\cdot(1+i)^{n}\cdot(1+i)^{k}$
Renta constante, anticipada “k” periodos, prepagable y temporal “n” términos.	$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\cdot(1+i)$	$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\cdot(1+i)\cdot(1+i)^{n}\cdot(1+i)^{k}$

Universidad de Alcalá

RENTAS FINANCIERAS: constantes

Renta constante, pospagable, temporal “n” términos e inmediata



$$V_o = C\cdot(1+i)^{-1} + C\cdot(1+i)^{-2} + \cdots + C\cdot(1+i)^{-s} + \cdots + C\cdot(1+i)^{-n} =$$

$$= C\cdot\left[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \cdots + (1+i)^{-s} + \cdots + (1+i)^{-n}\right] =$$

$$= C\cdot\frac{(1+i)^{-1} - (1+i)^{-n}\cdot(1+i)^{-1}}{1-(1+i)^{-1}} = C\cdot\frac{(1+i)^{-1} - (1+i)^{-n-1}}{1-(1+i)^{-1}} =$$

$$= C\cdot\frac{(1+i)^{-1} - (1+i)^{-n-1}}{1-(1+i)^{-1}}\cdot\frac{(1+i)}{(1+i)} = C\cdot\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\boxed{V_o = C\cdot\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = C\cdot a_{n\neg i}}$$

RENTAS FINANCIERAS: variables progresión geométricas

RENTAS	VALOR ACTUAL	VALOR FINAL
Renta variable en progresión geométrica, pospagable y temporal "n" términos.	$\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q}$	$\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q}\cdot(1+i)^{n}$
Renta variable en progresión geométrica, prepagable y temporal "n" términos.	$\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q}\cdot(1+i)$	$\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q}\cdot(1+i)\cdot(1+i)^{n}$
Renta variable en progresión geométrica, pospagable y perpetuas.	$q<(1+i)\Rightarrow\frac{1}{1+i-q}$	
Renta variable en progresión geométrica, prepagable y perpetuas.	$q<(1+i)\Rightarrow\frac{1}{1+i-q}\cdot(1+i)$	
Renta variable en progresión geométrica, diferida "h" periodos, pospagable y temporal "n" términos	$(1+i)^{-h}\cdot\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q}$	$\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q}\cdot(1+i)^{n}$
Renta variable en progresión geométrica, diferida "h" periodos, prepagable y temporal "n" términos	$(1+i)^{-h}\cdot\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q}\cdot(1+i)$	$\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q}\cdot(1+i)\cdot(1+i)^{n}$
Renta variable en progresión geométrica, anticipada "k" periodos, pospagable y temporal "n" términos.	$\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q}$	$\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q}\cdot(1+i)^{n}\cdot(1+i)^{k}$
Renta variable en progresión geométrica, anticipada "k" periodos, prepagable y temporal "n" términos.	$\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q}\cdot(1+i)$	$\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q}\cdot(1+i)\cdot(1+i)^{n}\cdot(1+i)^{k}$

RENTAS FINANCIERAS: variables progresión geométricas

Renta variable en progresión geométrica, pospagable y temporal “n” términos.

C	$C\cdot q$	$\cdots$	$C\cdot q^{s-2}$	$C\cdot q^{s-1}$	$\cdots$	$C\cdot q^{n-2}$	$C\cdot q^{n-1}$
1	2	$\cdots$	$s-1$	s	$\cdots$	$n-1$	n

Origen: 0

$$A(C,q)_{n\urcorner i} = C\cdot(1+i)^{-1} + C\cdot q\cdot(1+i)^{-2} + \cdots + C\cdot q^{s-1}\cdot(1+i)^{-s} + \cdots + C\cdot q^{n-1}\cdot(1+i)^{-n} =$$

$$= C\cdot\left[(1+i)^{-1} + q\cdot(1+i)^{-2} + \cdots + q^{s-1}\cdot(1+i)^{-s} + \cdots + q^{n-1}\cdot(1+i)^{-n}\right] =$$

$$= C\cdot\frac{(1+i)^{-1} - q^{n-1}\cdot(1+i)^{-n}\cdot(1+i)^{-1}\cdot q}{1-(1+i)^{-1}\cdot q} = C\cdot\frac{(1+i)^{-1} - q^{n}\cdot(1+i)^{-n-1}}{1-(1+i)^{-1}\cdot q} =$$

$$= C\cdot\frac{(1+i)^{-1} - q^{n}\cdot(1+i)^{-n-1}}{1-(1+i)^{-1}\cdot q}\cdot\frac{(1+i)}{(1+i)} = C\cdot\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q};$$

$$\boxed{A(C,q)_{n\urcorner i} = C\cdot\frac{1-q^{n}\cdot(1+i)^{-n}}{1+i-q};}$$

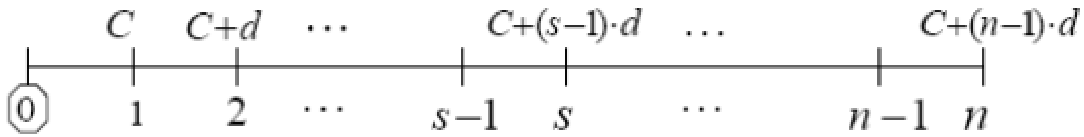
Universidad de Alcalá

RENTAS FINANCIERAS: variables progresión aritméticas

RENTAS	VALOR ACTUAL	VALOR FINAL
Renta variable en progresión aritmética, pospagable y temporal “n” términos.	$\left(C+\frac{d}{i}+d\cdot n\right)\cdot \text{a}_{n\neg i}-\frac{d\cdot n}{i}$	$\left[\left(C+\frac{d}{i}+d\cdot n\right)\cdot \text{a}_{n\neg i}-\frac{d\cdot n}{i}\right]\cdot(1+i)^{n}$
Renta variable en progresión aritmética, prepagable y temporal “n” términos.	$\left[\left(C+\frac{d}{i}+d\cdot n\right)\cdot \text{a}_{n\neg i}-\frac{d\cdot n}{i}\right]\cdot(1+i)$	$\left[\left(C+\frac{d}{i}+d\cdot n\right)\cdot \text{a}_{n\neg i}-\frac{d\cdot n}{i}\right]\cdot(1+)\cdot(1+i)^{n}$
Renta variable en progresión aritmética, pospagable y perpetuas.	$\left(C+\frac{d}{i}\right)\cdot\frac{1}{i}$	
Renta variable en progresión aritmética, prepagable y perpetuas.	$\left(C+\frac{d}{i}\right)\cdot\frac{1}{i}\cdot(1+i)$	
Renta variable en progresión aritmética, diferida “h” periodos, pospagable y temporal “n” términos	$(1+i)^{-h}\left[\left(C+\frac{d}{i}+d\cdot n\right)\cdot \text{a}_{n\neg i}-\frac{d\cdot n}{i}\right]$	$\left[\left(C+\frac{d}{i}+d\cdot n\right)\cdot \text{a}_{n\neg i}-\frac{d\cdot n}{i}\right]\cdot(1+i)^{n}$
Renta variable en progresión aritmética, diferida “h” periodos, prepagable y temporal “n” términos	$(1+i)^{-h}\left[\left(C+\frac{d}{i}+d\cdot n\right)\cdot \text{a}_{n\neg i}-\frac{d\cdot n}{i}\right]\cdot(1+i)$	$\left[\left(C+\frac{d}{i}+d\cdot n\right)\cdot \text{a}_{n\neg i}-\frac{d\cdot n}{i}\right]\cdot(1+i)\cdot(1+i)^{n}$
Renta variable en progresión aritmética, anticipada “k” periodos, pospagable y temporal “n” términos.	$\left(C+\frac{d}{i}+d\cdot n\right)\cdot \text{a}_{n\neg i}-\frac{d\cdot n}{i}$	$\left[\left(C+\frac{d}{i}+d\cdot n\right)\cdot \text{a}_{n\neg i}-\frac{d\cdot n}{i}\right]\cdot(1+i)^{n}\cdot(1+i)^{k}$
Renta variable en progresión aritmética, anticipada “k” periodos, prepagable y temporal “n” términos.	$\left[\left(C+\frac{d}{i}+d\cdot n\right)\cdot \text{a}_{n\neg i}-\frac{d\cdot n}{i}\right]\cdot(1+i)$	$\left[\left(C+\frac{d}{i}+d\cdot n\right)\cdot \text{a}_{n\neg i}-\frac{d\cdot n}{i}\right]\cdot(1+i)\cdot(1+i)^{n}\cdot(1+i)^{k}$

RENTAS FINANCIERAS: variables progresión aritméticas

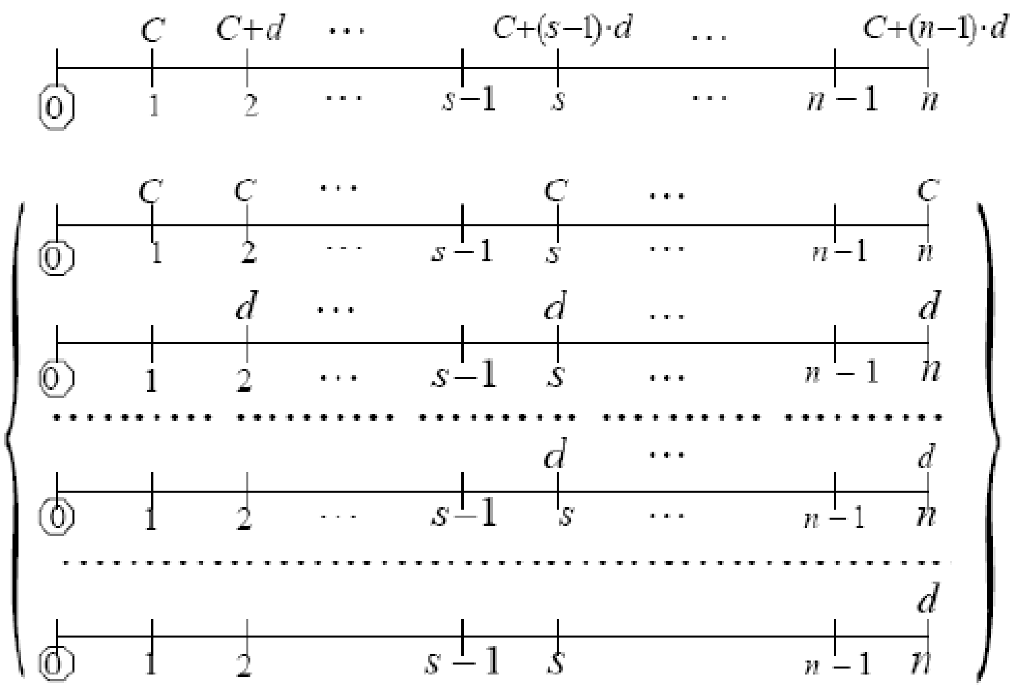
Renta variable en progresión aritmética, pospagable y temporal "n" términos.



$C_s = C_{s-1} + d.$

$C_s = C + (s\text{-}1)*d$

$$\left[C+(n-1)\cdot d\right]>0 \quad \Rightarrow \quad d>-\frac{C}{n-1};$$



Universidad de Alcalá

RENTAS FINANCIERAS: variables progresión aritméticas

Renta variable en progresión aritmética, pospagable y temporal "n" términos.

$$A(C,d)_{n\neg i} = C \cdot a_{n\neg i} + d \cdot {}^{1}/a_{n-1\neg i} + d \cdot {}^{2}/a_{n-2\neg i} + \cdots + d \cdot {}^{n-1}/a_{1\neg i} =$$

$$= C \cdot a_{n\neg i} + d \cdot \left[(1+i)^{-1} \cdot a_{n-1\neg i} + (1+i)^{-2} \cdot a_{n-2\neg i} + \cdots + (1+i)^{-(n-1)} \cdot a_{1\neg i}\right] =$$

$$= C \cdot a_{n\neg i} + d \cdot \left[(1+i)^{-1} \cdot \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} + (1+i)^{-2} \cdot \frac{1-(1+i)^{-(n-2)}}{i} + \cdots + (1+i)^{-(n-1)} \cdot \frac{1-(1+i)^{-1}}{i}\right] =$$

$$= C \cdot a_{n\neg i} + \frac{d}{i} \cdot \left[(1+i)^{-1} - (1+i)^{-n} + (1+i)^{-2} - (1+i)^{-n} + \cdots + (1+i)^{-(n-1)} - (1+i)^{-n}\right] =$$

$$= C \cdot a_{n\neg i} + \frac{d}{i} \cdot \left[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \cdots + (1+i)^{-(n-1)} - (n-1) \cdot (1+i)^{-n}\right] =$$

$$= C \cdot a_{n\neg i} + \frac{d}{i} \cdot \left[\underbrace{(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \cdots + (1+i)^{-(n-1)} + (1+i)^{-n}} - n \cdot (1+i)^{-n}\right] =$$

$$= C \cdot a_{n\neg i} + \frac{d}{i} \cdot \left[a_{n\neg i} - n \cdot (1+i)^{-n}\right] = \left(C + \frac{d}{i}\right) \cdot a_{n\neg i} - \frac{d \cdot n}{i} \cdot (1+i)^{-n};$$

RENTAS FINANCIERAS: variables progresión aritméticas

Renta variable en progresión aritmética, pospagable y temporal "n" términos.

$$= C \cdot a_{n\neg i} + \frac{d}{i} \cdot \left[a_{n\neg i} - n \cdot (1+i)^{-n}\right] = \left(C + \frac{d}{i}\right) \cdot a_{n\neg i} - \frac{d \cdot n}{i} \cdot (1+i)^{-n};$$

$$= \left(C + \frac{d}{i}\right) \cdot a_{n\neg i} - \frac{d \cdot n}{i} \cdot (1+i)^{-n} + \frac{d \cdot n}{i} - \frac{d \cdot n}{i} =$$

$$= \left(C + \frac{d}{i}\right) \cdot a_{n\neg i} + d \cdot n \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - \frac{d \cdot n}{i} =$$

$$= \left(C + \frac{d}{i} + d \cdot n\right) \cdot a_{n\neg i} - \frac{d \cdot n}{i};$$

$$A(C, d)_{n\neg i} = \left(C + \frac{d}{i} + d \cdot n\right) \cdot a_{n\neg i} - \frac{d \cdot n}{i};$$

Renta variable en progresión aritmética, pospagable y temporal "n" términos.

$$= C \cdot a_{n\neg i} + \frac{d}{i} \cdot \left[a_{n\neg i} - n \cdot (1+i)^{-n} \right] = \left(C + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{n\neg i} - \frac{d \cdot n}{i} \cdot (1+i)^{-n};$$

$$= \left(C + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{n\neg i} - \frac{d \cdot n}{i} \cdot (1+i)^{-n} + \frac{d \cdot n}{i} - \frac{d \cdot n}{i} =$$

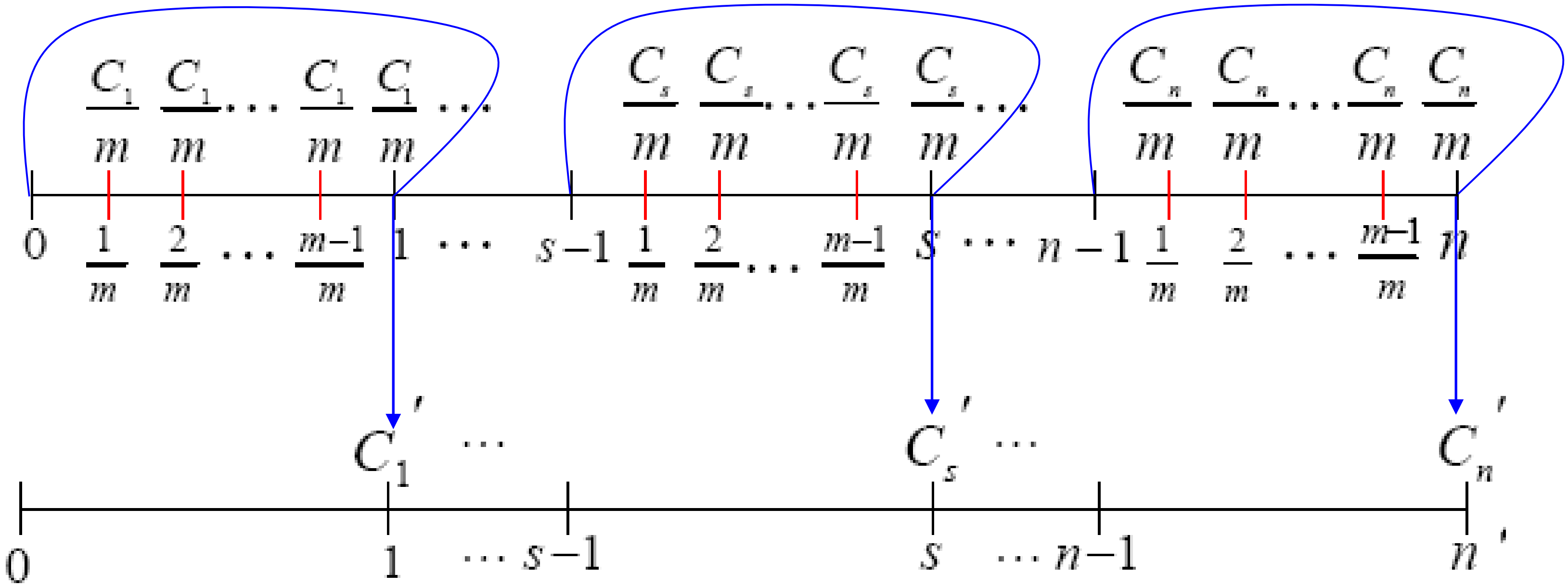
$$= \left(C + \frac{d}{i} \right) \cdot a_{n\neg i} + d \cdot n \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - \frac{d \cdot n}{i} =$$

$$= \left(C + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{n\neg i} - \frac{d \cdot n}{i};$$

$$A(C, d)_{n\neg i} = \left(C + \frac{d}{i} + d \cdot n \right) \cdot a_{n\neg i} - \frac{d \cdot n}{i};$$

RENTAS FRACCIONADAS

- División homogénea de los periodos de maduración y términos de la renta, asociando a cada uno de los subperiodos una subcuantía.



- C_s' = suma financiera en *s* de las m subcuantías comprendida entre (s-1,s)

RENTAS FRACCIONADAS

$$Cs' = \frac{Cs}{m} + \frac{Cs}{m} \cdot (1+i)^{1/m} + \frac{Cs}{m} \cdot (1+i)^{2/m} + \ldots + \frac{Cs}{m} \cdot (1+i)^{m-1/m}$$

$$Cs' = \frac{Cs}{m} \left[1 + (1+i)^{1/m} + (1+i)^{2/m} + \ldots + (1+i)^{m-1/m} \right]$$

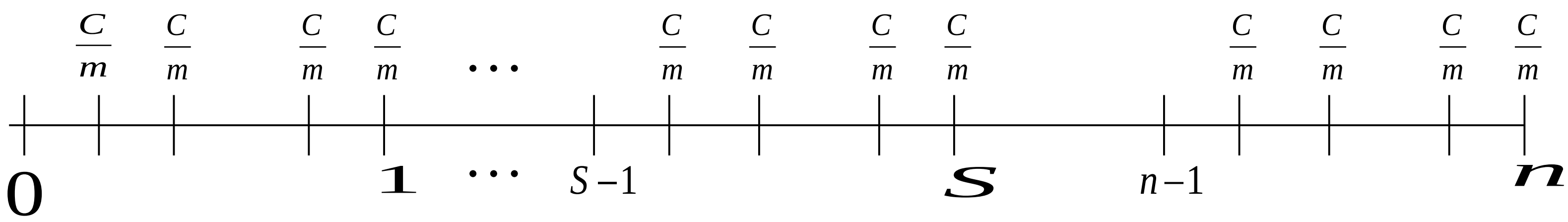
$$Cs' = \frac{Cs}{m} \cdot \left(\frac{(1+i)^{m-1/m} \cdot (1+i)^{1/m} - 1}{(1+i)^{1/m} - 1} \right) = \frac{Cs}{m} \cdot \left(\frac{(1+i)^{m/m} - 1}{(1+i)^{1/m} - 1} \right) = \frac{Cs}{m} \cdot \left(\frac{i}{\underbrace{(1+i)^{1/m} - 1}_{i^{(m)}}} \right)$$

$$Cs' = \frac{Cs}{m} \cdot \frac{i}{i^{(m)}} \Rightarrow j^{(m)} = i^{(m)} \cdot m \Rightarrow Cs \cdot \frac{i}{j^{(m)}}$$

$$V_{(0)}^{(m)} = \sum_{s=1}^{n} Cs' \cdot (1+i)^{-s} = Cs \cdot \frac{i}{j^{(m)}} \cdot (1+i)^{-s} = V_{(0)} \cdot \frac{i}{j^{(m)}}$$

Universidad de Alcalá

RENTAS FRACCIONADAS



- Valor actual renta fraccionada constante:
  - A) $V_{(0)} = C \cdot \frac{i}{j_{(m)}} \cdot \left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right)$
  - B) $V_{(0)} = \frac{C}{m} \cdot \left(\frac{1-(1+i_{(m)})^{-(n \cdot m)}}{i_{(m)}} \right)$