Matemática Discreta – EP9 – 2007/2

Observações: Caro aluno, aqui está o EP9, referente as aulas 19 e 20 do Módulo 2.

Este EP9 contém:

- alguns comentários sobre o conteúdo abordado;
- alguns comentários sobre os exercícios propostos;
- uma pequena amostra de como as probabilidades são “usadas” na poesia e dicas de sítios na internet aonde você pode saber mais sobre os poetas mencionados;
- alguns exercícios extras para você fixar a sua aprendizagem.

Sobre o conteúdo:

As aulas 19 e 20 tratam dos seguintes conteúdos —os quais você deve dominar tanto conceitualmente quanto na prática:

- O cálculo da probabilidade do complementar de um evento;
- O cálculo da probabilidade da união de dois eventos.

Estes conteúdos mostram uma associação do cálculo das probabilidades com as operações conjuntistas e com a álgebra dos conjuntos. Este aspecto moderno da teoria das probabilidades se completará na aula 21, aonde o cálculo da probablidade da interseção de eventos será abordado.

Sobre as Aulas 19 e 20:

- **Página 59:** No final da página, ao lado do diagrama, aonde está escrito “$\Rightarrow P(a_1) = P(a_2) + P(a_3)$” deve-se escrever “$\Rightarrow P(A) = P(a_1) + P(a_2) + P(a_3)$”.
- **Página 62:** No exemplo 41 a pergunta é: Qual a probabilidade de sair número ímpar?

Sobre os exercícios do Módulo:

Exercícios que merecem uma atenção especial:

- Aula 19: todos os exercícios.
- Aula 20: todos os exercícios.

Informações extras:

Se você gosta de matemática e acha que ela não tem nada a ver com poesia, aprecie estes (fragmentos de) poemas, que se referem a probabilidades:

CÁLCULO DE PROBABILIDADES
(Mário Benedetti)
Cada vez que un dueño de la tierra
proclama
”para quitarme este patrimonio
tendrán que pasar
sobre mi cadáver”
deberá tener en cuenta
que a veces
pasan.

NÃO SEI DANÇAR (Fragmento)
(Manuel Bandeira)
Uns tomam éter, outros cocaína.
Eu já tomei tristeza, hoje tomo alegria.
Tenho todos os motivos menos um de ser triste.
Mas o cálculo das probabilidades é uma pilhéria...

Faça uma visita aos sítios abaixo e aprenda um pouco mais sobre estes poetas:

http://www.cervantesvirtual.com/bib_autor/mbenedetti/
http://www.itaucultural.org.br/aplicexternas/enciclopedia/poesia/

Alguns exercícios para fixação:

1. Abaixo são dadas as regras de dois jogos para um jogador: um de moedas e outro de dados. Determine o jogo no qual a chance do jogador ganhar é maior:

   Jogo de moedas: O jogador ganha se, no lançamento simultâneo de quatro moedas, ocorrer pelo menos uma cara.

   Jogo de dados: O jogador ganha se, no lançamento simultâneo de dois dados, o maior dos números obtidos for maior ou igual a três.

2. Um número natural entre 1 e 6300 é escolhido ao acaso. Determine a probabilidade do número ser

   (a) Um múltiplo de 3 ou um múltiplo de 5.

   (b) Um múltiplo de 3 ou um múltiplo de 5 ou um múltiplo de 7.

Soluções comentadas:

1. Vamos calcular a probabilidade de derrota, D_m e D_d, em cada jogo. A partir daí, calcular as probabilidades de vitória, V_m e V_d, e compará-las para ver qual é a maior.

   No jogo de moedas, o espaço amostral contém 16 elementos. A única possibilidade do jogador perder é obter (C, C, C, C). Assim, a probabilidade do jogador perder é $P(D_m) = \frac{1}{16}$. Logo, a probabilidade do jogador vencer é $P(V_m) = 1 - P(D) = \frac{15}{16}$.

   No jogo de dados, o espaço amostral contém 36 elementos. As únicas possibilidades do jogador perder são $(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)$. Assim, a probabilidade do jogador perder é $P(D_d) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$. Logo, a probabilidade do jogador vencer é $P(V_d) = 1 - P(D) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$.

   Finalmente, como $\frac{15}{16} > \frac{8}{9}$, temos que a chance do jogador ganhar é maior no jogo de moedas.

2. O espaço amostral é $\Omega = \{1, 2, \ldots, 6300\}$.

   (a) Considere os seguintes eventos de Ω:

   $$A: \text{ ser múltiplo de 3;}$$

   $$B: \text{ ser múltiplo de 5.}$$

   De acordo, com o EP7, temos $P(A) \approx 0,34$, $P(B) \approx 0,2$ e $P(A \cap B) \approx 0,0067$.

   Pela RA, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Logo, temos $P(A \cup B) \approx 0,34 + 0,2 - 0,0067 = 0.5333$.

(b) Considere os seguintes eventos de Ω:

$$A: \text{ ser múltiplo de 3;}$$

$$B: \text{ ser múltiplo de 5;}$$

$$C: \text{ ser múltiplo de 7.}$$

De acordo, com o EP7, temos $P(A) \approx 0,34$, $P(B) \approx 0,2$ e $P(C) \approx 0,14$, $P(A \cap B) \approx 0,0067$, $P(A \cap C) \approx 0,048$, $P(B \cap C) \approx 0,03$ e $P(A \cap B \cap C) \approx 0,01$.

Pela RA generalizada para 3 conjuntos (cf. Exercício 8 do Módulo 2), temos $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$. Logo, temos $P(A \cup B \cup C) \approx 0,34 + 0,2 + 0,14 - 0,0067 - 0,048 - 0,03 + 0,01 = 0.6053$.

Qualquer sugestão ou observação que você queira fazer, por favor, entre em contato pelo email petrucio@cos.ufrj.br.

Jorge Petrúcio Viana
Coordenador da Disciplina MD/IM–UFF