Consórcio cederj
Fundação CECIERJ
Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

Geometria Básica – EP02 – Tutor

Prezado(a) aluno(a),

o conteúdo desta semana referente a EP02, você encontra nos seguintes capítulos do livro de Geometria Básica - Módulo 1 - Volume 1,(autores: Arnaut, R.G.T e Pesco, D.U.),
Aula 2: Congruência de Triângulos;
Aula 3: Polígonos Convexos.

Exercício 1: Dados dois polígonos regulares com $n+1$ lados e n lados, respectivamente, determine n sabendo que o ângulo interno do polígono de $n+1$ lados excede o ângulo interno do polígono de n lados de 5°.
Solução: Considere dois polígonos regulares com $n+1$ lados e n lados, denotando os ângulos internos por A_i e $\overline{A_i}$, respectivamente. Temos que $A_i = \overline{A_i} + 5$,

$$\frac{180(n+1-2)}{n+1} = \frac{180(n-2)}{n} + 5$$

$$\begin{array}{l}
180n(n-1) = 180(n+1)(n-2) + 5n(n+1) \\
180n^2 - 180n = 180(n^2 + n - 2n - 2) + 5n^2 + 5n \\
5n^2 + 5n - 180 = 0 \\
n^2 + n - 36 = 0 \\
n = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+288}}{2} = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{-1+17}{2} = 8 \\ \\ \dfrac{-1-17}{2} = -9 \text{ (não serve)} \end{array} \right.
\end{array}$$

Daí $n = 8$.

Exercício 2: Um polígono convexo tem cinco lados mais que o outro. Sabendo-se que o número total de diagonais vale 68, determine o número de diagonais de cada polígono.
Solução:

Considere os polígonos convexos de n e m lados com $n > m$. Temos que

$$n = m + 5 \qquad (1)$$

Seja d_1 o número de diagonais de n lados e d_2 o número de diagonais de m lados. Temos que

$$d_1 + d_2 = 68$$

$$\frac{n(n-3)}{2} + \frac{m(m-3)}{2} = 68 \qquad (2)$$

Substituindo (1) em (2), vem:

$$\frac{(m+5)(m+5-3)}{2} + \frac{m(m-3)}{2} = 68$$

$$(m+5)(m+2)+m(m-3)=136$$

$$m^2+5m+2m+10+m^2-3m-136=0$$

$$2m^2+4m-126=0$$

$$m^2+2m-63=0$$

$$m=\frac{-2\pm\sqrt{4+252}}{2}=\begin{cases}\dfrac{-2+16}{2}=7\\[2ex] \dfrac{-2-16}{2}=-9 \text{ (não serve)}\end{cases}$$

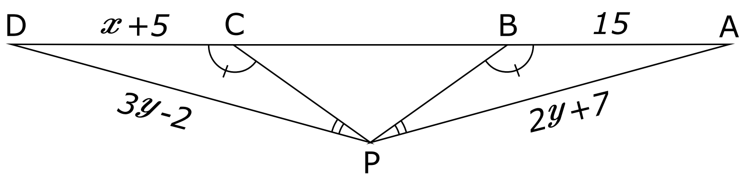
$$n=m+5=7+5=12 \qquad \Rightarrow \qquad m=7 \text{ e } n=12$$

Logo

$$d_1=\frac{n(n-3)}{2}=\frac{12(12-3)}{2}=54$$

$$d_2=\frac{m(m-3)}{2}=\frac{7(7-3)}{2}=14$$

Exercício 3: Na figura, o triângulo PCD é congruente ao triângulo PBA. Determine os valores de x, y e a razão entre os perímetros dos triângulos PCA e PBD.



Solução: Considere a figura do enunciado.
Temos que

$$\Delta PCD\equiv\Delta PBA \Rightarrow \quad x+5=15 \qquad \Rightarrow x=10$$

$$3y-2=2y+7 \quad \Rightarrow y=9$$

Logo

$$\overline{AP}=2y+7=2\cdot 9+7=25 \qquad \text{e} \qquad \overline{PD}=3y-2=3\cdot 9-2=25$$

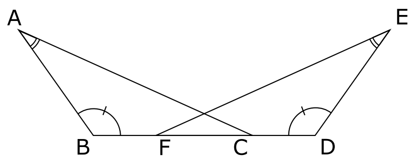
Temos que ΔPBC é isósceles, então

$$P\hat{C}B=P\hat{B}C \qquad \text{e} \qquad \overline{PC}=\overline{PB}$$

Daí a razão entre os perímetros dos triângulos PCA e PBD é:

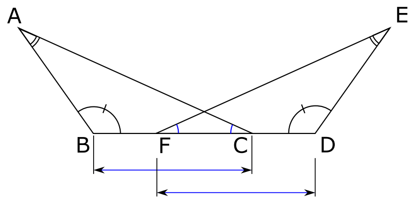
$$\frac{\overline{PC}+\overline{CA}+\overline{AP}}{\overline{PB}+\overline{BD}+\overline{DP}}=\frac{\overline{PC}+\overline{CA}+25}{\overline{PB}+\overline{BD}+25}=\frac{\overline{PC}+\overline{CB}+15+25}{\overline{PB}+15+\overline{CB}+25}=1$$

Exercício 4: Na figura, sendo $\overline{BF} = \overline{CD}$, $m(A\hat{B}C) = m(F\hat{D}E)$ e $m(B\hat{A}C) = m(D\hat{E}F)$, prove que $\overline{AC} = \overline{EF}$.



Solução: Seja a figura dada, $\overline{BF} = \overline{CD}$,

$$m(A\hat{B}C) = m(F\hat{D}E) \qquad (1)$$
$$m(B\hat{A}C) = m(D\hat{E}F) \qquad (2)$$



Vamos mostrar que $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$.

$$\begin{array}{ll} \overline{BC} & = \overline{BF} + \overline{FC} \\ \overline{DF} & = \overline{DC} + \overline{FC} \end{array} \qquad \text{como } \overline{BF} = \overline{CD} \Rightarrow \overline{BC} = \overline{DF} \qquad (3)$$

Temos que

$$F\hat{D}E + D\hat{E}F + E\hat{F}D = 180° = B\hat{A}C + A\hat{B}C + B\hat{C}A$$

De (1) e (2) vem que:

$$E\hat{F}D = A\hat{C}B$$

Logo

$$\left\{\begin{array}{l} \overline{BC} = \overline{DF} \\ \\ A\hat{B}C = E\hat{D}F \\ A\hat{C}B = E\hat{F}D \end{array}\right. \qquad \text{(ALA)} \Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta DEF$$

Daí $\overline{AC} = \overline{EF}$.