Matemática Discreta – AP2 – 2007/2

Soluções:

1. Um experimento consiste em perguntar a três mulheres, m_1, m_2 e m_3, se elas usam ou não o sabonete de uma determinada marca e anotar as três respostas.

   (a) (1,0) Descreva um espaço amostral Ω para o experimento;

   (b) (1,0) Descreva o evento A : *no máximo duas mulheres usam o sabonete*, em relação ao espaço descrito em (a).

Solução:

(a) Denotando *sim* por S e *não* por N, temos:

$$\Omega = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NSS, NSN, NNS, NNN\}.$$

(b) $A = \{SSN, SNS, SNN, NSS, NSN, NNS, NNN\}$.

---

2. Em uma cidade, 400 pessoas foram classificdas, segundo o sexo e o estado civil, de acordo com a tabela:

	solteiro	casado	divorciado	viúvo
masculino	50	60	40	30
feminino	150	40	10	20

Neste espaço, uma pessoa é escolhida ao acaso. Determine a probabilidade dos seguintes eventos:

(a) (1,0) S : *a pessoa escolhida é solteira.*

(b) (1,0) M : *a pessoa escolhida é do sexo masculino.*

(c) (1,0) N : *a pessoa escolhida é solteira ou do sexo feminino.*

Solução:

(a) De acordo com os dados na tabela, o total de pessoas solteiras é $50 + 150 = 200$. Assim, $P(S) = \dfrac{200}{400} = \dfrac{1}{2}$.

(b) De acordo com os dados na tabela, o total de pessoas do sexo masculino é $50 + 60 + 40 + 30 = 180$. Assim, $P(M) = \dfrac{180}{400} = \dfrac{9}{20}$.

(c) De acordo com a tabela, uma pessoa é do sexo feminino se, e somente se, ela não é do sexo masculino. Assim, a probabilidade procurada é $P(S \cup \overline{M})$.

De acordo com a Regra da Adição, $P(S \cup \overline{M}) = P(S) + P(\overline{M}) - P(S \cap \overline{M})$.

Já sabemos que $P(S) = \dfrac{1}{2}$.

De acordo com a Regra do Evento Complementar, a probabilidade da pessoa escolhida não ser do sexo masculino é $P(\overline{M}) = 1 - P(M) = 1 - \dfrac{9}{20} = \dfrac{11}{20}$.

De acordo com os dados na tabela, o total de pessoas solteiras do sexo feminino é 150. Assim, $P(S \cap \overline{M}) = \dfrac{150}{400} = \dfrac{15}{40}$.

Finalmente, temos $P(S \cup \overline{M}) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{11}{20} - \dfrac{15}{40} = \dfrac{29}{40}$.

---

3. (3,0) Considerando os dados da Questão 3, classifique a seguinte afirmação como verdadeira ou falsa. Justifique a sua resposta com o cálculo das respectivas probabilidade.

   A probabilidade da pessoa escolhida ser do sexo feminino, dado que ela é divorciada, é igual a probabilidade dela ser divorciada, dado que ela é do sexo masculino.

Solução:

A probabilidade da pessoa escolhida ser do sexo feminino, dado que ela é divorciada é $P(F|D) = \dfrac{10}{50} = \dfrac{1}{5}$.

A probabilidade da pessoa escolhida ser divorciada, dado que ela é do sexo feminino é $P(D|F) = \dfrac{10}{220} = \dfrac{1}{22}$.

Como $\dfrac{1}{5} \neq \dfrac{1}{22}$, a afirmação é falsa.

---

4. Duas pessoas, A e B, praticam tiro ao alvo. A probabilidade de A atingir o alvo, quando atira, é $P(A) = \dfrac{1}{3}$ e a probabilidade de B atingir o alvo, quando atira, é $P(B) = \dfrac{2}{3}$. Admitindo que os dois eventos são independentes e que os dois atiram, determine as probabilidades dos seguintes eventos:

   (a) (1,0) A e B atingem o alvo;

   (b) (1,0) A ou B atingem o alvo.

Solução:

(a) Como os dois eventos são independentes, temos $P(A \cap B) = P(A)P(B) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{9}$.

(b) Pela Regra da Adição, temos $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{9} = 1 - \dfrac{2}{9} = \dfrac{7}{9}$.
