Consórcio cederj
Fundação CECIERJ
Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

# Geometria Básica – EP05 – Tutor

*Prezado(a) aluno(a),*

*o conteúdo desta semana referente a EP05, você encontra nos seguintes capítulos do livro de Geometria Básica - Módulo 1 - Volume 1,(autores: Arnaut, R.G.T e Pesco, D.U.),*

*Aula 8: Segmentos Proporcionais;*
*Aula 9: Triângulos Semelhantes.*

*Você também pode encontrar o conteúdo dessas aulas na Plataforma, na seção Material Impresso.*

---

**Exercício 1**: Um feixe de quatro paralelas determina sobre uma transversal segmentos que medem $3$ cm, $4$ cm e $5$ cm. Encontre o maior dos segmentos determinados pelo mesmo feixe sobre outra transversal cujo comprimento total entre as paralelas externas é de $36$ cm.

**Solução:**
Considere um feixe de quatro paralelas que determina sobre uma transversal, segmentos que medem $3$ cm, $4$ cm e $5$ cm. Temos que $\overline{A'D'} = 36$ cm.
Chamando $\overline{A'B'} = x, \overline{B'C'} = y$ e $\overline{C'D'} = z$, pelo Teorema de Tales vem:

$$\frac{3}{\overline{A'B'}} = \frac{4}{\overline{B'C'}} = \frac{5}{\overline{C'D'}} \qquad \text{e} \qquad \overline{A'B'} + \overline{B'C'} + \overline{C'D'} = 36 \text{ (pelo enunciado)} \qquad (1)$$

Por propriedade de proporção vem: $\dfrac{3+4+5}{\overline{A'B'} + \overline{B'C'} + \overline{C'D'}} = \dfrac{5}{\overline{C'D'}}$ (2)

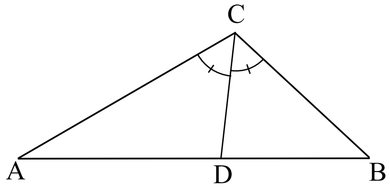
Note que $\overline{C'D'}$ é o maior dos segmentos determinados pela outra transversal.
Substituindo (1) em (2) vem:

$$\frac{12}{36} = \frac{5}{\overline{C'D'}} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{C'D'} = \frac{36 \cdot 5}{12} = 15$$

Daí o maior dos segmentos é $15$ cm.

---

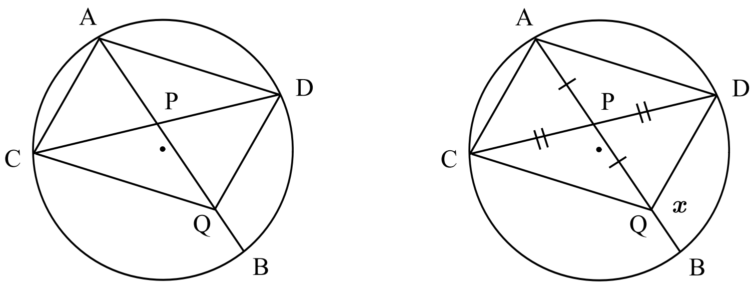
**Exercício 2**: No triângulo $ABC$ da figura, $\overline{CD}$ é a bissetriz do ângulo interno em $C$. Se $\overline{AD} = 4$ cm, $\overline{DB} = 3$ cm e $\overline{AC} = 5$ cm, calcule o lado $\overline{BC}$.




**Solução:**
Seja o $\Delta ABC$, onde $\overline{CD}$ é bissetriz do ângulo interno em $C$. Temos que $\overline{AD} = 4$ cm, $\overline{DB} = 3$ cm e $\overline{AC} = 5$ cm.
Usando o Teorema da bissetriz interna (TBI) vem:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DB}}{\overline{BC}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{4}{5} = \frac{3}{\overline{BC}} \Rightarrow 4\overline{BC} = 15 \Rightarrow \overline{BC} = \frac{15}{4} \text{ cm}$$

**Exercício 3**: Considere as cordas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ de uma circunferência, as quais se interceptam num ponto $P$, e um ponto $Q$ da corda $\overline{AB}$, tal que o quadrilátero $ACQD$ seja um paralelogramo. Se $\overline{AB} = 13$ cm e $\overline{CD} = 12$ cm, determine a medida de $\overline{QB}$.




**Solução:**
Sejam as cordas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ de uma circunferência, as quais se interceptam num ponto $P$, e um ponto $Q$ da corda $\overline{AB}$, tal que $ACQD$ seja um paralelogramo. Seja $\overline{AB} = 13$ cm, $\overline{CD} = 12$ cm e $\overline{QB} = x$. Então

$$\overline{AP} = \overline{PQ} = \frac{13-x}{2}, \qquad \overline{PB} = x + \frac{13-x}{2} = \frac{13+x}{2} \qquad \text{e} \qquad \overline{CP} = \overline{PD} = \frac{12}{2} = 6$$

Pelo Teorema das Cordas vem:

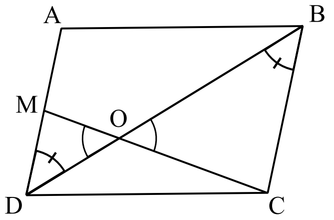
$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD} \Rightarrow \left(\frac{13-x}{2}\right) \cdot \left(\frac{13+x}{2}\right) = 6 \cdot 6 \Rightarrow 169 - x^2 = 144 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5.$$

Daí a medida de $\overline{QB}$ é $5$ cm.

---

**Exercício 4**: Considere um paralelogramo $ABCD$. Sendo $M$ o ponto médio do lado $\overline{AD}$ e $O$ o ponto de interseção do segmento $\overline{MC}$ com a diagonal $\overline{BD}$, calcule a razão $\dfrac{\overline{DO}}{\overline{OB}}$.

**Solução:**
Seja o paralelogramo $ABCD$, $M$ o ponto médio do lado $\overline{AD}$ e o ponto de interseção do segmento $\overline{MC}$ com a diagonal $\overline{BD}$.




Temos que $\Delta OMD \sim \Delta OCB$ pois $\left\{\begin{array}{lcll} M\hat{O}D & = & B\hat{O}C & \text{(opostos pelo vértice)} \\ O\hat{B}C & = & O\hat{D}M & \\ AD & \parallel & BC & \text{(alternos internos)} \end{array}\right.$

$$\Rightarrow \frac{\overline{MD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{OD}}{\overline{OB}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\overline{DO}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{MD}}{\overline{BC}}$$

Como $\overline{MD} = \dfrac{AD}{2}$, então

$$\frac{\overline{DO}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{MD}}{2\overline{MD}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\overline{DO}}{\overline{OB}} = \frac{1}{2}$$