

## Geometria Básica – EP06 – Tutor

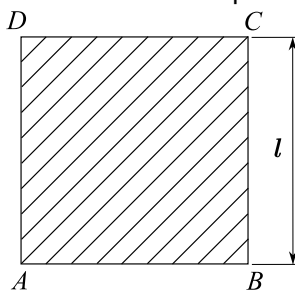
Prezado(a) aluno(a),

o conteúdo desta semana referente a EP06, você encontra no seguinte capítulo do livro de Geometria Básica - Módulo 1 - Volume 1, (autores: Arnaut, R.G.T. e Pesco, D.U.),

Aula 10: Triângulo Retângulo.

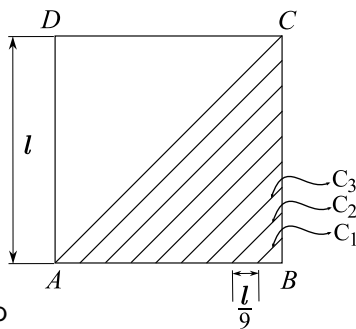
Você também pode encontrar o conteúdo dessa aula na Plataforma, na seção Material Impresso.

**Exercício 1:** Um quadrado  $ABCD$  de lado  $l$  tem cada um de seus lados dividido em 9 partes iguais. Ligando-se com segmentos de reta os pontos da divisão, segundo a diagonal  $AC$ , obtém-se o hachurado mostrado na figura. Calcule a soma dos comprimentos dos 17 segmentos assim obtidos.



**Solução:**

Seja o quadrado  $ABCD$  de lado  $l$  e divida cada lado em 9 partes iguais. Vamos achar a soma dos comprimentos dos 17 segmentos que foram obtidos.



Chame o 1º segmento de  $C_1$ . Então

$$C_1^2 = \left(\frac{l}{9}\right)^2 + \left(\frac{l}{9}\right)^2 = \frac{2l^2}{81} \Rightarrow C_1 = \frac{l\sqrt{2}}{9}$$

O 2º segmento de  $C_2$ .

$$C_2^2 = \left(\frac{2l}{9}\right)^2 + \left(\frac{2l}{9}\right)^2 = \frac{8l^2}{81} \Rightarrow C_2 = \frac{2l\sqrt{2}}{9}$$

Daí

$$C_3 = \frac{3l\sqrt{2}}{9}, \dots, C_8 = \frac{8l\sqrt{2}}{9}, C_9$$

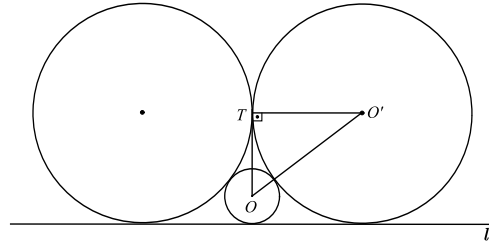
Como  $C_9$  é a diagonal do quadrado, temos que  $C_9 = l\sqrt{2}$ . Portanto, a soma pedida será:

$$2(C_1 + \dots + C_8) + C_9 = \frac{2l\sqrt{2}}{9}(1 + \dots + 8) + l\sqrt{2} = \frac{2l\sqrt{2}}{9} \frac{(1+8)8}{2} + l\sqrt{2} = 9l\sqrt{2}$$

**Exercício 2:** Do mesmo lado de uma reta são traçados três círculos tangentes à reta e tangentes entre si dois a dois. Sabendo que dois deles têm raio igual a 12 metros, calcula o raio do terceiro círculo.

**Solução:**

Seja uma reta  $l$  e do mesmo lado dessa reta vamos traçar três círculos tangentes à reta  $l$  e tangentes entre si dois a dois. Sendo que dois desses círculos têm raio igual a 12 metros.



Consideremos o triângulo retângulo  $OTO'$ , temos que  $\overline{OT} = 12 - r$ ,  $\overline{OT'} = 12$  e  $\overline{OO'} = 12 + r$ . Temos por Pitágoras que:

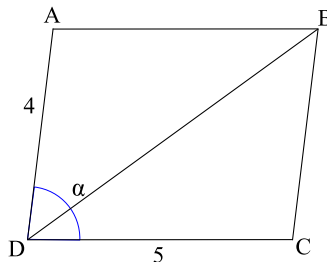
$$(12 - r)^2 + 12^2 = (12 + r)^2 \Rightarrow 144 - 24r + r^2 + 144 = 144 + 24r + r^2 \Rightarrow 48r = 144 \Rightarrow r = 3$$

Portanto, o raio do terceiro círculo é 3 metros.

**Exercício 3:** Sabendo que dois lados consecutivos de um paralelogramo medem 4 cm e 5 cm, respectivamente, e uma das diagonais 6 cm, calcule a medida da outra diagonal.

**Solução:**

Seja um paralelogramo  $ABCD$  cujos lados medem 4 cm e 5 cm.



Note que uma das diagonais mede 6 cm, o ângulo  $\hat{ADC}$  é agudo. Como  $6^2 < 4^2 + 5^2$ , temos que  $\overline{AC} = 6$ .

Usando a Lei dos cossenos no  $\triangle ACD$  vem:

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 &= 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cos \alpha \Rightarrow 6^2 = 16 + 25 - 40 \cos \alpha \\ &\Rightarrow 36 - 41 = -40 \cos \alpha \\ &\Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{40} \\ &\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Por propriedade de paralelogramo o ângulo  $\hat{DCB} = 180 - \alpha$ . Usando a Lei dos cossenos no  $\triangle BDC$  vem:

$$\overline{BD}^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cos(180 - \alpha)$$

Temos que  $\cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$ . Então

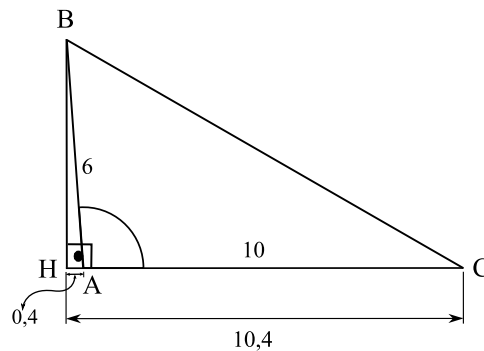
$$\overline{BD}^2 = 25 + 16 - 40(-\cos \alpha) \Rightarrow \overline{BD}^2 = 41 + 40 \cdot \frac{1}{8} = 46 \Rightarrow \overline{BD} = \sqrt{46} \text{ cm}$$

Logo a medida da outra diagonal é  $\sqrt{46}$  cm.

**Exercício 4:** Determine a medida do lado  $BC$  de um triângulo  $ABC$ , onde  $\overline{AC} = 10$  cm,  $\overline{AB} = 6$  cm e a projeção ortogonal do lado  $\overline{BC}$  sobre  $\overline{AC}$  vale 10,4 cm.

**Solução:**

Seja o triângulo  $ABC$ , onde  $\overline{AC} = 10$  cm,  $\overline{AB} = 6$  cm e a projeção ortogonal do lado  $\overline{BC}$  sobre  $\overline{AC}$  vale 10,4 cm.



Note que este triângulo tem o ângulo  $\hat{A} > 90^\circ$ .

Por Pitágoras

$$\triangle BHC \quad \overline{BH}^2 + (10,4)^2 = \overline{BC}^2 \quad (1)$$

$$\triangle ABH \quad \overline{BH}^2 + (0,4)^2 = 6^2 \Rightarrow \overline{BH}^2 = 36 - 0,16 \Rightarrow \overline{BH}^2 = 35,84 \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1) vem:

$$35,84 + (10,4)^2 = \overline{BC}^2 \Rightarrow \overline{BC}^2 = 35,84 + 108,16$$

$$\Rightarrow \overline{BC}^2 = 144$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = 12 \text{ cm.}$$