Consórcio cederj
Fundação CECIERJ
Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

Geometria Básica – EP08 – Tutor

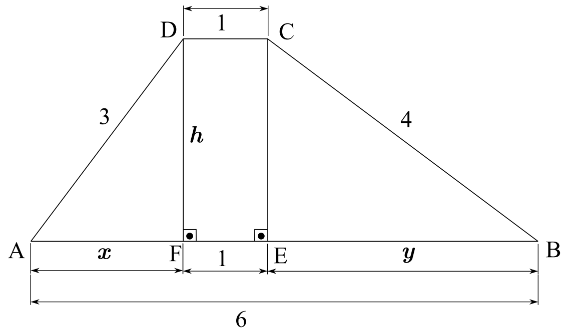
Prezado(a) aluno(a),

o conteúdo desta semana referente a EP08, você encontra no seguinte capítulo do livro de Geometria Básica - Módulo 1 - Volume 1,(autores: Arnaut, R.G.T. e Pesco, D.U.),

Aula 12: Áreas de Superfícies Planas.

Você também pode encontrar o conteúdo dessa aula na Plataforma, na seção Material Impresso.

Exercício 1: Calcule a área de um trapézio cujas bases medem 1 metro e 6 metros e os lados obliquos medem 4 metros e 3 metros.
Solução: Seja o trapézio $ABCD$ cujas bases medem 1 metro e 6 metros e os lados obliquos medem 4 metros e 3 metros.



Traçando perpendiculares em C e D, achamos E e F. Denotando $\overline{AF} = x, \overline{EB} = y$ e $\overline{DF} = h$, vem:

$$x + y = 5 \quad \text{e} \quad \begin{cases} 9 = x^2 + h^2 \\ 16 = y^2 + h^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ y^2 - x^2 = 7 \end{cases}$$

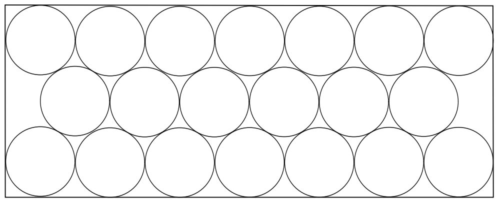
Resolvendo o sistema vem: $x = 1,8$ e $y = 3,2$.
Temos então que:

$$9 = (1,8)^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 9 - 3,24 \Rightarrow h^2 = 5,76 \Rightarrow h = 2,4.$$

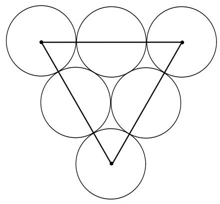
Logo a área pedida é:

$$S = \frac{(1+6)\cdot 2,4}{2} = 7 \cdot 1,2 = 8,4\,\text{m}^2.$$

Exercício 2: A seção transversal de um maço de cigarros é um retângulo que acomoda exatamente os cigarros como na figura. Se o raio dos cigarros é $\frac{\sqrt{3}}{2}$, determine a área desse retângulo.



Solução: Como temos 7 cigarros como comprimento, então tal comprimento é $7 \cdot \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$.
Vamos agora achar a altura do retângulo. Seja a figura e vamos considerar um triângulo equilátero de lado $4r = 4 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.



A altura desse triângulo é:

$$h = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3$$

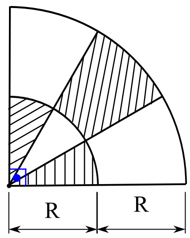
Daí a altura do retângulo é:

$$H = h + r + r = 3 + \frac{2\sqrt{3}}{2} = 3 + \sqrt{3}$$

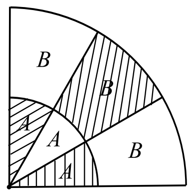
Daí a área do retângulo é:

$$7\sqrt{3} \cdot (3 + \sqrt{3}) = 21\sqrt{3} + 21 = 21(\sqrt{3} + 1)$$

Exercício 3: A figura abaixo mostra dois arcos de circunferência de centro O, raios R e $2R$ e três ângulos iguais. Calcule a razão entre as áreas da regiões hachurada e não hachurada.



Solução:
Seja a figura dada, com raios R e $2R$ dos dois arcos de centro O e três ângulos iguais.



As três regiões de centro O e raio R, vamos denotar po A. E as outras três regiões, vamos denotar por B, como está indicado na figura.
Vamos achar a área da região A.

$$S_A = \frac{\pi R^2}{4 \cdot 3} = \frac{\pi R^2}{12}$$

Vamos achar a área da região B.

$$S_B = \frac{\pi (2R)^2}{4 \cdot 3} - \frac{\pi R^2}{12} = \frac{4\pi R^2}{12} - \frac{\pi R^2}{12} = \frac{\pi R^2}{4}$$

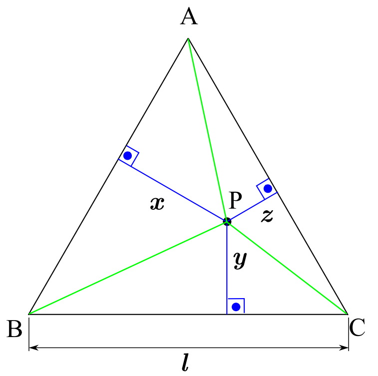
A área da região hachurada é: $2S_A + S_B$ e a área da região não hachurada é $S_A + 2S_B$
Logo, a razão pedida é:

$$\frac{2S_A + S_B}{S_A + 2S_B} = \frac{\dfrac{2\pi R^2}{12} + \dfrac{\pi R^2}{4}}{\dfrac{\pi R^2}{12} + \dfrac{2\pi R^2}{4}} = \frac{\dfrac{2\pi R^2 + 3\pi R^2}{12}}{\dfrac{\pi R^2 + 6\pi R^2}{12}} = \frac{5\pi R^2}{12} \cdot \frac{12}{7\pi R^2} = \frac{5}{7}$$

Exercício 4: Considere o triângulo equilátero de altura $2\sqrt{3}$. Seja P um ponto qualquer interior desse triângulo e sejam x, y e z as distâncias desse ponto aos lados do triângulo equilátero. Determine a soma dessas distâncias.

Solução:

Seja o triângulo equilátero ABC de altura $h = 2\sqrt{3}$ e lado l. Seja P um ponto interior desse triângulo e considere x, y e z as distâncias desse ponto aos lados desse triângulo.



$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta APB} + S_{\Delta PBC} + S_{\Delta APC}$$

Então:

$$\frac{l \cdot h}{2} = \frac{l \cdot x}{2} + \frac{l \cdot y}{2} + \frac{l \cdot z}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{lh}{2} = \frac{l}{2}(x + y + z)$$

$$\Rightarrow \quad x + y + z = h \quad \Rightarrow \quad x + y + z = 2\sqrt{3}$$