Fundação CECIERJ
Consórcio cederj
Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

Matemática Básica 2009/1 – EP6

Ola a todos! Nesta semana estamos continuando com o assunto de sequências que é muito importante para o conceito de limite. Dessa vez começamos com as Progressões Geométricas. Esperamos que vocês tenham conseguido fazer a AD, a AtP e os AE´s. Neste EP segue a Terceira Atividade Eletrônica, para ser enviada pelo mesmo processo das anteriores, até o dia 29/3. Vocês estão trabalhando bastante, e o sucesso vem por causa disso! Boa semana!

Coordenadores da disciplina
Maria Helena
Ion Moutinho

1ª Questão: Verifique se a seqüência (1000, 800, 640, 512, ...) pode representar uma P.G.. Se for assim, determine o 6º termo.

Solução: Para verificar que os valores podem formar uma P.G., bastar verificar que os quocientes $\frac{800}{1000}$, $\frac{640}{800}$ e $\frac{512}{640}$ são constantes. De fato cada divisão tem como resultado o valor 0,8. Assim, a sequência dada pode representar a P.G. infinita de razão 0,8 e primeiro termo 1000. Logo, o sexto termo pode ser obtido a partir do quarto termo por

$$a_6 = 512.(0,8)^2 = 327,68.$$

2ª Questão: O primeiro termo de uma P.G. é 1 e o terceiro termo é 4. É possível determinar o segundo termo? (Cuidado com a resposta!)

Solução: Como $a_3 = a_1.q^2$, temos $4 = 1.\ q^2$, donde q pode assumir dois valores, -2 e 2. Assim, não é possível precisar qual será o segundo termo.

3ª Questão: Uma P.G. de razão $-\frac{1}{2}$ tem o valor 3 como primeiro termo. Calcule a soma dos 6 primeiros termos da P.G..

Solução: A soma é dada pela fórmula

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}.$$

Daí, S_6 é dada por

$$S_6 = \frac{3\left(1-\left(-\frac{1}{2}\right)^6\right)}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{3\left(1-\frac{1}{64}\right)}{\frac{3}{2}} = 2-\frac{1}{32} = \frac{63}{32}.$$

4ª Questão: O 6º termo de uma P.G. é 30 e o 8º termo é 270. Determine o 4º termo da P.G..

Solução: Temos que $a_8 = a_6.q^2$, isto é, $270 = 30q^2$. Assim, $q^2 = 9$. Como $a_4 = \frac{a_6}{q^2}$, temos

$$a_4 = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}.$$

5ª Questão: Qual é a razão da P.G. crescente que se obtém inserindo três termos entre os números 30 e 480?

Solução: Temos $a_1 = 30$ e $a_5 = 480$. Como $a_5 = a_1q^4$, temos $480 = 30q^4$, donde $q^4 = 16$, isto é, $q = \pm 2$. Como a seqüência deve ser crescente, de acordo com o enunciado, temos $q = 2$.

6ª Questão: Determine o limite da soma:

a) $-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\ldots$

b) $2+\frac{2}{3}+\frac{2}{9}+\ldots$

Solução: Pela fórmula

$$\lim_{n\to+\infty} S_n = \frac{a_1}{1-q},$$

basta identificar o primeiro termo e a razão.

a) $-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\ldots = \frac{-\frac{1}{2}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{3}$.

b) $2+\frac{2}{3}+\frac{2}{9}+\ldots = \frac{2}{1-\frac{1}{3}} = 3$.

7ª Questão: Considere uma progressão geométrica cujos termos são todos positivos e, além disso, qualquer termo é igual à soma dos dois termos seguintes. Determine a razão desta P.G.

Solução: Se a é um termo então os dois termos seguintes são aq e aq^2. Pelos dados do problema, temos $a = aq + aq^2$, donde $1 = q + q^2$ (pois $a \neq 0$). As raízes da equação $q^2 + q - 1 = 0$ são $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ e $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. Como a progressão não tem termos negativos, a razão só pode ser positiva. Logo, $q = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Atividade Eletrônica – AE3

Questão: Considere a soma infinita $\frac{a}{3}+\frac{a^2}{9}+\frac{a^3}{27}+\ldots$. Para que valores de a existe um limite para esta soma infinita?