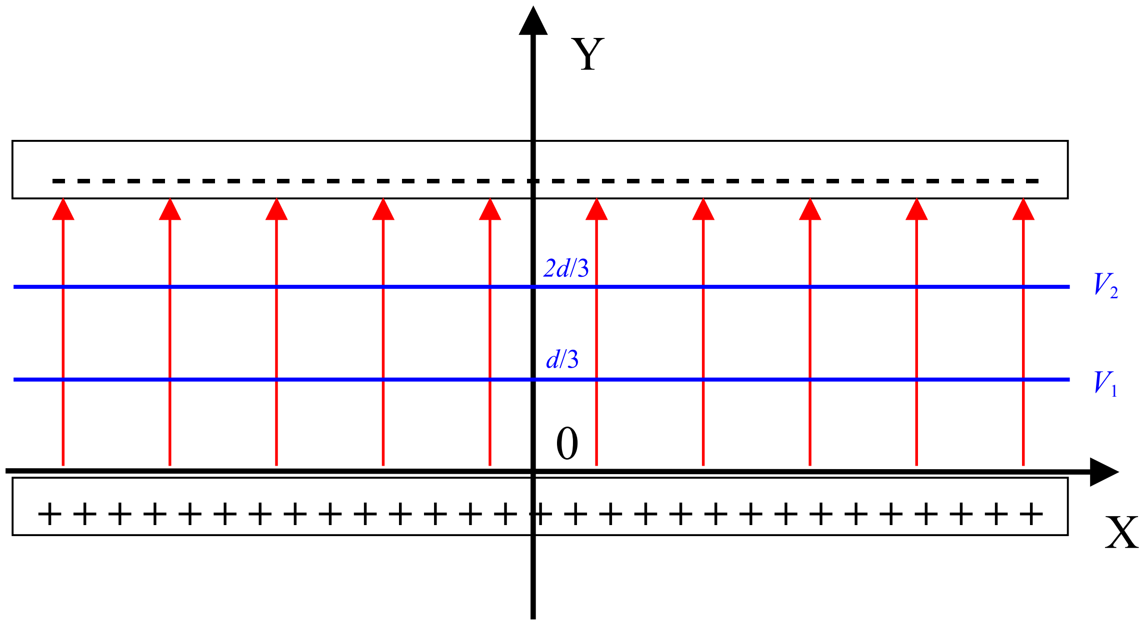
Exercícios Programados 3 - Gabarito

Exercício 1

Um campo elétrico de módulo constante E é produzido na região interna a duas placas idênticas muito grandes, carregadas com cargas de sinais contrários, que são mantidas paralelas e separadas por uma pequena distância d, como mostra a figura.

a) Desenhe na figura as linhas do campo elétrico existente entre as placas.



Sendo as duas placas muito grandes e estando muito próximas, então as linhas do campo serão retas paralelas, igualmente espaçadas e apontando ortogonalmente da placa positiva para a negativa, como é mostrado na figura acima.

b) Assumindo que o valor do potencial elétrico é nulo na placa carregada positivamente, escreva a expressão para o potencial elétrico em um ponto que se encontra entre as duas placas e a uma distância y da placa positiva.

Lembrando que o módulo do campo está relacionado com a variação do potencial elétrico entre dois pontos pela expressão $E = \Delta V/\Delta y$ então podemos escrever que $\Delta V = V(y)\text{-}V(0) = -E\,\Delta y = -E(y\text{-}0)$ e dessa forma concluir que teremos $V(y) = -E\,y$ ao assumirmos que $V(0) = 0$.

c) Desenhe na figura as superfícies equipotenciais geradas pela distribuição de cargas nas placas com $V_1 = -Ed/3$ e $V_2 = -2Ed/3$.

Em vista dos resultados que obtivemos no ítem anterior, concluimos que o potencial terá um valor constante quando a distância y para a placa positiva se mantiver constante. Isto indica que as superfícies equipotenciais serão planos paralelos às placas. Sendo assim, representamos em azul na figura acima a posição destes planos para o caso em que tivermos $V = V_1 = -Ed/3$ e $V = V_2 = -2Ed/3$.

d) Se um elétron for colocado em repouso a uma distância intermediária $y = d/2$ entre as duas placas, qual será a direção de seu movimento? Qual será a velocidade máxima $v_{máx}$ do elétron?

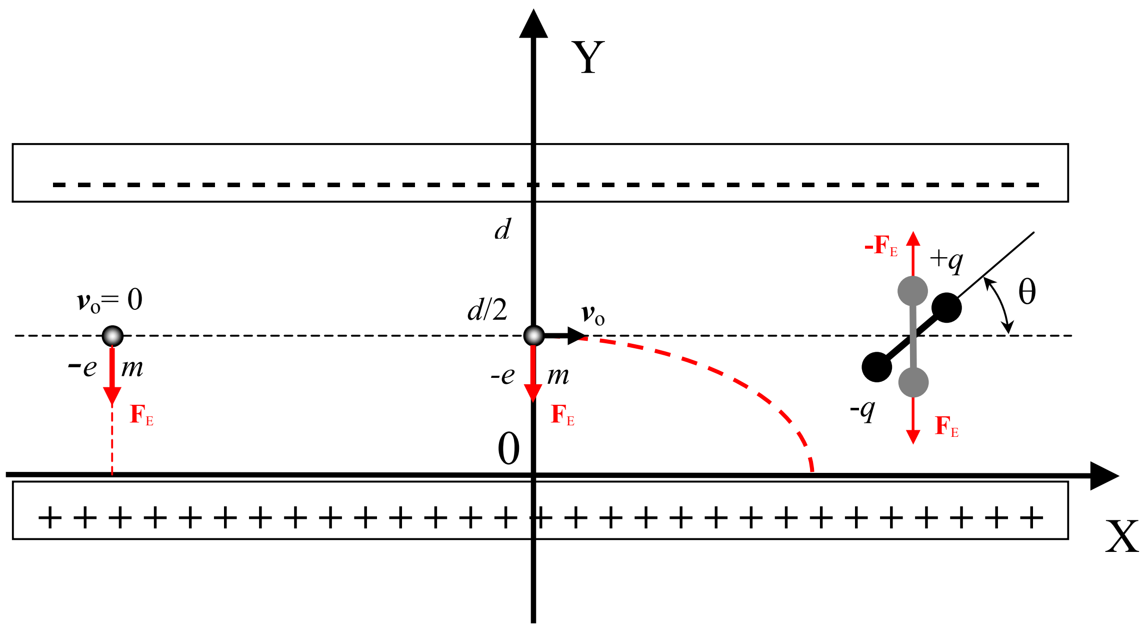
Ao ser solto com velocidade nula de uma posição intermediária entre as duas placas, o elétron ficará sob a ação da força elétrica devido à sua interação com o campo elétrico criado pelas placas, cujo módulo é dado por $F_E = eE$. Sendo ele uma partícula com carga $-e$ esta força, que aponta na direção das linhas de campo, o atrairá para a placa positiva, portanto podemos dizer que ele *cairá* verticalmente em direção à placa positiva. Como a força elétrica é constante, então a aceleração que sofrerá o elétron, dada por $a = F_E/m = eE/m$, também o será. Com isso o seu movimento em direção à placa positiva será uniformemente acelerado e a sua velocidade, como função de sua posição vertical y, dada por $v_y^2 = 2a(y_o - y)$. Esta velocidade assumirá o seu valor máximo quando o elétron colidir com a placa, ou seja, quando $y = 0$. Como $y_o = d/2$, então tiramos que o valor máximo da velocidade será dado por $v_{máx} = (eEd/m)^{1/2}$.

e) Considere agora que o elétron seja lançado da mesma distância intermediária $y = d/2$ com velocidade inicial v_o paralela às placas. Qual será a velocidade máxima $v_{máx}$ do elétron neste caso? Qual será a forma da trajetória seguida pelo elétron? Existe um outro exemplo de situação física análoga a esta, do ponto de vista do movimento, que você já tenha visto antes?

Nesta nova situação o movimento do elétron entre as placas será idêntico ao de um objeto lancado próximo à superfície da Terra. Do ponto de vista do eixo Y ele continuará *caindo* uniformemente acelerado em direção à placa positica e do ponto de vista do eixo X o seu movimento continuará sendo retilíneo e uniforme, com a componente da velocidade constante $v_x = v_o$. A composição destas duas componentes resulta em um movimento ao longo de uma trajétoria parabólica, como o de uma pedra lançada horizontalmente próximo a superfície da Terra. Neste caso como o módulo da velocidade do elétron em qualquer ponto é dada por $v = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2}$, então a sua velocidade máxima, atingida quando o elétron colidir com a placa positiva, será $v_{máx} = (v_o^2 + eEd/m)^{1/2}$.

f) Se um dipolo elétrico, formado por duas cargas $+q$ e $-q$ mantidas separadas por uma pequena distância, for colocado entre as duas placas com a linha que une as cargas formando um angulo θ diferente de zero com as placas, qual será o seu movimento?

Sendo as duas cargas de mesmo módulo e de naturezas contrárias então as forças em cada uma delas terão os mesmos módulos $F_E = qE$ e sentidos opostos. Com isso a força resultante no dipolo será nula e não observaremos nenhum movimento de translação do dipolo. Contudo, em vista do fato da linha de base do dipolo não ser paralela ao campo elétrico, as linhas de ação das duas forças serão diferentes, o que resultará num movimento de rotação do dipolo no sentido de se alinhar com o campo elétrico. Contudo, ao atingir este alinhamento o dipolo terá aquirido uma energia cinética de rotação que o fará passar dessa situação, o que fará com que as forças elétricas voltem a atuar para restaurar a situação de alinhamento. A repetição deste processo resultará num movimento oscilatório do dipolo em relação à direção do campo elétrico.



Exercício 2

A figura abaixo mostra uma esfera condutora de raio R que se encontra inicialmente descarregada e eletricamente isolada.

a) Esboce o que acontece com a distribuição de cargas na esfera quando uma barra com uma carga $+q$ é colocada próxima dela.

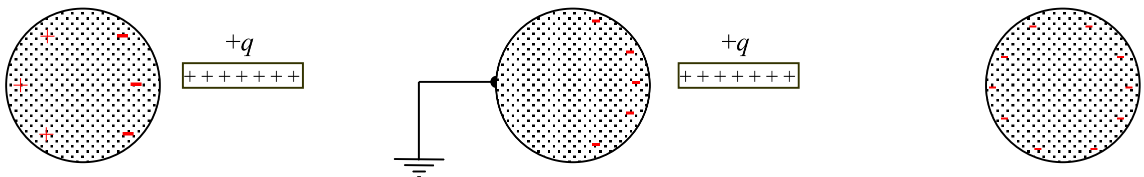
Sendo a esfera condutora, as cargas nela terão liberdade de movimento. Como inicialmente ela se encontra neutralizada, ao aproximar a barra positivamente carregada dela observaremos uma concentração de cargas negativas em sua região mais próxima da barra e uma concentração de cargas positivas na região diametralmente oposta, como mostra a figura.

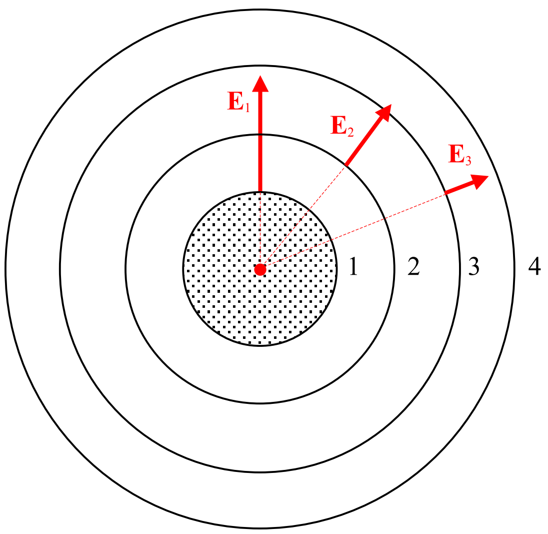
b) Quanto vale o módulo E do campo elétrico no interior da esfera antes e depois da aproximação da barra?

Antes o campo é nulo ($E = 0$) pois a esfera não possui excesso de cargas e não existe nenhuma outra distribuição de cargas nas proximidades. Com a barra já próxima à esfera, e após decorrido um curto intervalo de tempo durante o qual as cargas de naturezas contrárias se redistribuem na esfera condutora, o campo elétrico resultante volta a ser zero ($E = 0$), já que o campo criado pelas cargas da barra é anulado por aquele criado pela distribuição de cargas na esfera.

c) Lembrando que o módulo do campo elétrico E está relacionado com a diferença de potencial ΔV entre dois pontos muitos próximos e separados por uma pequena distância Δr pela relação $E = \Delta V/\Delta r$, o que você pode dizer sobre o comportamento do potencial elétrico no interior da esfera antes e depois da aproximação da barra?

Sendo, em ambos os casos, $E = 0$, então $\Delta V = E\ \Delta r = 0$, o que implica em dizer que o potencial elétrico ao longo de todo o volume da esfera terá um valor constante V_o .





k	V_k (volts)
1	10,00
2	5,71
3	3,77
4	3,01

Suponha agora que, ainda mantendo a barra próxima à esfera, é feito um aterramento da esfera com o uso de um fio condutor, o qual é removido logo a seguir. Considerando esta nova situação:

d) esboce o que acontece com a distribuição de cargas na esfera;

Ao aterrar a esfera condutora, as suas cargas positivas, repelidas pela ação do campo elétrico criado pelas cargas da barra, tendem a escapar para a Terra, permanecendo apenas na esfera as cargas negativas, as quais se encontram atraídas pelo campo elétrico da barra. Contudo, apesar de permanecerem localizadas na região da esfera próxima da barra, estas cargas negativas tendem a sofrer uma ligeira redistribuição pela superfície da esfera, a qual é originada pela ausência das cargas positivas que escaparam.

e) determine quanto vale o módulo E do campo elétrico no interior da esfera;

O campo elétrico permanece com o valor nulo no interior da esfera ($E = 0$). Desta vez a razão deste resultado é a redistribuição das cargas negativas na esfera ocorrida com a ausência das cargas positivas que escaparam para a Terra.

f) obtenha o comportamento do potencial elétrico V no interior da esfera.

Em virtude do resultado encontrado no ítem anterior e da discussão que fizemos antes, podemos concluir que ainda teremos $V = \text{cte.}$ no interior da esfera.

Por fim, após a remoção do aterramento, a barra carregada é afastada da esfera condutora que se encontra de novo eletricamente isolada. Considerando esta última situação:

g) esboce o que acontece com a distribuição de cargas na esfera;

Na ausência do campo elétrico da barra, as cargas negativas na esfera condutora, em virtude da liberdade de movimento e da ação da força repulsiva entre elas, tenderão a se afastar ao máximo, o que acontecerá quando se deslocarem para a superfície da esfera e se distribuirem uniformemente.

h) determine quanto vale o módulo E do campo elétrico no interior da esfera;

Ainda neste caso encontraremos $E = 0$. Desta vez a razão é a distribuição das cargas pela superfície da esfera que faz com que o campo resultante em qualquer ponto interno seja nulo ao somarmos as contribuições para ele devido a todas as cargas distribuídas pela superfície.

i) obtenha o comportamento do potencial elétrico V no interior da esfera.

Por tudo o que concluimos nos itens anteriores, também neste caso, teremos $V = \text{cte.}$ no interior da esfera, tendo em vista que $E = 0$.

j) Explique como você pode conciliar as suas conclusões sobre o campo elétrico e sobre o potencial elétrico no interior da esfera condutora nas três situações apresentadas acima.

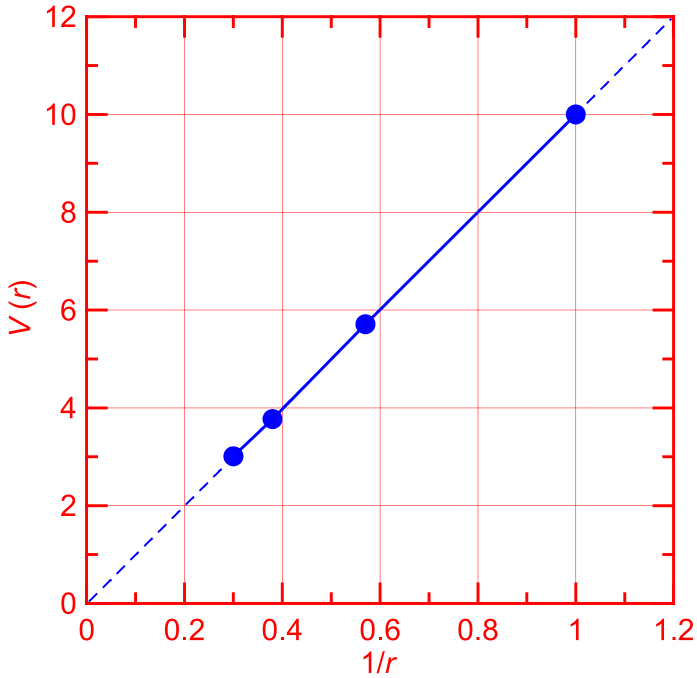
Em todos estes casos o campo elétrico permanece nulo no interior da esfera condutora graças às redistribuições das cargas elétricas por sua superfície, as quais só são possiveis devido a liberdade de movimento delas pelo volume do corpo condutor.

Um mapeamento do comportamento do potencial elétrico V em função da distância r ao centro da esfera nesta última situação resulta na determinação das superfícies equipotenciais apresentadas abaixo.

k) Fazendo uso de uma régua para medir a distância r de cada equipotencial ao centro da esfera, faça uma tabela de valores de $V(r)$ versus r e com o uso desta tabela, faça um gráfico de $V(r)$ em função de $1/r$.

k	V_k (V)	r_k (cm)	$1/r_k$ (cm^{-1})	ΔV_k (V)	Δr_k (cm)	E_k (V/cm)
1	10,00	1,00	1,00	4,29	0,75	5,72
2	5,71	1,75	0,57	1,94	0,90	2,16
3	3,77	2,65	0,38	0,76	0,70	1,09
4	3,01	3,35	0,30	---	---	---

l) Em vista dos resultados encontrados no gráfico que você desenhou, escreva a expressão que deve traduzir o comportamento do potencial elétrico *V(r)* para pontos internos e externos a esfera.



Pelo que pudemos concluir dos ítens anteriores e pelo comportamento apresentado pelo gráfico acima, podemos concluir que devemos ter $V(r)$ = 10 volts para para pontos internos à esfera e $V(r)$ = cte./r para pontos externos à esfera.

m) Lembrando, novamente, que o módulo E do campo elétrico está relacionado com a diferença de potencial ΔV entre dois pontos muitos próximos e separados por uma distância Δr pela relação $E = \Delta V/\Delta r$, faça uma estimativa do valor do módulo *E(r)* do campo elétrico nas três primeiras equipotenciais e indique na figura qual deve ser a sua direção e sentido.

A tabela anterior apresenta o resultado do cálculo aproximado para o valor do módulo do campo elétrico E (r) nas três primeiras equipotenciais. A sua direção radial e o seu sentido para fora das superfícies equipotenciais são mostrados na figura anterior.