



Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro  
Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

## Matemática Básica 2009/1 – EP1 - Gabarito

Queridos Alunos. Esperamos que vocês tenham tentado bastante antes de recorrerem a este gabarito. Gostaríamos muito que ele estivesse sendo usado apenas para que vocês conferissem os resultados e vissem o nosso estilo de “escrever matemática”. Sim, isso é muito importante! A Matemática tem estilo. Pode ser muito elegante! É importante saber qual o estilo que está sendo seguido. Também esperamos que vocês não tenham esperado que os tutores resolvessem todos os exercícios. Mantenham esse ritmo de estudos. Nós estaremos aqui para dar este ritmo e este tom. Na próxima semana já teremos a primeira atividade eletrônica. Fiquem atentos!

*Coordenadores da disciplina*

Ion Moutinho

Maria Helena Mello

**Questão 1:** Lembrando que podemos fazer conversões como  $1 = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \frac{9}{9}$  e etc., efetue as seguintes soma de cabeça (mas, depois desenvolva as contas por escrito para confirmar a resposta).

a)  $1 + \frac{3}{8}$ ;                      b)  $1 + \frac{5}{6}$ ;                      c)  $1 + \frac{1}{7}$ .

**Solução:**

a)  $1 + \frac{3}{8} = \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = \frac{11}{8}$ .

b)  $1 + \frac{5}{6} = \frac{6}{6} + \frac{5}{6} = \frac{11}{6}$ .

c)  $1 + \frac{1}{7} = \frac{7}{7} + \frac{1}{7} = \frac{8}{7}$ .

**Questão 2:** Dados números  $a$ ,  $b$  e  $c$  quaisquer, a propriedade associativa da soma diz que  $(a + b) + c = a + (b + c)$  e a propriedade comutativa da soma diz que  $a + b = b + a$ .

Utilizando as propriedades associativa e comutativa, efetue as seguintes somas de cabeça (mas, depois desenvolva as contas por escrito para confirmar a resposta).

$$\text{a) } \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{4}, \quad \text{b) } \frac{4}{6} + \left(\frac{2}{6} + \frac{1}{4}\right), \quad \text{c) } \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{5}, \quad \text{d) } \frac{1}{3} + \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{3}\right).$$

**Solução:**

$$\text{a) } \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{4} = \frac{1}{5} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{5} + 1 = \frac{1}{5} + \frac{5}{5} = \frac{6}{5}.$$

$$\text{b) } \frac{4}{6} + \left(\frac{2}{6} + \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{4}{6} + \frac{2}{6}\right) + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}.$$

$$\text{c) } \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{5} = \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right) + \frac{1}{5} = \frac{2}{3} + \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{5}\right) = \frac{5}{3}.$$

$$\text{d) } \frac{1}{3} + \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{7}\right) = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) + \frac{5}{7} = \frac{12}{7}.$$

**Questão 3:** A propriedade distributiva diz que  $a(b + c) = ab + ac$  para quaisquer números  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Use a propriedade distributiva e a definição de potência para calcular mais facilmente o valor da expressão  $-3^5 + 5 \cdot 3^4 - 2 \cdot 3^3 + 12 \cdot 3^2$ .

$$\begin{aligned} \text{Solução: } -3^5 + 5 \cdot 3^4 - 2 \cdot 3^3 + 12 \cdot 3^2 &= -9 \cdot 3^3 + 15 \cdot 3^3 - 2 \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^3 = \\ &= (-9 + 15 - 2 + 4)3^3 = 8 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216. \end{aligned}$$

Observação: O método usado para realizar este cálculo pode facilmente ser utilizado para realizar a conta de cabeça. Experimente!

**Questão 4:** Calcule o valor das seguintes expressões.

$$\text{a) } \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(2 + 1), \quad \text{b) } 3 : \frac{2}{3}, \quad \text{c) } 5 \cdot \frac{3}{5}, \quad \text{d) } \frac{2}{3} : 3,$$

$$\text{e) } \frac{3}{11} - \frac{3}{11} \left( \frac{23}{4} - \frac{23}{4} \right), \quad \text{f) } \frac{3}{5} - 2 \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$$

**Solução:**

$$\text{a) } \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(2 + 1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\text{b) } 3 : \frac{2}{3} = 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$c) 5 \cdot \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 3}{5} = \frac{3}{1} = 3$$

$$d) \frac{2}{3} : 3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

$$e) \frac{3}{11} - \frac{3}{11} \left( \frac{23}{4} - \frac{23}{4} \right) = \frac{3}{11} - \frac{3}{11} \cdot 0 = \frac{3}{11} - 0 = \frac{3}{11}$$

$$f) \frac{3}{5} - 2 \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) = \frac{3}{5} - 2 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{5} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Observação: o item (f) pode ser resolvido diretamente, sem uso de propriedades operacionais, por

$$\frac{3}{5} - 2 \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) = \frac{3}{5} - 2 \left( \frac{5}{15} - \frac{3}{15} \right) = \frac{3}{5} - 2 \frac{2}{15} = \frac{9}{15} - \frac{4}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

Mas, resoluções através de propriedades às vezes podem tornar os cálculos mais simples.

**Questão 5:** Efetue e coloque sua resposta na forma de fração.

$$a) 2,34 + 3,14 \qquad b) 5,8 \times 4,2 \qquad c) 9,6 \div 0,3$$

**Solução:**

$$a) 2,34 + 3,14 = 5,48 = \frac{548}{100}$$

$$b) 5,8 \times 4,2 = 24,36 = \frac{2436}{100}$$

$$c) 9,6 \div 0,3 = 32 = \frac{32}{1}$$

**Questão 6:** Para os mesmos itens do exercício acima, primeiro transforme os números em frações decimais e depois efetue as operações. Compare os resultados com os da questão anterior. Qual dos exercícios é mais fácil para você, este ou o anterior?

**Solução:**

$$a) 2,34 + 3,14 = \frac{234}{100} + \frac{314}{100} = \frac{548}{100}$$

$$\text{b) } 5,8 \times 4,2 = \frac{58}{10} \times \frac{42}{10} = \frac{2436}{100}$$

$$\text{c) } 9,6 \div 0,3 = \frac{96}{10} \div \frac{3}{10} = \frac{96}{10} \cdot \frac{10}{3} = \frac{32}{1}$$

**Questão 7:** Resolva a equação.

$$\text{a) } 0,4x = 2,2$$

$$\text{b) } 5,5x = 0,01$$

**Solução:**

$$\text{a) } 0,4x = 2,2 \Rightarrow \frac{4}{10}x = \frac{22}{10} \Rightarrow 4x = 22 \Rightarrow x = \frac{22}{4} = \frac{11}{2} = 5,5$$

$$\text{b) } 5,5x = 0,01 \Rightarrow \frac{55}{10}x = \frac{1}{100} \Rightarrow x = \frac{1}{550}$$

**Questão 8:** A noção de *porcentagem* é simplesmente um tipo especial de fração, mais precisamente, representa uma fração cujo denominador é 100. Assim,  $n$  por cento, ou  $n$

%, representa a fração  $\frac{n}{100}$ . Resolva os itens a seguir.

a) Represente a porcentagem dada em forma de fração simplificada.

i) 25%

ii) 30%

iii) 50%

iv) 75%

v) 44%

vi) 10%

vii) 1,1%

viii) 2,2%

b) Transforme o número dado para a notação de porcentagem.

i)  $\frac{1}{2}$

ii)  $\frac{3}{4}$

iii)  $\frac{3}{5}$

iv)  $\frac{14}{20}$

v) 1

vi) 2

vii)  $\frac{2}{1000}$

viii) 1,1

iv) 0,001

c) Calcule:

i) 50% de 20

ii) 150% de 20

iii) 25% de 16

iv) 30% de  $\frac{80}{9}$

v) 10% de 1,1

vi) 0,1% de 1200

d) Determine  $x$  sabendo que:

$$\text{i) } 10\% \text{ de } x \text{ é } 15 \quad \text{ii) } 200\% \text{ de } x \text{ é } 30 \quad \text{iii) } 60\% \text{ de } x \text{ é } \frac{9}{5} \quad \text{iv) } 12\% \text{ de } x \text{ é } 2,4$$

**Solução:**

a)

$$\text{i) } 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$\text{ii) } 30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$\text{iii) } 50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$\text{iv) } 75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$\text{v) } 44\% = \frac{44}{100} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25}$$

$$\text{vi) } 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$\text{vii) } 1,1\% = \frac{1,1}{100} = \frac{\frac{11}{10}}{100} = \frac{11}{1000}$$

$$\text{viii) } 2,2\% = \frac{2,2}{100} = \frac{\frac{22}{10}}{100} = \frac{\frac{11}{5}}{100} = \frac{11}{500}$$

b)

$$\text{i) } \frac{1}{2} = \frac{1.50}{2.50} = \frac{50}{100} = 50\%$$

$$\text{ii) } \frac{3}{4} = \frac{3.25}{4.25} = \frac{75}{100} = 75\%$$

$$\text{iii) } \frac{3}{5} = \frac{3.20}{5.20} = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$\text{iv) } \frac{14}{20} = \frac{14.5}{20.5} = \frac{70}{100} = 70\%$$

$$\text{v) } 1 = \frac{1}{1} = \frac{100}{100} = 100\%$$

$$\text{vi) } 2 = \frac{2}{1} = \frac{2.100}{1.100} = \frac{200}{100} = 200\%$$

$$\text{vii)} \frac{2}{1000} = \frac{0,2}{100} = 0,2\%$$

$$\text{viii)} 1,1 = \frac{11}{10} = \frac{110}{100} = 110\%$$

$$\text{iv)} 0,001 = \frac{0,1}{100} = 0,1\%$$

c)

$$\text{i)} 50\% \text{ de } 20 = 50\% \cdot 20 = \frac{50}{100} \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10$$

$$\text{ii)} 150\% \text{ de } 20 = 150\% \cdot 20 = \frac{150}{100} \cdot 20 = \frac{15}{10} \cdot 20 = \frac{15 \cdot 20}{10} = 15 \cdot 2 = 30$$

$$\text{iii)} 25\% \text{ de } 16 = 25\% \cdot 16 = \frac{25}{100} \cdot 16 = \frac{1}{4} \cdot 16 = \frac{16}{4} = 4$$

$$\text{iv)} 30\% \text{ de } \frac{80}{9} = 30\% \cdot \frac{80}{9} = \frac{30}{100} \cdot \frac{80}{9} = \frac{3}{10} \cdot \frac{80}{9} = \frac{8}{3}$$

$$\text{v)} 10\% \text{ de } 1,1 = 10\% \cdot 1,1 = \frac{10}{100} \cdot \frac{11}{10} = 0,11$$

$$\text{vi)} 0,1\% \text{ de } 1200 = 0,1\% \cdot 1200 = \frac{0,1}{100} \cdot 1200 = \frac{1}{1000} \cdot 1200 = 1,2$$

d)

$$\text{i)} 10\% \text{ de } x \text{ é } 15 \Leftrightarrow \frac{1}{10} \cdot x = 15 \Leftrightarrow x = 15 \cdot 10 \Leftrightarrow x = 150$$

$$\text{ii)} 200\% \text{ de } x \text{ é } 30 \Leftrightarrow 2x = 30 \Leftrightarrow x = 15$$

$$\text{iii)} 60\% \text{ de } x \text{ é } \frac{9}{5} \Leftrightarrow \frac{3}{5} x = \frac{9}{5} \Leftrightarrow x = 3$$

$$\text{iv)} 12\% \text{ de } x \text{ é } 2,4 \Leftrightarrow \frac{12}{100} x = \frac{24}{10} \Leftrightarrow x = 20$$

**Questão 9:** Efetue.

$$\text{a)} \frac{6}{5} - 4,2$$

$$\text{b)} 1,2 + \frac{1}{3}$$

$$\text{c)} \frac{4}{5} \times 10\% \times 2,8$$

$$\text{d)} 32\% \cdot \frac{0,02}{1,2}$$

**Solução:**

$$\text{a)} \frac{6}{5} - 4,2 = \frac{6}{5} - \frac{42}{10} = \frac{12 - 42}{10} = \frac{-30}{10} = -3$$

Podemos realizar a conta usando notação decimal:

$$\frac{6}{5} - 4,2 = 1,2 - 4,2 = -3$$

$$b) 1,2 + \frac{1}{3} = \frac{12}{10} + \frac{1}{3} = \frac{36 + 10}{30} = \frac{46}{30}$$

Note que neste item não podemos realizar as contas através de notação decimal, pois não sabemos operar com dízimas periódicas. Este é um fato que você deve sempre considerar. Está errado fazer a conta por aproximação, como, por exemplo,

$$1,2 + \frac{1}{3} = 1,2 + 0,33333... \approx 1,2 + 0,3 = 1,5.$$

Somente em problemas práticos, em calculadoras, ou situações parecidas, podemos considerar contas por aproximação.

$$c) \frac{4}{5} \times 10\% \times 2,8 = \frac{4}{5} \times \frac{10}{100} \times \frac{28}{10} = \frac{28}{125}$$

Se quiser colocar a resposta em notação decimal, podemos fazer as contas da seguinte maneira

$$\frac{4}{5} \times 10\% \times 2,8 = \frac{4}{5} \times \frac{10}{100} \times \frac{28}{10} = \frac{8}{10} \times \frac{28}{100} = \frac{224}{1000} = 0,224.$$

$$d) 32\% \cdot \frac{0,02}{1,2} = \frac{32}{100} \cdot \frac{\frac{2}{100}}{\frac{12}{10}} = \frac{32}{100} \cdot \frac{2}{100} \cdot \frac{10}{12} = \frac{16}{100} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{3} = 0,005333...$$

**Questão 10:** Uma família formada pela mãe e 3 filhos recebeu uma herança de 48 mil reais. Sabendo que a mãe deve ficar com metade da herança e o restante deve ser dividido igualmente, quanto deve receber cada filho?

**Solução:** Uma forma simples de resolver esta questão é descartar a parte da mãe, 24 mil, e dividir o restante, que é 24 mil, por 3. Assim,  $24:3 = 8$ , donde concluímos que cada filho fica com 8 mil reais.

Uma outra forma de resolver, que funciona bem em situações mais gerais, é traduzir a repartição da herança matematicamente. O texto diz que cada filho fica com  $1/3$  da metade de 24 mil. Assim cada filho fica com:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 24000 = \frac{24000}{3 \cdot 2} = 8000.$$

Até a próxima semana!