Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

Primeira Avaliação a Distância de Álgebra Linear I - 13/03/2008

Gabarito

1ª Questão. (2,0 pts) (a) Determine a inversa de $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

(b) Use a inversa da matriz, do item (a), para resolver o sistema

$$\begin{cases} 3x + 4y = 3 \\ 5x + 6y = 7 \end{cases}.$$

Solução. (a) Temos que det A=-2$\neq 0$. Portanto, A é inversível e

$$A^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5/2 & -3/2 \end{pmatrix}.$$

(b) Esse sistema é equivalente a Av = b, de modo que

$$v = A^{-1}b = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5/2 & -3/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 5 \text{ e } y = -3.$$

2ª Questão. (2,0 pts) Para qual valor de k será o vetor u = (1, -2, k) em $\Re^3$ uma combinação linear dos vetores v = (3, 0, -2) e w = (2, -1, -5)?

Solução. Faça u = a(3, 0, -2) + b(2, -1, -5) = (3.a + 2b, -b, -2.a -5b)

Forme o sistema:

$$\begin{cases} 3a + 2b = 1 \\ -b = -2 \\ -2a - 5b = k \end{cases}$$

Pelas duas primeiras equações, a = -1 e b = 2. Substitua na última equação para obter k = -8.

3ª Questão. (2,0 pts)

(a) Se A é uma matriz simétrica, calcule A – A^T.

Supondo A uma matriz simétrica, A = A^T. Então, A – A^T é uma matriz nula.

(b) Se A é uma matriz diagonal, calcule A^T.

Se A é uma matriz diagonal ela é simétrica. Logo, pelo exercício anterior A^T = A.

4ª Questão.(2,0pts) Verifique se o subconjunto $S = \{(x, y, z) \in \Re^3 / x = 0 \text{ e } y = |z|\}$ é um subespaço vetorial do $\Re^3$. Justifique sua resposta.

Solução. Observe que os vetores (0,2,2) e (0,2,-2) são elementos de S. No entanto a adição destes vetores nos fornece o vetor (0,4,0), que não é um elemento de S. Logo a adição não é fechada em S, o que implica que S não é um subespaço vetorial do $\Re^3$.

5ª Questão.(2,0pts) Mostre que os vetores $u=(2,1)$ e $v=(1,1)$ geram o $\Re^2$.

Solução. Seja (x,y) um vetor qualquer do $\Re^2$.

Observe que (x,y) = (x-y)(2,1) + (2y-x)(1,1). Ou seja, qualquer vetor do $\Re^2$ é combinação linear dos vetores dados. Logo, os vetores u e v geram o $\Re^2$.