Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

Geometria Básica – EP03 – Tutor

Prezado(a) aluno(a),

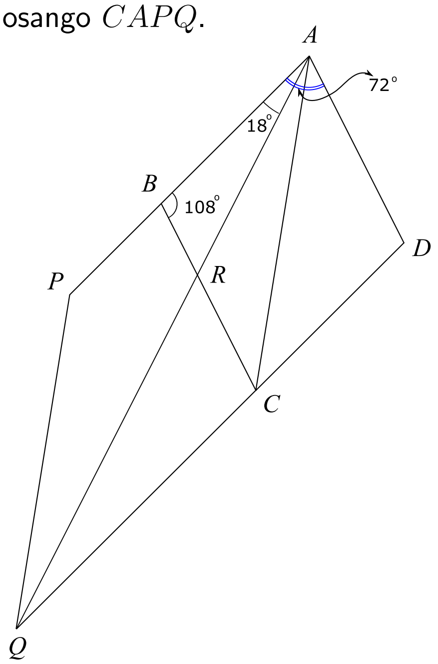
o conteúdo desta semana referente a EP03, você encontra nos seguintes capítulos do livro de Geometria Básica - Módulo 1 - Volume 1,(autores: Arnaut, R.G.T. e Pesco, D.U.),

Aula 4: Ângulos em uma Circunferência;
Aula 5: Quadriláteros Notáveis.

Você também pode encontrar o conteúdo dessas aulas na Plataforma, na seção Material Impresso.

Exercício 1: $ABCD$ é um losango no qual o ângulo $\hat{B}$ mede $108°$ e $CAPQ$ um outro losango cujo vértice P está no prolongamento de AB (no sentido de A para B). Determine o menor ângulo formado por $\overline{AQ}$ e $\overline{BC}$.

Solução:
Seja $ABCD$ um losango, $m(\hat{B}) = 108°$ e $CAPQ$ outro losango cujo vértice P está no prolongamento de AB. Seja AQ a diagonal do losango $CAPQ$.



Temos que

$$B\hat{A}D = 180° - 108° = 72°$$

$B\hat{A}C = \dfrac{72°}{2} = 36°$, já que AC é diagonal do losango $ABCD$.

Como AQ é diagonal do losango $CAPQ$, temos que $B\hat{A}Q = \dfrac{36°}{2} = 18°$.

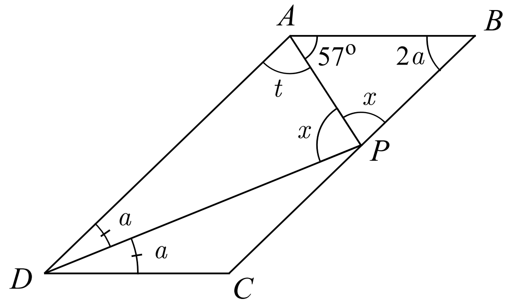
Denomine a interseção de BC com AQ de R, então $B\hat{R}A = 180° - 18° - 108° = 54°$

Logo o menor ângulo pedido é $54°$.

Exercício 2: Num paralelogramo $ABCD$, a bissetriz interna de D intercepta o lado BC em P e a bissetriz de $B\hat{P}D$ contem A. Sabendo-se que a medida do ângulo $P\hat{A}B$ vale $57°$, determine a medida do ângulo $\hat{A}$.

Solução: Seja o paralelogramo $ABCD$, a bissetriz interna de D intercepta o lado BC em P e a bissetriz de $B\hat{P}D$ contem A.

Seja m$(P\hat{A}B) = 57°$



Denomine m$(C\hat{D}P) = a$ e m$(A\hat{P}D) = x$. Temos que $A\hat{B}P = 2a$ (Propriedade de paralelogramo: os ângulos opostos são iguais).

$$57° + x + 2a = 180° \Rightarrow x + 2a = 123 \qquad (1)$$

Denomine $D\hat{A}P = t \Rightarrow 2a + t + 57° = 180°$ (soma dos ângulos consecutivos é $180°$).
Então

$$2a + t = 123° \qquad (2)$$

De (1) e (2), vem: $x = t \qquad (3)$

Do ΔDCP vem:

$$57° + t + a + 180° - 2x = 180° \qquad (4)$$

Substituindo (3) em (4) vem:

$$57 + x + a + 180 - 2x = 180 \Rightarrow a - x = -57 \Rightarrow x = a + 57 \qquad (5)$$

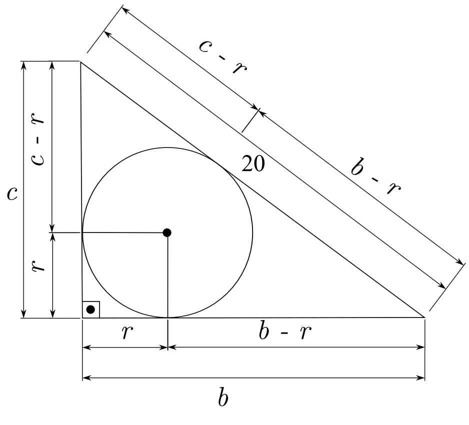
Substituindo (5) em (1) vem:

$$a + 57 + 2a = 123 \Rightarrow 3a = 66 \Rightarrow a = 22$$

m$(\hat{A}) = t + 57° = x + 57° = 22° + 57° + 57° = 136°$.

Exercício 3: Determine o raio do círculo inscrito num triângulo retângulo de semiperímetro 24 cm e hipotenusa 20 cm.

Solução: Seja o triângulo retângulo de semiperímetro 24 cm, hipotenusa 20 cm, catetos b e c e raio do círculo inscrito r.



Temos que $\quad b - r + c - r = 20 \quad (1)$

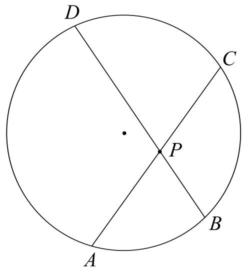
Temos que $\quad \dfrac{a+b+c}{2} = 24 \quad$ e $\quad a = 20 \quad \Rightarrow \quad b + c = 28 \quad (2)$

Substituindo (2) em (1) vem:

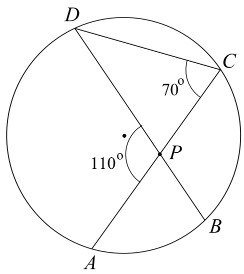
$$28 - 2r = 20 \quad \Rightarrow \quad 2r = 8 \quad \Rightarrow \quad r = 4$$

Logo o raio do círculo inscrito é 4 cm.

Exercício 4: Na figura, a medida do ângulo $A\hat{C}D$ mede $70°$ e a medida do ângulo $A\hat{P}D$ mede $110°$. Determine a medida do ângulo $B\hat{A}C$.



Solução: Considere a figura dada.



Por hipótese

$$A\hat{C}D = 70° \qquad (1) \quad \text{e} \quad A\hat{P}D = 110° \qquad (2)$$

Temos que $A\hat{C}D = \dfrac{\overset{\frown}{AD}}{2}$ (ângulo inscrito). Substituindo (1) vem:

$$\overset{\frown}{AD} = 2A\hat{C}D = 2 \cdot 70° = 140° \qquad (3)$$

O ângulo $A\hat{P}D$ é o ângulo excêntrico interno, então

$$A\hat{P}D = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}}{2} \qquad (4)$$

Substituindo (2) e (3) em (4) vem:

$$110° = \frac{140° + \overset{\frown}{BC}}{2} \quad \Rightarrow \quad \overset{\frown}{BC} = 220° - 140° = 80°$$

$$B\hat{A}C = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2} \quad (\text{ ângulo inscrito})$$

$$B\hat{A}C = \frac{80°}{2} = 40°$$

Logo $m(B\hat{A}C) = 40°$.