Álgebra Linear I

Resolução dos Exercícios Programados 2 – EP2

1ª Questão: Seja $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ e seja $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$. Verifique que $CA = I_2$. A é inversível? Justifique.

Solução.

Se A fosse inversível, a equação $CA = I_2$ implicaria $CAA^{-1} = I_2 A^{-1}$ e $C = A^{-1}$ e, neste caso, AC seria I_3. Isso não é verdade, pois $AC = \begin{bmatrix} 7 & 6 & -3 \\ -4 & -3 & 2 \\ 6 & 6 & -2 \end{bmatrix}$.

2ª Questão. Mostre que as matrizes $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} -11 & 2 & 2 \\ -4 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ são inversíveis e que são inversas uma da outra.

Solução. Ambas possuem determinantes iguais à $1 \neq 0$, logo são inversíveis.

E como $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -11 & 2 & 2 \\ -4 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11+0+12 & 2+0-2 & 2+0-2 \\ -22+4+18 & 4+0-3 & 4-1-3 \\ -44-4+48 & 8+0-8 & 8+1-8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, uma é inversa da outra.

3ª Questão: (1,5 pts) Determine $a \in \Re$ de modo que o determinante do produto (A.B) das matrizes A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} 2a & -a \\ a & a \end{bmatrix}$ seja igual à 8.

Solução:

A.B = $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2a & -a \\ a & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5a & -a \\ 3a & 3a \end{bmatrix}$.

Logo, det(A.B)= 15 a^2 + 3 a^2 = 8 , o que implica $a = \pm \frac{2}{3}$.