Consórcio cederj
Fundação CECIERJ
Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

Geometria Básica – EP04 – Tutor

Prezado(a) aluno(a),

o conteúdo desta semana referente a EP04, você encontra nos seguintes capítulos do livro de Geometria Básica - Módulo 1 - Volume 1,(autores: Arnaut, R.G.T. e Pesco, D.U.),

Aula 6: Pontos Notáveis de um Triângulo;
Aula 7: Complementos.

Você também pode encontrar o conteúdo dessas aulas na Plataforma, na seção Material Impresso.

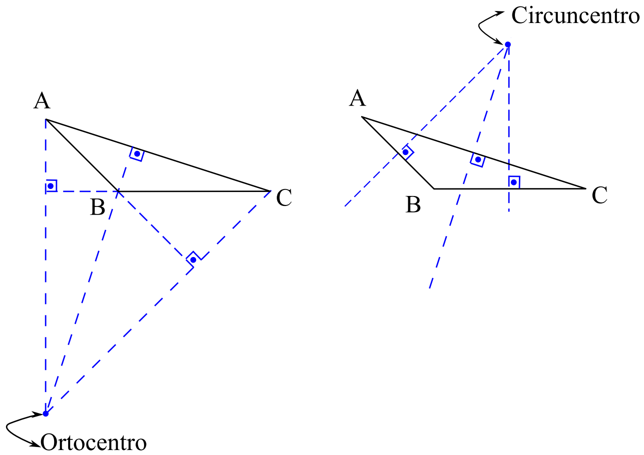
Exercício 1: Considerando os quatro pontos notáveis de um triângulo,

a) Quais os que podem ser externos ao triângulo?

b) Qual o que pode ser ponto médio de um lado?

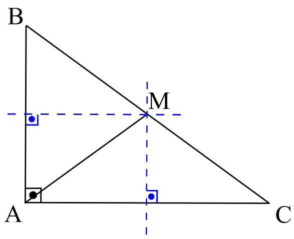
c) Qual o que pode ser vértice de um triângulo?

Solução:
a) Considere um triângulo obtusângulo e vamos achar o ortocentro e o circuncentro.



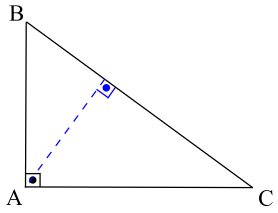
Note que neste caso o ortocentro e o circuncentro são externos ao ΔABC.

b) Considere um triângulo retângulo ABC sendo $\hat{A} = 90°$. Seja M o ponto médio de BC.



Temos que $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ (No triângulo retângulo a mediana relativa à hipotenusa é a metade da hipotenusa). Daí M é o circuncentro.

c) Considere um triângulo retângulo ABC com $\hat{A} = 90°$. Vamos achar o ortocentro.



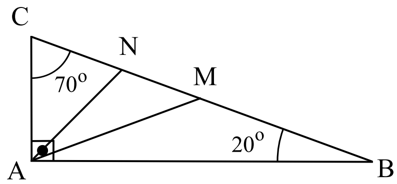
Temos que A é o ortocentro que é um dos vértices do triângulo.

Exercício 2: A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 20 cm e um dos ângulos $20°$.

a) Qual a medida da mediana relativa à hipotenusa?

b) Qual a medida do ângulo formado por essa mediana e pela bissetriz do ângulo reto?

Solução:
Seja o triângulo retângulo cuja hipotenusa mede 20 cm e um dos ângulos $20°$. Seja $\hat{B} = 20°$.



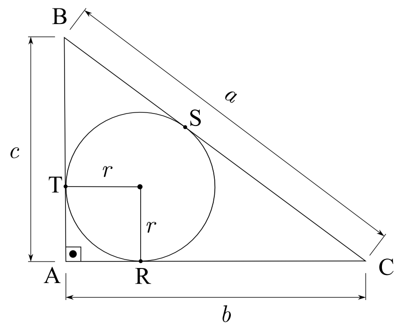
a) Considere M o ponto médio do lado BC, então AM é mediana e $\overline{BM} = \overline{MC} = 10$ cm. Temos que $\overline{AM} = \dfrac{20}{2} = 10$ cm.

b) Seja AN a bissetriz do ângulo reto, então $B\hat{A}N = 45°$. Temos ainda que

$$90° + 20° + \hat{C} = 180° \Rightarrow \hat{C} = 70°$$

$A\hat{N}C = 45° + 20° = 65°$ (ângulo externo de um triângulo é igual a soma dos ângulos internos não adjacentes).
ΔAMC é isósceles, então $C\hat{A}M = A\hat{C}M = 70°$, daí $A\hat{M}C + 70° + 70° = 180° \Rightarrow A\hat{M}C = 40°$.
Logo $A\hat{N}M = 70° + 45° = 115°$.
Portanto, o ângulo procurado $M\hat{A}N = 180° - 115° - 40° = 25°$.

Exercício 3: Mostre que em um triângulo retângulo o raio do círculo inscrito é igual ao semiperímetro menos a hipotenusa.
Solução: Seja o triângulo retângulo ABC com lados a, b e c. Seja r o raio do círculo inscrito. Denomine os pontos de tangência de T, R e S.



Por resultado anterior, $\overline{BT} = \overline{BS}$ e $\overline{CR} = \overline{CS}$.

Como $\overline{BT} = c - r$ e $\overline{CR} = b - r$, vem que

$$a = c - r + b - r \Rightarrow 2r = b + c - a \Rightarrow r = \frac{b+c-a}{2} \qquad (1)$$

$$p - a = \frac{a+b+c}{2} - a = \frac{a+b+c-2a}{2} = \frac{b+c-a}{2} \qquad (2)$$

De (1) e (2), vem : $r = p - a$.

Exercício 4: Estude a possibilidade da existência de triângulos cujos lados pertençam a uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$.

Solução:

Temos que:

em qualquer triângulo a medida de cada lado é menor que a soma das medidas dos outros dois. (1)

Como os lados pertencem a uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$, vem que:

os lados são $a, \dfrac{a}{2}$ e $\dfrac{a}{4}$ (2).

Usando (1) em (2) vem:

$$\frac{a}{2} < a + \frac{a}{4} \quad (3)$$

$$\frac{a}{4} < a + \frac{a}{2} \quad (4)$$

$$a < \frac{a}{2} + \frac{a}{4} \quad (5)$$

Mas (5) é uma afirmação falsa pois $a < \dfrac{3a}{4}$ (Falso).

Logo não há triângulos nessas condições.