# Álgebra Linear I

Resolução dos Exercícios Programados 4 – EP4

1. Dados u e v num espaço vetorial V, seja H = [u,v], o subespaço gerado por u e v. Mostre que H é um subespaço de V.

2. Para $n \geq 0$, o conjunto $\Pi_n$ dos polinômios de grau menor ou igual a n consiste de todos os polinômios da forma $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + ... + a_n t^n$, onde os coeficientes $a_0, a_1, a_2 ... a_n$ e a variável *t* são números reais. O grau de *p* é a maior potência de *t*, cujo coeficiente seja diferente de zero. Se $p(t) = a_0 \neq 0$, o grau de *p* é zero. Se todos os coeficientes forem iguais a zero, *p* é chamado de polinômio nulo. Mostre que $\Pi_n$ é um espaço vetorial.

3. Determine se o conjunto dado é um subespaço vetorial de $\Pi_n$ para um valor apropriado de n. Justifique sua resposta.

(a) Todos os polinômios da forma $p(t) = at^2$, com a em $\Re$.
(b) Todos os polinômios $p(t) = a + t^2$, com a em $\Re$.
(c) Todos os polinômios de com p(0)=0.
(d) Todos os polinômios de grau máximo 3, com os inteiros como coeficientes.

4. Escreva a matriz $E = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ como combinação linear das matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.

5. Seja *W* a união do primeiro e terceiro quadrantes do plano *xy*. Isto é, seja $W = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} : xy \geq 0 \right\}$.

   (a) Se *v* pertence a W e *c* é um escalar qualquer, será que *cv* pertence a *W*? Por quê?

   (b) Determine vetores *u* e *v* pertencentes a *W* tais que *u* + *v* não pertença a *W*. Isso é suficiente para mostrar que *W* não é um espaço vetorial.