

УДК 621.396.67.012.12

О ДИАГРАММЕ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕННЫ  
С ЗАДАННЫМ ЧИСЛОМ НЕИСПРАВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В. С. Рабинович

Рассмотрена линейка изотропных излучателей с заданным числом неисправных фазовращателей, причем их расположение на раскрые не определено и является случайным. Найдено выражение для средней диаграммы направленности, определена дисперсия диаграммы, характеризующая ее флуктуации относительно среднего значения. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментом, проведенным на ЭВМ.

При исследовании влияния неисправных элементов на параметры диаграммы направленности системы излучателей, как правило, задаются вероятностью неисправной работы каждого излучателя  $p$  (см. [1]). В такой модели число неисправных элементов может изменяться от одной к другой реализации из ансамбля однотипных антенн. Очень часто, однако, в нашем распоряжении имеется априорная информация о числе неисправных излучателей, но неизвестно их положение на раскрые антенны.

В настоящей работе мы рассмотрим диаграмму направленности линейки из  $N$  изотропных излучателей при наличии в ней некоторого, заданного числа неисправных излучателей.

Предварительно сделаем следующие предположения.

1. Общее число неисправных элементов фиксировано и равно  $M$ .
2. Положение каждого неисправного излучателя не определено на раскрые и является случайным.
3. Под неисправностью излучателя будем понимать неисправность соответствующего фазовращателя.
4. Фазовая ошибка, возникающая за счет неисправности фазовращателя, является случайной величиной, закон распределения которой одинаков для всех излучателей.
5. Фазовые ошибки во всех неисправных фазовращателях случайны независимы.

Диаграмму направленности рассматриваемой антенны можно представить в виде

$$F(u, u_0) = \sum_{n=1}^N A_n e^{i(\Phi_n + q_n \varepsilon_n)}; \quad (1)$$

$$\Phi_n = \varphi_n - \Phi_{n0};$$

$$\varphi_n = k d_n \sin \theta = \frac{d_n}{d_{cp}} u;$$

$k = 2\pi/\lambda$  — волновое число;  $\lambda$  — длина волны;  $\theta$  — угол, отсчитываемый от нормали к линейке;  $d_n$  — расстояние от начала координат до  $n$ -го излучателя;  $d_{cp}$  — среднее расстояние между излучателями;  $u = k d_{cp} \sin \theta$  —



обобщенная координата;  $-\varphi_{n0} = -kd_n \sin \theta_0 = -(d_n/d_{cp})u_0$  — фазовый набег на  $n$ -м излучателе, необходимый для отклонения луча антенны на угол  $\theta_0$ ;  $q_n$  — случайная величина, принимающая два возможных значения: 0 — на исправных фазовращателях и 1 — на неисправных;  $\xi_n$  — случайная фазовая ошибка на неисправном фазовращателе.

Найдем теперь выражение для средней диаграммы направленности по полю. Усреднение проведем сначала по всем положениям неисправных фазовращателей, а затем — по фазовым ошибкам на этих фазовращателях. Предварительно отметим, что общее число различных положений неисправных фазовращателей на полотне антенны равно  $C_N^M$  (число сочетаний из  $N$  элементов по  $M$ ). Диаграмму направленности линейки при заданном положении неисправных фазовращателей обозначим через

$$(2) \quad F_r(u, u_0) = \sum_{n_r} A_n e^{i(\Phi_n + \xi_n)} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq n_r}}^N A_n e^{i\Phi_n},$$

$n_r$  пробегает  $M$  значений, соответствующих  $r$ -му возможному положению неисправных фазовращателей на раскрые. Обозначая чертой сверху операцию усреднения, для среднего значения диаграммы направленности получим выражение

$$(3) \quad \overline{F(u, u_0)} = \frac{1}{C_N^M} \sum_r F_r(u, u_0) = \\ = \frac{1}{C_N^M} \sum_r \left\{ \sum_{n_r} A_n e^{i(\Phi_n + \xi_n)} + \sum_{n=1}^N A_n e^{i\Phi_n} - \sum_{n_r} A_n e^{i\Phi_n} \right\}$$

или

$$(4) \quad \overline{F(u, u_0)} = \sum_{n=1}^N A_n e^{i\Phi_n} + \frac{1}{C_N^M} \left\{ \sum_r \sum_{n_r} A_n e^{i(\Phi_n + \xi_n)} - \sum_r \sum_{n_r} A_n e^{i\Phi_n} \right\},$$

$r$  в формуле (4) принимает значения, соответствующие всем возможным положениям неисправных фазовращателей.

В дальнейшем для простоты пределы суммирования будем опускать. Нетрудно показать, что

$$(5) \quad \sum_r \sum_{n_r} A_n e^{i(\Phi_n + \xi_n)} = C_{N-1}^{M-1} \sum_n A_n e^{i(\Phi_n + \xi_n)},$$

т. е. каждое слагаемое в двойной сумме (5) встречается ровно  $C_{N-1}^{M-1}$  раз. Следовательно,

$$(6) \quad \overline{F(u, u_0)} = \sum_n A_n e^{i\Phi_n} + \frac{M}{N} \sum_n A_n e^{i(\Phi_n + \xi_n)} - \frac{M}{N} \sum_n A_n e^{i\Phi_n}.$$

Проведя повторное усреднение выражения (6) по всем возможным фазовым ошибкам с учетом предположений (4) и (5), получим

$$(7) \quad \overline{F(u, u_0)} = \left\{ 1 + f \frac{M}{N} - \frac{M}{N} \right\} \sum_n A_n e^{i\Phi_n}.$$

Здесь  $f = e^{i\xi_n}$ . Нетрудно заметить, что при  $f = 0$  (фазовая ошибка равномерно распределена в интервале  $0 - 2\pi$ ) выражение (7) совпадает со

средней диаграммой направленности антенной решетки, в которой неисправность фазовращателя приводит к отсутствию излучения соответствующего элемента, т. е. к отказу излучателя.

Множитель

$$1 + f \frac{M}{N} - \frac{M}{N}$$

характеризует ухудшение направленных свойств диаграммы, а

$$(8) \quad \sum_n A_n e^{i\Phi_n} = F_0(u, u_0)$$

представляет неискаженную диаграмму направленности антенны с исправными фазовращателями.

Несложными преобразованиями среднюю диаграмму направленности по мощности можно привести к виду

$$(9) \quad \overline{P(u, u_0)} = \overline{\sum_n A_n e^{i(\Phi_n + q_n \zeta_n)}} \overline{\sum_m A_m e^{-i(\Phi_m + q_m \zeta_m)}} = \\ = |\overline{P(u, u_0)}|^2 + \delta^2 F(u, u_0),$$

где  $\delta F(u, u_0)$  — среднеквадратичное значение отклонения диаграммы от среднего значения, характеризующее ее флуктуации.

$$(10) \quad \delta^2 F(u, u_0) = \frac{M}{N} (1 - ff^*) \sum_n A_n^2 + (1 - 2 \operatorname{Re} f + ff^*) \times \\ \times \left[ \frac{1}{C_N^M} \sum_r \left| \sum_{n_r} A_n e^{i\Phi_n} \right|^2 - \left( \frac{M}{N} \right)^2 \left| \sum_n A_n e^{i\Phi_n} \right|^2 \right].$$

Здесь  $f^*$  означает величину, комплексно сопряженную к  $f$ . Заметим, что

$$(11) \quad \sum_{n_r} A_n e^{i\Phi_n}$$

представляет диаграмму направленности неэквидистантной решетки с заданным ( $r$ -м) набором излучателей.

Для основного луча

$$(12) \quad \delta_0^2 F(u_0, u_0) = \frac{M}{N} (1 - ff^*) \sum_n A_n^2 + (1 - 2 \operatorname{Re} f + ff^*) \times \\ \times \left[ \frac{1}{C_N^M} \sum_r \left( \sum_{n_r} A_n \right)^2 - \left( \frac{M}{N} \right)^2 \left( \sum_n A_n \right)^2 \right].$$

Дисперсия боковых лепестков при небольшом числе неисправных фазовращателей определяется выражением

$$(13) \quad \delta_1^2 F(u, u_0) \simeq \frac{2M}{N} (1 - \operatorname{Re} f) \sum_n A_n^2.$$

Это соотношение получено с учетом того, что в (11) фазовые значения  $\Phi_n$  для углов, соответствующих боковым лепесткам, при небольшом числе



неисправных фазовращателей практически являются случайными величинами, равномерно распределенными в интервале  $0-2\pi$ . Поэтому для определения (13) мы воспользовались усредненным по ансамблю возможных положений неисправных фазовращателей значением квадрата модуля диаграммы направленности (11).

Формулы (12) и (13) приобретают наиболее наглядный вид в случае равномерного амплитудного распределения ( $A_n = 1$ ).

При этом

$$(14) \quad \delta_0^2 F(u_0, u_0) = (1 - ff^*)M,$$

$$\delta_1^2 F(u, u_0) \simeq 2M(1 - \operatorname{Re} f).$$

Знаки  $\operatorname{Re} f$  и  $\operatorname{Im} f$  означают соответственно взятие действительной и мнимой частей числа.

Отметим, что в случае отказа излучателей с неисправными фазовращателями формула (12) изменяется следующим образом:

$$(15) \quad \delta^2 F(u, u_0) = \frac{1}{C_N^M} \sum_r \left| \sum_{n_r} A_n e^{i\Phi_n} \right|^2 - \left( \frac{M}{N} \right)^2 \left| \sum_n A_n e^{i\Phi_n} \right|^2.$$

Соответственно при  $A_n = 1$

$$(16) \quad \delta_0^2 F(u, u_0) = 0,$$

$$\delta_1^2 F(u, u_0) = M.$$

Как видим, в такой ситуации флуктуации поля в основном направлении отсутствуют. Действительно, при излучении в основном направлении антенной решетки с равномерным амплитудным возбуждением положение отказавших элементов несущественно, важно лишь их число.

Для подтверждения результатов проведенного анализа в качестве примера при помощи датчика случайных чисел были просчитаны реализации диаграммы направленности эквидистантной линейки из 100 изотропных излучателей с фазовыми ошибками на неисправных фазовращателях, распределенными равномерно в интервале  $0-2\pi$ . Амплитудное распределение выбрано равномерным, а фазовое — линейным с нулевой фазой в геометрическом центре решетки. Результаты расчетов сведены в таблицу. Каждая оценка получена на основании 5000 реализаций диаграммы направленности.

M	2	5	10	20	25
$\delta_0^2 F$	2	4,93	9,88	20	24,65
$\delta_1^2 F$	4	9,83	18,49	35,97	44,04

Как видим, дисперсия диаграммы направленности в области основного луча хорошо согласуется с результатами по формуле (14) (для нашего примера  $\operatorname{Re} f = 0$ ,  $\operatorname{Im} f = 0$ ), дисперсия же бокового излучения с большой степенью точности совпадает с выражением (14) лишь для больших  $M$ , т. е. при небольшом числе неисправных фазовращателей, а это условие имеет место во многих практически важных случаях.

В заключение автор выражает благодарность В. Г. Соколову за постоянные консультации во время работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Г. Содин, Радиотехника и электроника, 1966, 11, 11, 1953.

Поступила в редакцию  
28 III 1972