

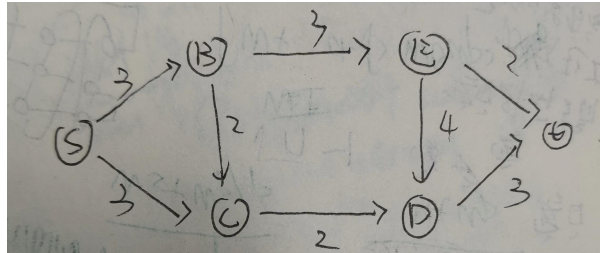
1. (哈夫曼编码)

$f_a=0.25, f_b=0.20, f_c=0.18, f_d=0.10, f_e=0.08, f_f=0.06$ 。请画出哈夫曼树并进行编码

2. (FFT)

已知系数为 $(a_0, a_1, a_2, a_3)=(1, 1, 0, -1)$ ，请写出对应的离散傅里叶变换过程

3. (最大流)



- (1) 求出最大流
- (2) 进行流分解，分解为 $s-t$ 路或环
- (3) 画出增广完毕后的 G_f

4. (LP)

无容量设施选址问题

- (1) 用整数规划表示它
- (2) 写出松弛为线性规划后的对偶问题

5. (NPC)

SAT 问题，但是没有取反的文字，而且要求赋值为真的文字不多于 k 个

- (1) 证明其为 NP 问题
- (2) 证明其为 NP-hard 问题，即选择一个问题多项式时间规约到它

6. (近似算法)

给定图 $G=(V, E)$ ，若顶点子集 $D \subseteq V$ 满足以下条件则称为**支配集(dominating set)**：
对任意顶点 $u \in V$ 满足 $u \in D$ 或者存在 $(u, v) \in E$ 的顶点 $v \in D$ 。最小支配集问题为 NP-难问题，以下是一个求支配集的近似算法：

$D \leftarrow \Phi$ (空集)

mark all vertices in V as “undominated”

while there are undominated vertices in V

 pick any undominated vertex v from V

 let N_v be the set containing v and all its neighbors

$D \leftarrow D \cup N_v$

 mark all the vertices in N_v , and all the neighbors of vertices in N_v , as “dominated”

end while

- a) 解释上述算法返回的集合 D 是一个支配集。(2 分)
- b) 证明任意支配集 AD 必须包含算法中所记的每个 N_v 中至少一个顶点。(5 分)
- c) 记 Δ 为 G 中顶点的最大度数，即 $\Delta = \max_{v \in V} \deg(v)$ ，证明上述算法是近似度为 $1+\Delta$ 的近似算法。(8 分)

d) 解释支配集是集合覆盖的一种特例