

# 复旦大学《大学物理 B (上)》第七章测验

A 卷 共 8 页

课程代码: PHYS120013.06-13 考试形式: 开卷 闭卷

2022 年 12 月

(本试卷答卷时间为 120 分钟, 答案必须写在试卷上, 做在草稿纸上无效)

专业\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

题 号	一、选择题	二、填空题	三、计算题				总 分
			1	2	3	4	
得 分							
阅卷人							

( $g=9.8\text{m/s}^2$ ;  $c=3.0\times 10^8\text{m/s}$ )

## 一、单选题(本大题共 10 小题, 每题 3 分, 总计 30 分)

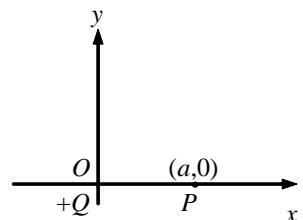
1. 两个静止不动的点电荷的带电总量为  $2q$ , 为使它们间的排斥力最大, 各自所带的电荷量分别为 [ ]

- (A)  $\frac{q}{2}, \frac{3q}{2}$       (B)  $\frac{q}{3}, \frac{5q}{3}$       (C)  $q, q$       (D)  $-\frac{q}{2}, \frac{5q}{2}$

[ C ]

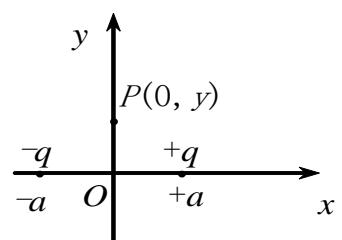
2. 在坐标原点放一电荷量为  $Q$  的正电荷, 它在  $P$  点 ( $a, 0$ ) 处激发的电场强度为  $E$ . 现在引入一个电荷量为  $-4Q$  的负电荷, 试问应将负电荷放在什么区域才能使  $P$  点的电场强度等于零

- (A)  $x$  轴上  $x > a$   
(B)  $x$  轴上  $0 < x < a$   
(C)  $x$  轴上  $-2a < x < 0$   
(D)  $x$  轴上  $-a < x < 0$



[ C ]

3. 如图所示, 在坐标( $a, 0$ )处放置一点电荷  $+q$ , 在坐标( $-a, 0$ )处放置另一点电荷  $-q$ .  $P$  点是  $y$  轴上的一点, 坐标为  $(0, y)$ . 当  $y \gg a$  时, 该点电场强度的大小为



$$(A) \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2} \quad (B) \frac{q}{2\pi\epsilon_0 y^2} \quad (C) \frac{qa}{4\pi\epsilon_0 y^3} \quad (D) \frac{qa}{2\pi\epsilon_0 y^3}$$

[ D ]

4. 试判断下列几种说法中哪一个是正确的。

- (A) 电场中某点电场强度的方向，就是将点电荷放在该点所受电场力的方向
- (B) 在以点电荷为中心的球面上，由该点电荷所产生的电场强度处处相同
- (C) 电场强度可由  $\vec{E} = \vec{F}/q$  定出，其中  $q$  为试验电荷， $q$  可正、可负， $\vec{F}$  为试验电荷所受的电场力
- (D) 以上说法都不正确

[ C ]

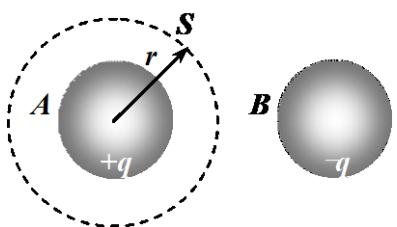
5. 一平行板电容器充电后仍与电源连接，若用绝缘手柄将电容器两极板间距离拉大，则极板上的电荷  $Q$ 、电场强度的大小  $E$  和电场能量  $W$  将发生如下变化

- (A)  $Q$  增大， $E$  增大， $W$  增大.
- (B)  $Q$  减小， $E$  减小， $W$  减小.
- (C)  $Q$  增大， $E$  减小， $W$  增大.
- (D)  $Q$  增大， $E$  增大， $W$  减小.

[ B ]

6.  $A$ 、 $B$  为两个均匀带电球体，各自带等量异号的电荷  $\pm q$ ，如图所示。现作一与  $A$  同心的球面  $S$  为高斯面，则

- (A) 通过  $S$  面的电场强度通量为零， $S$  面上各点的电场强度为零
- (B) 通过  $S$  面的电场强度通量为  $q/\epsilon_0$ ， $S$  面上电场强度大小为

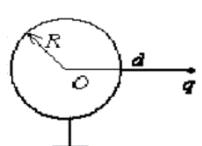


$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- (C) 通过  $S$  面的电场强度通量为  $-q/\epsilon_0$ ， $S$  面上电场强度大小为  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
- (D) 通过  $S$  面的电场强度通量为  $q/\epsilon_0$ ，但  $S$  面上各点的电场强度不能通过题中的高斯面直接求出

[ D ]

7. 半径为  $R$  的金属球与地连接，在与球心  $O$  相距  $d=2R$  处有一电荷为  $q$  的点电荷。如图所示，设地的电势为零，则球上的感生电荷  $q'$  为

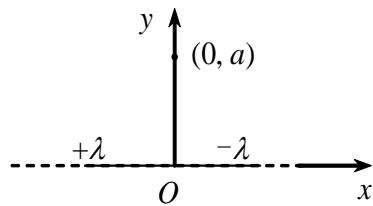


- (A) 0.                   (B)  $\frac{q}{2}$ .  
 (C)  $-\frac{q}{2}$ .           (D)  $-q$ .

[ C ]

8. 图中所示为一沿  $x$  轴放置的“无限长”分段均匀带电直线，电荷线密度分别为  $+λ$  ( $x < 0$ ) 和  $-λ$  ( $x > 0$ )，则  $Oxy$  坐标平面上点  $(0, a)$  处的电场强度  $\vec{E}$  为

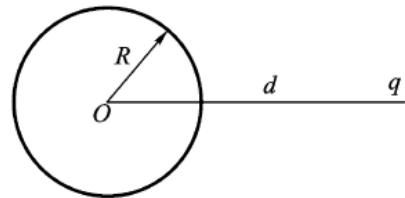
- (A) 0                   (B)  $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \vec{i}$   
 (C)  $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \vec{j}$            (D)  $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\vec{i} + \vec{j})$



[ B ]

9. 如图所示将一个电量为  $q$  的点电荷放在一个半径为  $R$  的不带电的导体球附近，点电荷距导体球球心为  $d$ ，参见附图。设无穷远处为零电势，则在导体球球心  $O$  点有

- (A)  $E = 0, V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d}$            (B)  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d^2}, V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d}$   
 (C)  $E = 0, V = 0$                    (D)  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d^2}, V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$



[ A ]

10. 下列关于电介质极化的结论，哪些说法是正确的

- ① 极化后，外电场在介质中被极化电荷产生的场部分抵消
  - ② 束缚电荷总是分布在电介质表面
  - ③ 极化率  $\chi_e$  只与电介质有关
  - ④ 极化强度  $\vec{P}$  仅仅由电介质的性质决定
- (A) ①、②      (B) ①、③      (C) ②、③、④      (D) ①、③、④

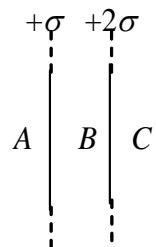
[ B ]

## 二、 填空题(本大题共 10 小题，总计 30 分)

1. 有一半径为  $R$  的带电球体，其电荷体密度为  $\rho = 4kr$ ， $k$  为一正的常量， $r$  为球内任

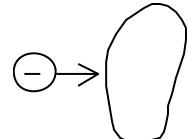
一点到球心的距离，则球外任一点（到球心的距离为  $d$ ）的场强大小为  $\frac{kR^4}{\epsilon_0 d^2}$ ，方向——沿径向向外。

2. 两个平行的无限大均匀带电平面，其电荷面密度分别为  $+ \sigma$  和  $+2\sigma$ ，如图所示，则  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三个区域的电场强度分别为： $E_A = -3\sigma/(2\epsilon_0)$ ， $E_B = -\sigma/(2\epsilon_0)$ ， $E_C = -3\sigma/(2\epsilon_0)$ （设方向向右为正）。

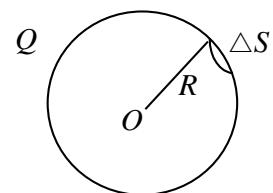


3. 把一个均匀带有电荷  $+q$  的气球由半径  $a$  吹胀到  $b$ ，则半径为  $r$  ( $a < r < b$ ) 的球面上任一点的场强大小  $E$  由  $-q/(4\pi\epsilon_0 r^2)$  变为  $0$ ；电势  $V$  由  $-q/(4\pi\epsilon_0 r)$  变为  $-q/(4\pi\epsilon_0 b)$ （选无穷远处为电势零点）。

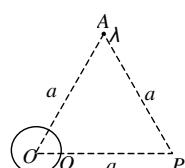
4. 如图所示，将一负电荷从无穷远处移到一个不带电的导体附近，则导体内的电场强度\_\_\_\_不变\_\_\_\_，导体的电势\_\_\_\_减小\_\_\_\_。（填增大、不变、减小）



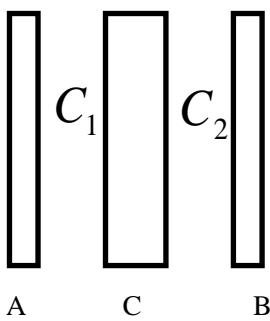
5. 真空中一半径为  $R$  的均匀带电球面带有电荷  $Q$  ( $Q > 0$ )。今在球面上挖去非常小块的面积  $\Delta S$  (连同电荷)，如图所示，假设不影响其他处原来的电荷分布，则挖去  $\Delta S$  后球心处电场强度的大小  $E = \frac{Q\Delta S}{16\pi^2\epsilon_0 R^4}$ ，其方向为\_\_\_\_由圆心  $O$  点指向  $\Delta S$ \_\_\_\_\_。



6. 如图所示，一电荷线密度为  $\lambda$  的无限长带电直线垂直通过图面上的  $A$  点；一带有电荷  $Q$  的均匀带电球体，其球心处于  $O$  点。 $\triangle AOP$  是边长为  $a$  的等边三角形。为了使  $P$  点处场强方向垂直于  $OP$ ，则  $\lambda$  和  $Q$  的数量之间应满足  $\lambda = Q / a$  关系，且  $\lambda$  与  $Q$  为\_\_\_\_异\_\_\_\_号电荷。

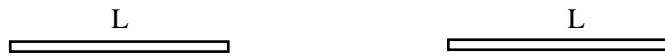


7. 三个电容器的电容分别为  $C_1 = 2\mu F$ 、 $C_2 = 3\mu F$  和  $C_3 = 1\mu F$ ，由它们组合而成的电容组中，最大等效电容值为  $6\mu F$ 。
8. 平行板电容器充电后和电源断开，然后插入一块电介质板。在此过程中，电容器储存的能量 (填写增加、减少或不变)。
9. 平行板电容器充电后不和电源断开，然后插入一块电介质板。在此过程中，电容器储存的能量 (填写增加、减少或不变)。
10. 一平行板电容器的两个极板 A 和 B 的面积都为 S，间距为 d，充电后将电源断开，A、B 两板的带电量分别为  $+Q$  和  $-Q$ 。现在两板间正中央平行地插入一厚度为  $d/3$  的金属板 C，其总带电量为  $+2Q$ ，如图所示，若忽略边缘效应，则 C 板  $C_1$  面的电荷量为  $0$ ， $C_2$  面的电荷量为  $+2Q$ 。



### 三、计算题(本大题共 4 小题，总计 40 分)

1. (10 分) 长为 L 的两根相同的细棒，均匀带电，线电荷密度为  $\lambda$ ，沿同一直线放置，两棒的近端相距也是 L，求两棒间的静电相互作用力？



解：选左棒的左端为坐标原点  $O$ ， $x$  轴沿棒方向向右，在左棒上  $x$  处取线元  $dx$ ，其电荷为  $dq = \lambda dx$ ，它在右棒的  $x'$  处产生的场强为：

$$dE = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0(x' - x)^2} \quad 3 \text{ 分}$$

整个左棒在  $x'$  处产生的场强为：

$$E = \int_0^l \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0(x'-x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{x'-l} - \frac{1}{x'} \right) \quad 2 \text{ 分}$$

右棒  $x'$  处的电荷元  $\lambda dx'$  在电场中受力为:

$$dF = E\lambda dx' = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{x'-l} - \frac{1}{x'} \right) dx' \quad 2 \text{ 分}$$

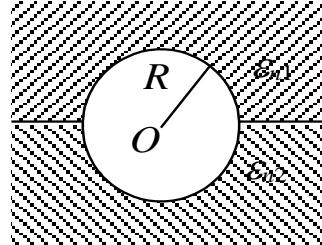
整个右棒在电场中受力为:

$$F = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \int_{2l}^{3l} \left( \frac{1}{x'-l} - \frac{1}{x'} \right) dx' = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{4}{3}, \text{ 方向沿 } x \text{ 轴正向.} \quad 2 \text{ 分}$$

左棒受力  $F' = -F$  1 分

2. (10 分) 如图所示, 半径  $R=0.04 \text{ m}$  的一铜球, 半个球被相对介电常量为  $\epsilon_{r1}=5.0$  的电介质包围, 另半个球被相对介电常量为  $\epsilon_{r2}=3.0$  的电介质包围. 球上总电荷  $Q=2.0 \times 10^{-6} \text{ C}$ . 问

- (1) 上、下两半球各带电荷多少?
- (2) 与铜球紧贴的两介质表面上的极化电荷面密度各是多少?



解: (1) 可将铜球看作上、下两个半球电容的并联. 设上半球的电容为  $C_1$ , 下半球的电容为  $C_2$ , 则整个铜球为一等势体,

$$\therefore \text{有 } Q_1/C_1 = Q_2/C_2, \text{ 且 } Q_1 + Q_2 = Q \quad 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{ 上半球带电荷 } Q_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} Q = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} Q = 1.25 \times 10^{-6} \text{ C} \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{ 下半球带电荷 } Q_2 = Q - Q_1 = 0.75 \times 10^{-6} \text{ C} \quad 2 \text{ 分}$$

(2) 上、下两半球上电荷看成均匀分布, 则球面外附近场强大小分别为:

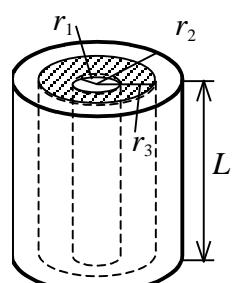
$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} = \frac{Q_1}{2\pi R^2 \epsilon_0 \epsilon_{r1}} \quad 1 \text{ 分}$$

$$\sigma'_1 = \epsilon_0 \chi_{e1} E_1 = \frac{\epsilon_{r1}-1}{\epsilon_{r1}} \frac{Q_1}{2\pi R^2} = 9.95 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2 \quad 1 \text{ 分}$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}} = \frac{Q_2}{2\pi R^2 \epsilon_0 \epsilon_{r2}} \quad 1 \text{ 分}$$

$$\sigma'_2 = \epsilon_0 \chi_{e2} E_2 = \frac{\epsilon_{r2}-1}{\epsilon_{r2}} \frac{Q_2}{2\pi R^2} = 4.97 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2 \quad 1 \text{ 分}$$

3. (10 分) 一圆柱形电容器, 内外圆筒半径分别为  $r_1$  和  $r_2$ , 长为  $L$ , 且  $L \gg r_2$ , 在  $r_1$  与  $r_3$  之间用相对介电常量为  $\epsilon_r$  的各向同性均匀电介质圆筒填充, 其余部分为空气, 如图所示. 已知内外导体圆筒间电势差为  $U$ , 其内筒电势高, 求介质中的场强  $E$ , 电极化强度  $P$ , 电位移矢量  $D$  和半径为  $r_3$  的圆柱面上的极化电荷面密度  $\sigma'$ .



解：设圆筒上电荷线密度为 $\lambda$ ，由高斯定理可求得两圆筒间任意半径处的电位移矢量为

$$\overline{D} = \frac{\lambda}{2\pi r} \hat{r} \quad r_1 < r < r_2$$

电场强度为

$$\overline{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r r} \hat{r} \quad r_1 < r < r_3$$

1 分

$$\overline{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \hat{r} \quad r_3 < r < r_2$$

1 分

电极化强度为

$$\overline{P} = \epsilon_0 \chi_e \overline{E} = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \frac{\lambda}{2\pi r} \hat{r} \quad r_1 < r < r_3$$

$$\overline{P} = 0 \quad r_3 < r < r_2$$

2 分

又

$$U = \int_{r_1}^{r_3} \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r r} dr + \int_{r_3}^{r_2} \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \left[ \frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{r_3}{r_1} + \ln \frac{r_2}{r_3} \right]$$

$\therefore$

$$\lambda = \frac{2\pi \epsilon_0 U}{\frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{r_3}{r_1} + \ln \frac{r_2}{r_3}}$$

2 分

代入得介质中：

$$\overline{D} = \frac{\epsilon_0 U}{\left[ \frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{r_3}{r_1} + \ln \frac{r_2}{r_3} \right] r} \hat{r} \quad r_1 < r < r_3$$

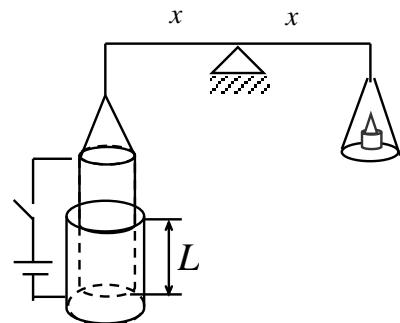
$$\overline{E} = \frac{U}{\left[ \ln \frac{r_3}{r_1} + \epsilon_r \ln \frac{r_2}{r_3} \right] r} \hat{r} \quad r_1 < r < r_3$$

$$\overline{P} = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) U}{\left[ \ln \frac{r_3}{r_1} + \epsilon_r \ln \frac{r_2}{r_3} \right] r} \hat{r} \quad r_1 < r < r_3$$

$$\sigma' = P_n = P_{r_3} = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) U}{\left[ \ln \frac{r_3}{r_1} + \epsilon_r \ln \frac{r_2}{r_3} \right] r_3}$$

各 1 分

4.(10 分)如图所示，一电容器由内、外半径分别为 $a$ 和 $b$ 的两个同轴圆筒组成，其轴线处于竖直方向。外筒固定，内筒悬挂在天平的一端。天平平衡时，内筒只有长度为 $L$ 的一部分置于外筒中。当接上电源使两筒之间的电势差为 $U$ 时，为了使天平保持平衡，右边称盘中需增加多大质量的砝码？



解：未接电源时，电容为

$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 L}{\ln(b/a)}$$

2 分

接电源后，由于两筒上的异号电荷间相互吸引力  $F$  的作用，天平将失去平衡，内筒将下移。设其位移为  $dL$ ，则电容的增量为

$$dC = \frac{2\pi \epsilon_0}{\ln(b/a)} dL \quad 2 \text{ 分}$$

在电势差  $U$  不变下，电容器的能量增量为

$$dW = \frac{1}{2} U^2 dC = \frac{\pi \epsilon_0 U^2}{\ln(b/a)} dL \quad 2 \text{ 分}$$

且

$$F = \frac{dW}{dL} = \frac{\pi \epsilon_0 U^2}{\ln(b/a)} \quad 2 \text{ 分}$$

为使天平保持平衡，右边秤盘中需增加质量为  $m$  的砝码，使  $mg = F$ ，因而得

$$m = \frac{\pi \epsilon_0 U^2}{g \ln(b/a)} \quad 2 \text{ 分}$$