

1. Solución:
2. Solución:

Para este problema se utilizaron datos de series de tiempo de precipitación en CDMX y Londres (Figura 2.1), normalizando los datos respecto al primer mes, podríamos decir que la precipitación en Londres parece relativamente constante, mientras que en CDMX cambia (aumenta), respecto al tiempo, es decir hay un comportamiento estacional y parece indicar que es mayor.

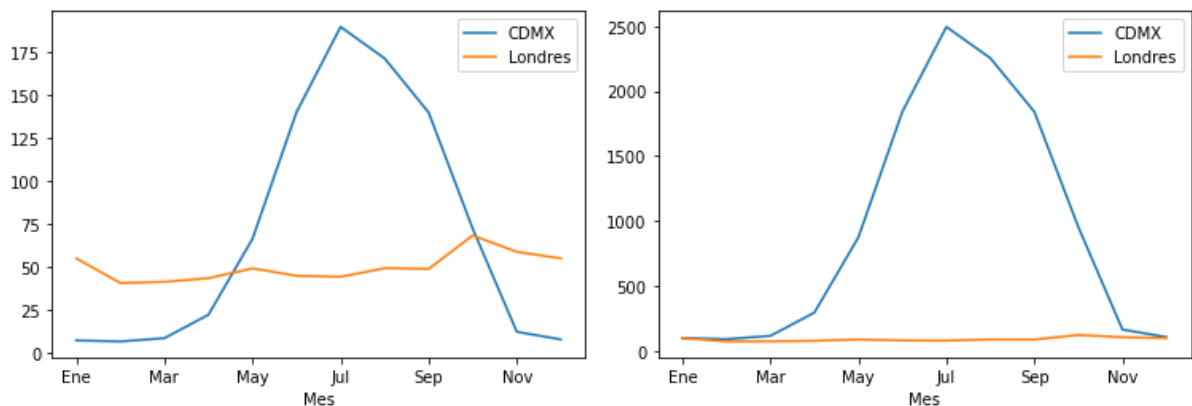


Figura 2.1 a) Series de tiempo de precipitación en CDMX y Londres. b) normalizado a enero.

Del Boxplot de los datos de precipitación parece indicar que hay un rango más amplio de precipitación en CDMX que en Londres, pero sus medianas son muy similares (Figura 2.2).

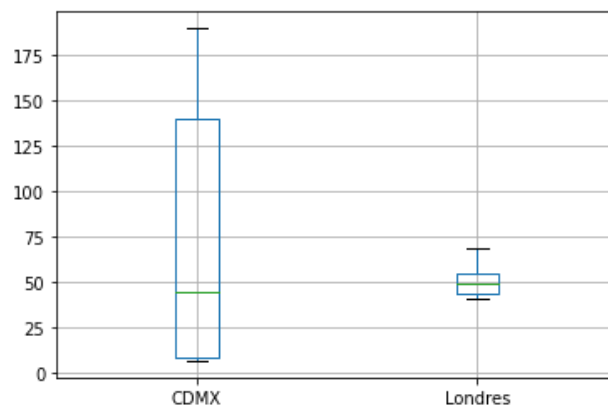


Figura 2.2: Boxplot de los datos de precipitación.

A los datos se les aplicó una transformación Box-Cox para aproximarlos a normales univariados, se aplicó la prueba Shapiro para corroborar normalidad. Posteriormente bajo el supuesto de normalidad se aplicó la prueba t para diferencia de medias, la cual mostró que no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de diferencia de medias al 95% ($p\text{valor}=0.99$), es decir que ninguna es significativamente diferente a la otra.

3. Solución:

Para este problema de la página del INEGI se descargó el indicador de consumo del mercado interior y se utilizaron los datos de la serie de tiempo de 2004 a 2009 (Figura 3.1), la cual tiene tendencia y por lo tanto no es estacionaria y requiere aplicar alguna transformación.

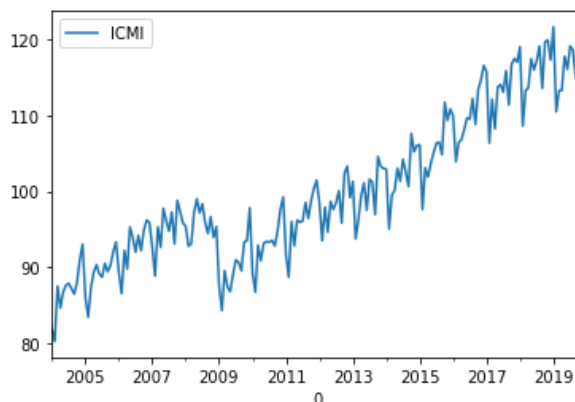


Figura 3.1: Indicador de Consumo del Mercado Interior. Prueba aumentada de Dickey-Fuller: $p\text{valor}=0.83>0.05$, no es estacionaria.

Para ajustar un modelo se utilizó el método Box-Jenkins. Primero se hizo una descomposición y se identifica la tendencia y un periodo estacional de 12 meses (Figura 3.2), lo cual lo corroboramos con los gráficos de autocorrelación y autocorrelación parcial después de quitarle la tendencia con una ventana móvil (Figura 3.3).

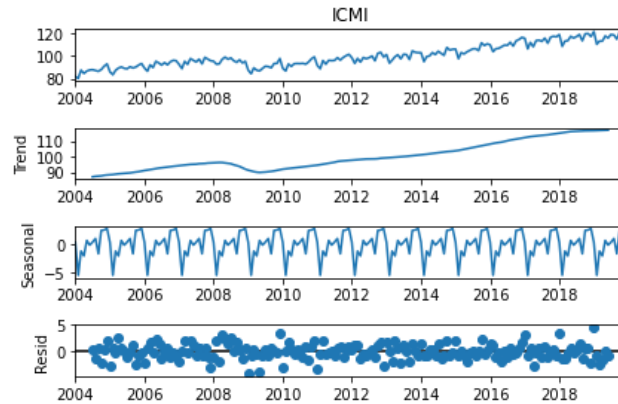


Figura 3.2: Descomposición de la serie temporal del Indicador de Consumo del Mercado Interior, en sus componentes tendencia, estación y residuos.

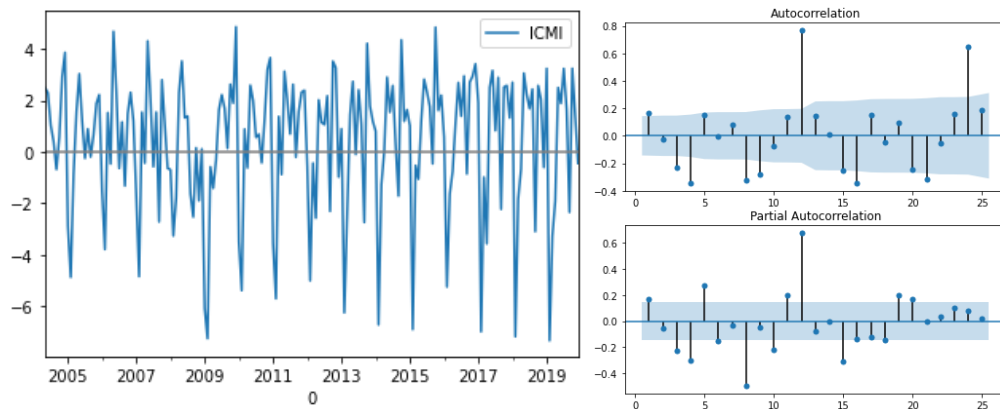


Figura 3.3: a) Datos de la serie de tiempo sin tendencia, Prueba aumentada de Dickey-Fuller: $p\text{valor}=0.008 < 0.05$, es estacionaria. b) Gráficos de autocorrelación y autocorrelación parcial para la serie temporal después de quitarle la tendencia. Se identifica un patrón en cada 12 elementos (o cada año).

Como hay estacionalidad parece que lo mejor es un modelo SARIMA, entonces se aplica doble diferenciación a los datos originales para quitar tendencia y estacionalidad (Figura 3.4), y para diferentes lags se crean los gráficos de autocorrelación y autocorrelación parcial (Figura 3.5), para la parte no estacional parece haber un patrón AR(2), mientras que para la parte estacional no se nota un patrón.

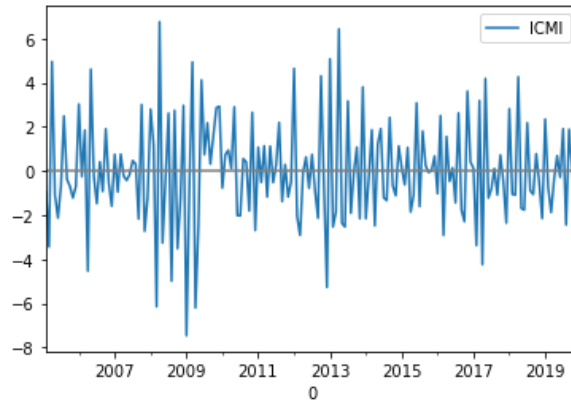


Figura 3.4: Datos de la serie de tiempo sin tendencia y estacionalidad, Prueba aumentada de Dickey-Fuller: $p\text{valor}=0.0006 < 0.05$, es estacionaria.

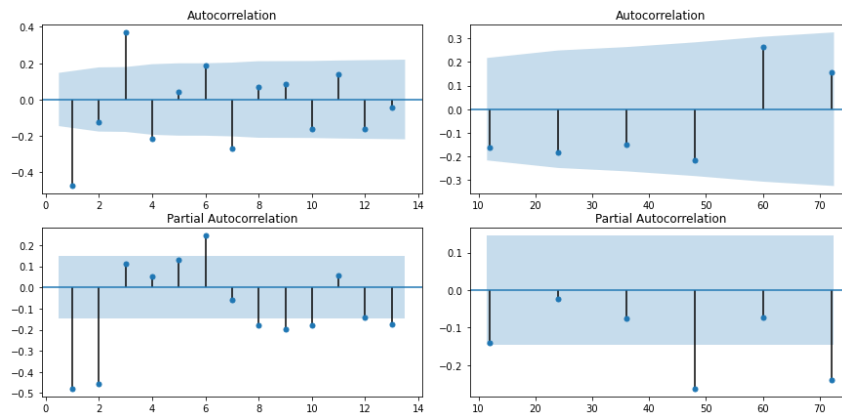


Figura 3.5: Gráficos de autocorrelación y autocorrelación parcial para la serie temporal después de quitarle la tendencia y estacionalidad, para diferentes lags. a) para identificar los patrones no estacionales: $p=2, q=0$. B) para identificar los patrones estacionales: P, Q .

Posteriormente se utilizó una función `auto` ARIMA considerando un modelo con componente estacional con periodo 12, con diferenciación en la parte no estacionaria y estacionaria y se buscó el mejor modelo según el criterio AIC, encontrando como mejor modelo: $SARIMA(2,1,0)(1,1,1)_{12}$ (Figura 3.6). En el modelo los residuales no están correlacionados y son normales, el grafico de residuales estandarizados no hay un patrón obvio, los histogramas se ajustan bien y el Q-Q plot también se ajusta a la línea roja indicando normalidad univariada, el correlograma sólo tiene un puto ligeramente fuera de los intervalos de confianza indicando que podría haber información que no fue capturada por el modelo, lo que indica en general que parece ser un buen modelo.

| SARIMAX Results | | | | | | |
|-------------------------|---------|-------------------|---------|----------------------------------|-------------------|----------|
| Dep. Variable: | | | | y | No. Observations: | 192 |
| Model: | | | | SARIMAX(2, 1, 0)x(1, 1, [1], 12) | Log Likelihood | -343.775 |
| Date: | | | | Fri, 25 Sep 2020 | AIC | 697.550 |
| Time: | | | | 11:52:54 | BIC | 713.487 |
| Sample: | | | | 0 | HQIC | 704.012 |
| | | | | - 192 | | |
| Covariance Type: | | | | opg | | |
| | coef | std err | z | P> z | [0.025 | 0.975] |
| ar.L1 | -0.7337 | 0.060 | -12.187 | 0.000 | -0.852 | -0.616 |
| ar.L2 | -0.4968 | 0.063 | -7.917 | 0.000 | -0.620 | -0.374 |
| ar.S.L12 | 0.2133 | 0.156 | 1.370 | 0.171 | -0.092 | 0.519 |
| ma.S.L12 | -0.7091 | 0.121 | -5.842 | 0.000 | -0.947 | -0.471 |
| sigma2 | 2.6397 | 0.276 | 9.565 | 0.000 | 2.099 | 3.181 |
| Ljung-Box (Q): | 55.36 | Jarque-Bera (JB): | 4.63 | | | |
| Prob(Q): | 0.05 | Prob(JB): | 0.10 | | | |
| Heteroskedasticity (H): | 0.43 | Skew: | -0.30 | | | |
| Prob(H) (two-sided): | 0.00 | Kurtosis: | 3.50 | | | |

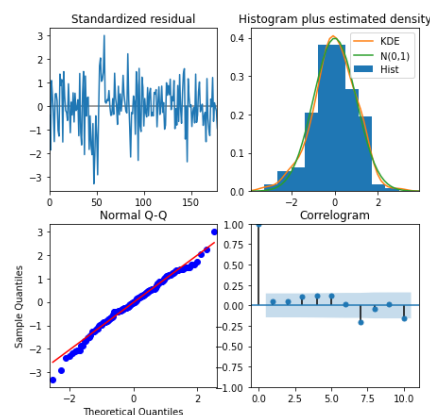


Figura 3.6: a) Mejor modelo según criterio AIC. b) gráficos de diagnóstico del modelo.

También, se utilizó el modelo para predecir los 2 últimos años y compararlos con lo observado y los resultados parecen ser satisfactorios (Figura 3.7, a). Por último, se utilizó el modelo para realizar predicción para los siguientes 2 años (Figura 3.7, b).

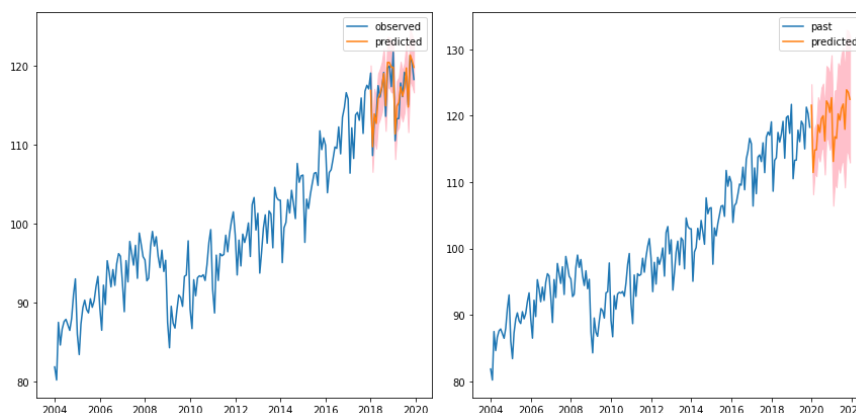


Figura 3.7: a) Predicción de los 2 últimos años con el modelo. b) Predicción de los siguientes dos años.

4. Solución:

Para este problema se utilizaron los datos de series temporales del Índice nacional de precios al consumidor(P) y el tipo de cambio nominal (E), observe la Figura 4.1 y note que parece que ambas series siguen una tendencia similar (y por lo tanto no son estacionarias), también note que, como combinación lineal (P-bE) parecen no ser estacionarias.

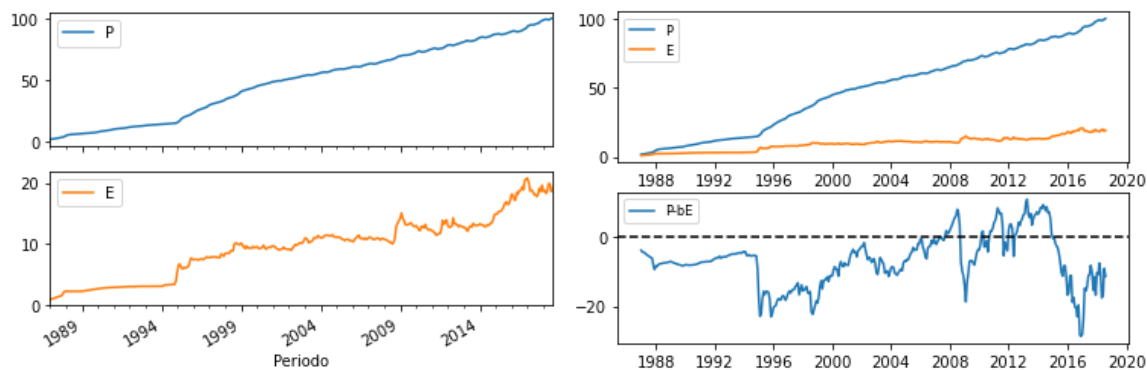


Figura 4.1: a) Series de tiempo del Índice nacional de precios al consumidor(P) y el tipo de cambio nominal (E). (P) Prueba aumentada de Dickey-Fuller: $p\text{valor}=0.98>0.1$, no es estacionaria, (E) Prueba aumentada de Dickey-Fuller: $p\text{valor}=0.94>0.1$, no es estacionaria. b) series de temporales como combinación lineal $P-bE$, $b=5.85$. ($P-bE$) Prueba aumentada de Dickey-Fuller: $p\text{valor}=0.06<0.1$, es estacionaria.

De la Figura 4.2, observe que existe una correlación positiva fuerte entre P y E, por lo tanto, podemos ajustar un modelo lineal para encontrar el valor de b que hace que no sea estacionaria la combinación lineal ($P-bE$).

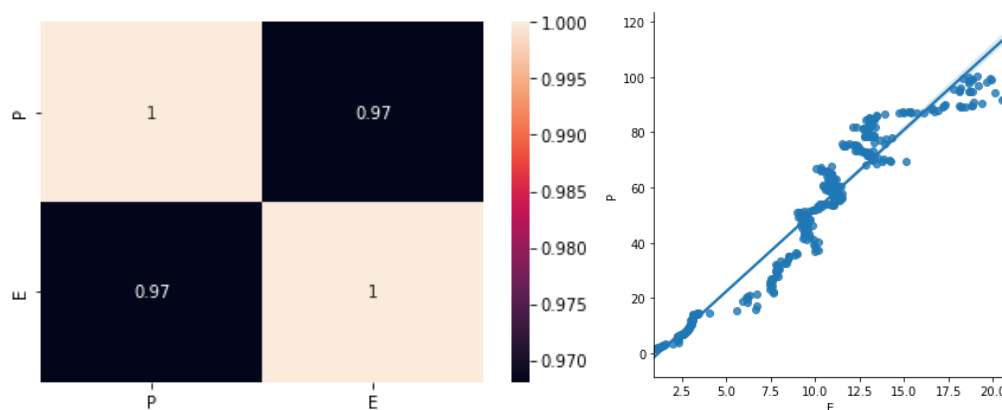


Figura 4.2: a) Mapa de correlación entre P y E, b) gráfico de dispersión de los datos de P y E, con ajuste lineal.

Por lo tanto, con lo anterior, se concluye que individualmente las series no son estacionarias, pero como ambas siguen una tendencia similar y tienen correlación positiva fuerte, al ajustar un modelo y hacer una combinación lineal, se vuelven estacionaria y por lo tanto se puede ajustar un modelo y realizar predicciones, por lo que si están cointegradas.