

GCC 1518 – ESTATISTICA E PROBABILIDADE

CEFET Maracanã – 2018/01

Lista de Exercícios – P2

Prof.: Luciana Rocha Pedro

1. O seguinte grupo de pessoas está numa sala: 5 homens maiores de 21 anos, 4 homens com menos de 21 anos de idade, 6 mulheres maiores de 21 anos, e 3 mulheres menores. Uma pessoa é escolhida ao acaso. Defina os seguintes eventos: $A = \{\text{a pessoa é maior de 21 anos}\}$; $B = \{\text{a pessoa é menor de 21 anos}\}$; $C = \{\text{a pessoa é homem}\}$; $D = \{\text{a pessoa é mulher}\}$. Calcule:
 - (a) $P(B \cup D)$.
 - (b) $P(\bar{A} \cap \bar{C})$.
2. Em uma sala, 10 pessoas estão usando emblemas numerados de 1 até 10. Três pessoas são escolhidas ao acaso e convidadas a saírem da sala simultaneamente. O número de seu emblema é anotado.
 - (a) Qual é a probabilidade de que o menor número de emblema seja 5?
 - (b) Qual é a probabilidade de que o maior número de emblema seja 5?
3. De fichas numeradas de 1 a 10 são misturadas em uma urna. Duas fichas, numeradas (X, Y) , são extraídas da urna, sucessivamente e sem reposição. Qual é a probabilidade de que seja $X + Y = 10$?
4. Um lote é formado de 10 artigos bons, quatro com defeitos menores e dois com defeitos graves. Um artigo é escolhido ao acaso. Ache a probabilidade de que:
 - (a) Ele não tenha defeitos.
 - (b) Ele não tenha defeitos graves.
 - (c) Ele ou seja perfeito ou tenha defeitos graves.
5. Se, do lote de artigos descritos no problema anterior, dois artigos forem escolhidos (sem reposição), ache a probabilidade de que:
 - (a) Ambos sejam perfeitos.
 - (b) Ambos tenham defeitos graves.

- (c) Ao menos um seja perfeito.
 - (d) No máximo um seja perfeito.
 - (e) Exatamente um seja perfeito.
 - (f) Nenhum deles tenha defeitos graves.
 - (g) Nenhum deles seja perfeito.
6. Um mecanismo complexo pode falhar em 15 estágios. De quantas maneiras poderá ocorrer que ele falhe em três estágios?
 7. Existem 12 categorias de defeitos menores de uma peça manufaturada e 10 tipos de defeitos graves. De quantas maneiras poderão ocorrer um defeito menor e um grave? E dois defeitos menores e dois graves?
 8. Um lote contém n peças, das quais se sabe serem r defeituosas. Se a ordem de inspeção das peças se fizer ao acaso, qual a probabilidade de que a peça inspecionada em k -ésimo lugar ($k \geq r$) seja a última peça defeituosa contida no lote?
 9. A urna 1 contém x bolas brancas e y bolas vermelhas. A urna 2 contém z bolas brancas e v bolas vermelhas. Uma bola é escolhida ao acaso da urna 1 e posta na urna 2. A seguir, uma bola é escolhida ao acaso da urna 2. Qual será a probabilidade de que esta bola seja branca?
 10. Duas válvulas defeituosas se misturam com duas válvulas perfeitas. As válvulas são ensaiadas, uma a uma, até que ambas as defeituosas sejam encontradas.
 - (a) Qual a probabilidade de que a última válvula defeituosa seja encontrada no segundo ensaio?
 - (b) Qual a probabilidade de que a última válvula defeituosa seja encontrada no terceiro ensaio?
 - (c) Qual a probabilidade de que a última válvula defeituosa seja encontrada no quarto ensaio?
 - (d) Some os números obtidos em (a), (b) e (c) acima. O resultado é surpreendente?
 11. Uma caixa contém quatro válvulas defeituosas e seis perfeitas. Duas válvulas são extraídas juntas. Uma delas é ensaiada e se verifica ser perfeita. Qual a probabilidade de que a outra válvula também seja perfeita?
 12. No problema anterior, as válvulas são verificadas extraindo-se uma válvula ao acaso, ensaiando-a e repetindo-se o procedimento até que todas as válvulas defeituosas sejam encontradas. Qual será a probabilidade de que a quarta válvula defeituosa seja encontrada:
 - (a) No quinto ensaio?
 - (b) No décimo ensaio?

13. Suponha que temos duas urnas 1 e 2, cada uma com duas gavetas. A urna 1 contém uma moeda de ouro em uma gaveta e uma moeda de prata na outra gaveta; enquanto a urna 2 contém uma moeda de ouro em cada gaveta. Uma urna é escolhida ao acaso; a seguir uma de suas gavetas é aberta ao acaso. Verifica-se que a moeda encontrada nessa gaveta é de ouro. Qual a probabilidade de que a moeda provenha da urna 2?
14. Em uma fábrica de parafusos, as máquinas A, B e C produzem 25, 35 e 40 por cento do total produzido, respectivamente. Da produção de cada máquina, 5, 4 e 2 por cento, respectivamente, são parafusos defeituosos. Escolhe-se ao acaso um parafuso e verifica-se ser defeituoso. Qual será a probabilidade de que o parafuso venha da máquina A? Da B? Da C?
15. Cada uma de duas pessoas joga três moedas equilibradas. Qual é a probabilidade de que elas obtenham o mesmo número de caras?
16. Sabe-se que uma determinada moeda apresenta cara três vezes mais freqüentemente que coroa. Essa moeda é jogada três vezes. Seja X o número de caras que aparece. Estabeleça a distribuição de probabilidade de X e também a *fd*. Faça um esboço do gráfico de ambas.
17. De um lote que contém 25 peças, das quais cinco são defeituosas, são escolhidas quatro ao acaso. Seja X o número de defeituosas encontradas. Estabeleça a distribuição de probabilidade de X , quando:
 - (a) As peças forem escolhidas com reposição.
 - (b) As peças forem escolhidas sem reposição.
18. Suponha que a variável aleatória X tenha os valores possíveis $1, 2, 3, \dots$ e $P(X = j) = 1/2^j$, $j = 1, 2, \dots$.
 - (a) Calcule $P(X \text{ ser par})$.
 - (b) Calcule $P(X \geq 5)$.
 - (c) Calcule $P(X \text{ ser divisível por } 3)$.
19. Suponha que a máquina 1 produza (por dia) o dobro das peças que são produzidas pela máquina 2. No entanto, 4% das peças fabricadas pela máquina 1 tendem a ser defeituosas, enquanto a máquina 2 produz somente cerca de 2% de defeituosas. Admita que a produção diária das duas máquinas seja misturada. Uma amostra aleatória de 10 peças é extraída da produção total. Qual será a probabilidade de que essa amostra contenha 2 peças defeituosas?
20. A variável aleatória contínua X tem fdp: $f(x) = x/2$, $0 \leq x \leq 2$. São feitas duas determinações independentes de X . Qual a probabilidade de que ambas essas determinações sejam maiores do que 1? Se três determinações independentes forem feitas, qual a probabilidade de que exatamente duas delas sejam maiores do que 1?

21. A percentagem de álcool em certo composto pode ser considerada uma variável aleatória, em que $0 < X < 1$ tem a seguinte fdp:.

$$f(x) = 20x^3(1 - x), 0 < x < 1.$$

- (a) Estabeleça a expressão da fd F e esboce seu gráfico.
 - (b) Calcule $P(X \leq 2/3)$.
 - (c) Suponha que o preço de venda desse composto dependa do conteúdo de álcool. Especificamente, se $1/3 < X < 2/3$, o composto é vendido por C_1 dólares/galão. Caso contrário, ele é vendido por C_2 dólares/galão. Se o custo for C_3 dólares/galão, calcule a distribuição de probabilidade do lucro líquido por galão.
22. Um ponto é escolhido ao acaso, sobre uma reta de comprimento L . Qual é a probabilidade de que o quociente do segmento mais curto para o mais longo seja menor do que $1/4$?
23. Na produção de petróleo, a temperatura de destilação T (graus centígrados) é decisiva na determinação da qualidade do produto final. Suponha que T seja considerada uma variável aleatória uniformemente distribuída sobre $(150, 300)$. Admita que produzir um galão de petróleo custe C_1 dólares. Se o óleo for destilado a uma temperatura menor que 200 graus, o produto é conhecido como nafta e é vendido por C_2 dólares por galão. Se o óleo for destilado a uma temperatura maior que 200 graus, o produto é denominado óleo refinado destilado e é vendido por C_3 dólares o galão. Determine o lucro líquido esperado (por galão).
24. As cinco primeiras repetições de um experimento custam R\$ 10 cada uma. Todas as repetições subseqüentes custam R\$ 5 cada uma. Suponha que o experimento seja repetido até que o primeiro resultado bem sucedido ocorra. Se a probabilidade de um resultado bem sucedido for sempre igual a 0.9 e se as repetições forem independentes, qual o custo esperado da operação completa?
25. Sabe-se que um lote contém duas peças defeituosas e oito não-defeituosas. Se essas peças forem inspecionadas ao acaso, uma após outra, qual será o número esperado de peças que devem ser escolhidas para inspeção a fim de removerem-se todas as peças defeituosas?
26. Um dado equilibrado é jogado 72 vezes. Chamando de X o número de vezes que aparece o seis, calcule $E(X^2)$.
27. Se X tiver uma distribuição de Poisson com parâmetro β e se $P(X = 0) = 0.2$, calcule $P(X > 2)$.
28. O número de navios petroleiros, digamos N , que chegam a determinada refinaria, cada dia, tem distribuição de Poisson, com parâmetro $\lambda = 2$. As atuais instalações do porto podem atender a três petroleiros por dia. Se mais de três petroleiros aportarem por dia, os excedentes a três deverão seguir para outro porto.
- (a) Em um dia, qual é a probabilidade de se ter de mandar petroleiros para outro porto?

- (b) De quanto deverão as atuais instalações ser aumentadas para permitir manobrar todos os petroleiros, em aproximadamente 90% dos dias?
 - (c) Qual é o número esperado de petroleiros a chegarem por dia?
 - (d) Qual é o número mais provável de petroleiros a chegarem por dia?
 - (e) Qual é o número esperado de petroleiros a serem atendidos diariamente?
 - (f) Qual é o número esperado de petroleiros que voltarão a outros portos diariamente?
29. Suponha que X tenha uma distribuição de Poisson. Se $P(X = 2) = 2/3P(X = 1)$, calcule $P(X = 0)$ e $P(X = 3)$.
30. Suponha que partículas sejam emitidas por uma fonte radioativa e que o número de partículas emitidas durante um período de uma hora tenha uma distribuição de Poisson com parâmetro λ . Admita que o dispositivo contador, que registra essas emissões, ocasionalmente falhe no registro de uma partícula emitida. Especificamente, suponha que qualquer partícula emitida tenha uma probabilidade p de ser registrada.
- (a) Se Y for definida como o número de partículas registradas, qual é uma expressão para a distribuição de probabilidade de Y ?
 - (b) Calcule $P(Y = 0)$, se $\lambda = 4$ e $p = 0.9$.
31. Quatro componentes são reunidos em um único aparelho. Os componentes são originários de fontes independentes e $p_i = P(i\text{-ésimo componente seja defeituoso})$, $i = 1, 2, 3, 4$.
- (a) Estabeleça uma expressão para a probabilidade de que o aparelho completo venha a funcionar.
 - (b) Estabeleça uma expressão para a probabilidade de que ao menos três componentes venham a funcionar,
 - (c) Se $p_1 = p_2 = 0.1$ e $p_3 = p_4 = 0.2$, calcule a probabilidade de que exatamente dois componentes venham a funcionar.
32. Suponha que X tenha a distribuição $N(2, 0.16)$. Empregando a tabela da distribuição normal, calcule as seguintes probabilidades:
- (a) $P(X \geq 2.3)$.
 - (b) $P(1.8 \leq X \leq 2.1)$.
33. O diâmetro de um cabo elétrico é normalmente distribuído com média 0.8 e variância 0.0004. Qual é a probabilidade de que o diâmetro ultrapasse 0.81?
34. Suponha que a duração da vida de dois dispositivos eletrônicos, D_1 e D_2 , tenham distribuições $N(40, 36)$ e $N(45, 9)$, respectivamente. Se o dispositivo eletrônico tiver de ser usado por um período de 45 horas, qual dos dispositivos deve ser preferido? Se tiver de ser usado por um período de 48 horas, qual deles deve ser preferido?

35. Suponha que a temperatura (medida em graus centígrados) seja normalmente distribuída, com expectância 50 graus e variância 4. Qual é a probabilidade de que a temperatura T esteja entre 48 e 53 graus centígrados?
36. Suponha que X , a carga de ruptura de um cabo (em kg), tenha distribuição $N(100, 16)$. Cada rolo de 100 metros de cabo dá um lucro de R\$ 25, desde que $X > 95$. Se $X \leq 95$, o cabo poderá ser utilizado para uma finalidade diferente e um lucro de R\$ 10 por rolo será obtido. Determine o lucro esperado por rolo.