CEFET-RJ

P1 de Cálculo Numérico - 26/09/2018

Prof.: Wagner Pimentel

Aluno(a): ______________________________ Nota: _____

1. Considere a função $f(x) = \dfrac{1}{2x}$.

a) (1,0) Escreva o polinômio de Taylor de grau 3 em torno do ponto $x = -1$;

b) (1,0) Determine o erro relativo do seu polinômio em $x = -1/2$, com 4 casas decimais;

2. Considere o sistema linear abaixo:

$$\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = -2 \\ 6x_1 + 9x_2 - 5x_3 = -2 \end{cases}$$

a) (1,5) Determine a solução exata do sistema usando o método de Gauss com pivoteamento, com 4 casas decimais;

b) (1,0) Escreva as matrizes P, L e U de modo que $PA = LU$.

c) (1,0) Determine a primeira coluna da matriz inversa de A, utilizando P, L e U.

d) (1,0) Mostre que o método de Gauss_Seidel não converge para a solução deste sistema linear;

3. Considere a função $f(x) = e^{\left(\frac{x}{2}\right)} - x^2 + 4$.

a) (0,5) Defina o menor intervalo cujos extremos sejam inteiros para a **menor** raiz de $f(x)$;

b) (1,5) Aplique o método da Bisseção ou o método da Falsa Posição para obter uma aproximação da **menor** raiz, com 4 casas decimais e com critério de parada $|f(x_k)| \leq 0.01$;

c) (1,5) Aplique o método de Newton-Raphson para obter uma aproximação da **menor** raiz, com 4 casas decimais e com critério de parada $|f(x_k)| \leq 0.01$. Utilize como x_0 o **menor** extremo do intervalo encontrado.

fórmulas:

Erro Relativo: $E_{rel} = \dfrac{|x - \bar{x}|}{x}$; Série de Taylor: $f(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(a)(x-a)^n}{n!}$, com centro x=a;

Critério de Sassenfeld: $\beta = \max\{\beta_i\} < 1$, onde $\beta_1 = \dfrac{\sum_{j=2}^{n} |a_{1j}|}{|a_{11}|}$; $\beta_i = \dfrac{\sum_{j=1}^{i-1} \beta_j |a_{ij}| + \sum_{j=i+1}^{n} |a_{ij}|}{|a_{ii}|}$, com $2 \leq i \leq n$;

Gauss-Seidel: $x_i^{(k)} = \dfrac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} {x_j}^{(k)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} {x_j}^{(k-1)}}{a_{ii}}$, com $k = 1, 2, 3, \ldots$;

Bisseção: $x_i = \dfrac{a+b}{2}$, com $i = 1, 2, 3, \ldots$ e com $f(a).f(b) < 0$;

Falsa-Posição: $x_i = \dfrac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)}$, com $i = 1, 2, 3, \ldots$ e com $f(a).f(b) < 0$;

Newton-Raphson: $x_i = x_{i-1} - \dfrac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}$, com $i = 1, 2, 3, \ldots$ e com $x_0 \in [a, b]$ tal que $f(a).f(b) < 0$;