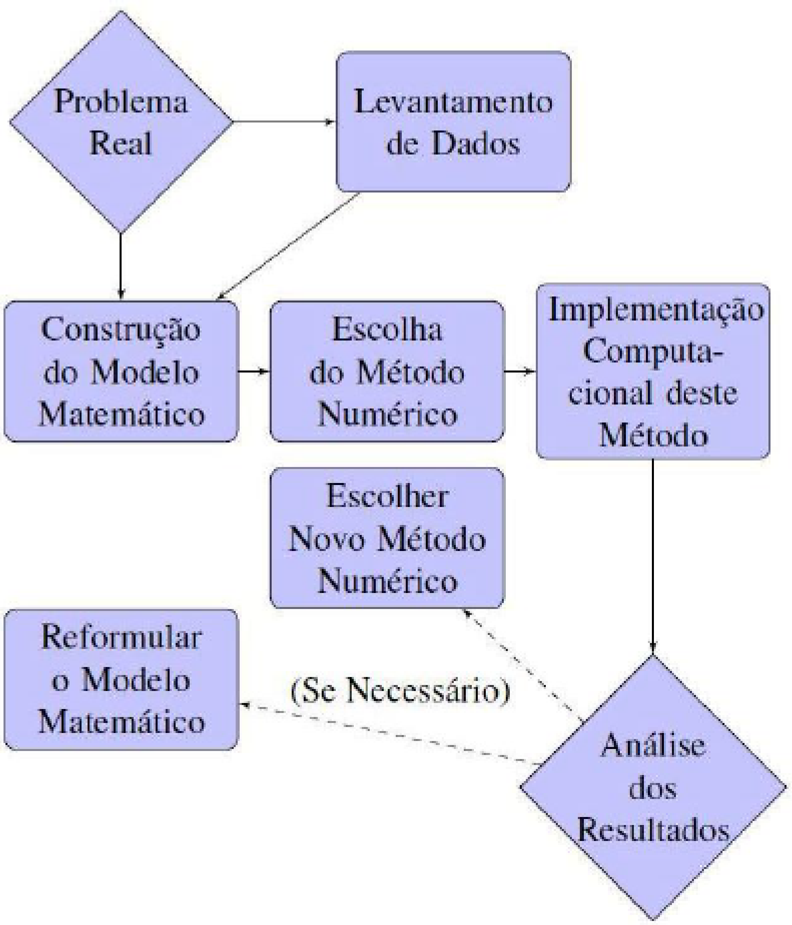
Centro Federal de Educação Tecnológica - CEFET-RJ
Primeira Aula de Cálculo Numérico
Noções de Erros
Professor da Disciplina: **Wagner Pimentel**

Erros são sempre inerentes à aplicação de métodos numéricos na solução de problemas do mundo real, e principalmente, na solução de problemas de natureza numérica. Por exemplo, os erros estão presentes na aproximação de funções pela aplicação de série de Taylor, na solução de sistemas lineares pela aplicação do método de Gauss, na aproximação da integral definida de uma função pela aplicação do método de Simpson, etc.

Um problema real, ou de natureza numérica, será sempre solucionado pela aplicação de um processo metódico que compreende das seguintes fases:



Os resultados obtidos da aplicação de um método numérico e os erros associados dependem de vários fatores, tais como:

- Da precisão dos dados de entrada;
- Da forma com que esses dados estão representados na máquina ou no computador; e
- Da maneira como são efetuadas as operações numéricas.

No sentido de estimar o erro cometido na aplicação de um método numérico podemos considerar duas métricas comuns: erro absoluto ($E_{Abs.}$) e o erro relativo ($E_{Rel.}$).

Sejam, x o valor exato da aplicação de um método numérico e $\bar{x}$ o valor aproximado da aplicação do referido método, assim:

O erro absoluto é dado por: $E_{Abs.} = |x - \bar{x}|$ e;

O erro relativo é dado por: $E_{Rel.} = \dfrac{|x - \bar{x}|}{|x|}$.

Considere a tabela abaixo, nela podemos verificar que o erro relativo pode ser utilizado como uma métrica para comparar à aplicação de três métodos numéricos diferentes, representados pelas linhas da tabela, associados a intâncias distintos. A conclusão é que os três métodos apresentam diferentes erros absolutos, porém o mesmo erro relativo.

Método	x	$\bar{x}$	$E_{Abs.}$	$E_{Rel.}$
1	0,0003	0,00031	0,00001	0,033333
2	3	3,1	0,1	0,033333
3	3000	3100	100	0,033333

Tarefa 1:

Considerando $x = \dfrac{5}{3}$, $y = \dfrac{5}{7}$ e $z = \dfrac{5}{9}$.

Utilize arredondamento de 2 casas decimais na sua aproximação, para determinar $\bar{x}$, $\bar{y}$ e $\bar{z}$.

Complete o erro absoluto e o erro relativo associados ao arredondamento, com 4 casas decimais.

valor exato	valor aproximado	$E_{Abs.}$	$E_{Rel.}$
5/3	1,67	0,0033	0,0020
5/7	0,71	0,0043	0,0060
5/9			

Tarefa 2:

Considere duas aplicações: $x = 100$; $\bar{x} = 100,1$ e $y = 0,0006$; $\bar{y} = 0,0004$. Determine o erro relativo de cada aproximação, com 4 casas decimais. Verifique qual a melhor aproximação em relação à x e y.

Tarefa 3:

Considere a função $f(x) = e^x$ e considere o polinômio de Taylor de grau k, associado a $f(x)$ na vizinhança do ponto $x = 0$, dado por $P(x) = \sum_{n=0}^{k} \dfrac{x^n}{n!}$.

a) Determine o polinômio de Taylor de grau 1;

b) Determine o polinômio de Taylor de grau 2;

c) Determine o polinômio de Taylor de grau 3;

d) Determine o erro relativo da aproximação, com precisão de 4 casas decimais, utilizando o polinômio de Taylor de grau 1, no ponto x=1/2;

e) Determine o erro relativo da aproximação, com precisão de 4 casas decimais, utilizando o polinômio de Taylor de grau 2, no ponto x=1/2;

f) Determine, o erro relativo da aproximação, com precisão de 4 casas decimais, utilizando o polinômio de Taylor de grau 3, no ponto x=1/2.