Prof. Luciana Rocha Pedro
GCC 1518 - ESTATISTICA E PROBABILIDADE
Cefet-RJ – Maracanã
P3 – 2018/01

Nome(legível): ____

1. O diâmetro de um cabo elétrico supõe-se ser uma variável aleatória contínua X, com fdp

$$f(x) = 6x(1 - x), \qquad 0 \leq x \leq 1.$$

   (a) Verifique que essa expressão é uma fdp e esboce o seu gráfico.

   (b) Obtenha uma expressão para a fd de X.

   (c) Determine um número b tal que $P(X < b) = 2P(X > b)$.

   (d) Calcule $P\left(X \leq \frac{1}{2} \middle| \frac{1}{3} < X < \frac{2}{3}\right)$.

2. Para estudar a relação entre o número total de horas necessárias à montagem de uma estrutura (Y) e o número total de operações de furar e rebitar (X), registraram-se os dados da tabela a seguir.

X	236	80	127	445	180	343	305	488	170
Y	5.1	1.7	3.3	6.0	2.9	5.9	7.0	9.4	4.8

   (a) Calcule o coeficiente de correlação linear de Pearson.

   (b) Represente graficamente e verifique se há correlação analisando o gráfico.

   (c) Determine a reta ajustada.

   (d) Se o número total de horas for 4.5, qual será o número total de operações?

   (e) Se o número total de operações for 250, qual será o número total de horas?

3. Considere o seguinte conjunto de dados estratificados em três categorias: A, B e C. Construa os boxplots para cada categoria e compare-os.

Rótulos	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
Valores	28	24	35	30	25	21	23	29	30	18	32	39	15	15	31	28	26	36

4. Um combustível para foguetes deve conter uma certa porcentagem X de um componente especial. As especificações exigem que X esteja entre 30 e 35 por cento. O fabricante obterá um lucro líquido T sobre o combustível (por galão), que é dado pela seguinte função de X:

$$T(X) = \begin{cases} R\$\ 0.10 & 30 < X < 35, \\ R\$\ 0.05 & 25 < X \leq 30 \text{ ou } 35 \leq X < 40, \\ -R\$\ 0.10 & \text{para quaisquer outros valores.} \end{cases}$$

   (a) Calcule $E(T)$ quando X tiver distribuição $N(33, 9)$.

   (b) Suponha que o fabricante deseje aumentar seu lucro esperado, $E(T)$, em 50 por cento. Ele pretende fazê-lo pelo aumento de seu lucro (por galão), naquelas remessas de combustível que atendam às especificações $30 < X < 35$. Qual deverá ser seu novo lucro líquido?

5. Um maquinista conserva um grande número de peças em uma gaveta. Cerca de 50 por cento dessas peças são de 1/4 de polegada de diâmetro, cerca de 30 por cento são de 1/8 de diâmetro e os restantes 20 por cento são de 3/8. Suponha que 10 peças sejam escolhidas acaso.

   (a) Qual é a probabilidade de que existam exatamente cinco peças de 1/4, quatro de 1/8 e uma peça de 3/8?

   (b) Qual é a probabilidade de que somente dois tipos de peças estejam entre as escolhidas?

   (c) Qual é a probabilidade de que todos os três tipos de peças estejam entre aquelas escolhidas?

   (d) Qual é a probabilidade que existam três de um tipo, três de outro tipo e quatro do terceiro tipo, em uma amostra de 10 peças?

Fórmulas

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{x})^2 = n\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)$$

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} \cdot S_{yy}}}$$

$$y = \alpha + \beta x \qquad \beta = \frac{n(\sum x_i y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \qquad \alpha = \frac{\sum y_i - \beta \sum x_i}{n}$$