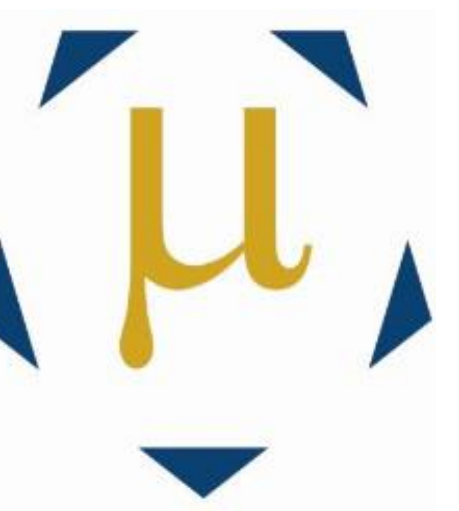
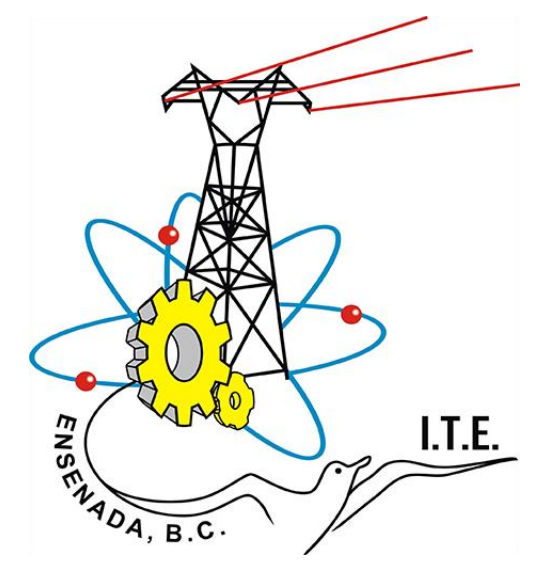


Simulación del espín en el experimento de Stern-Gerlach utilizando un autómata cuántico

Víctor Onofre¹, Lenin Caballero^{2,5}, Armando Reyes^{3,5} y Fernando Rojas⁴

¹Facultad de ciencias, Universidad Autónoma de Baja California, ²Instituto Tecnológico de Ensenada
^{3,4}Centro de Nanociencias y Nanotecnología, Universidad Nacional Autónoma de México, ⁵Matematiké, AC



Resumen. Se utilizó el modelo del autómata cuántico para realizar una simulación del experimento de Stern-Gerlach haciendo uso de un robot Vex [5] programado en RobotC (lenguaje especializado en el manejo de robots basado en C), con un estado interno representado por qubits y cambios de estados dependientes de las señales de sensores externos con los que se realizan las mediciones proyectivas y acciones correspondientes. De esta forma se observa de manera sencilla, práctica y visual la naturaleza probabilística de la cuántica y las bases del funcionamiento interno de un procesador cuántico.

I Autómata cuántico

En el modelo del autómata cuántico, el estado interno es representado por un estado cuántico (sistema de qubits) y los cambios de estado por operadores unitarios cuya aplicación está determinada por las señales de sensores externos, las probabilidades de estar en ciertos estados, obtenidas en mediciones proyectivas, determinan las acciones del robot que se traducen en control de los servomecanismos (movimiento, cambio de dirección etc.).

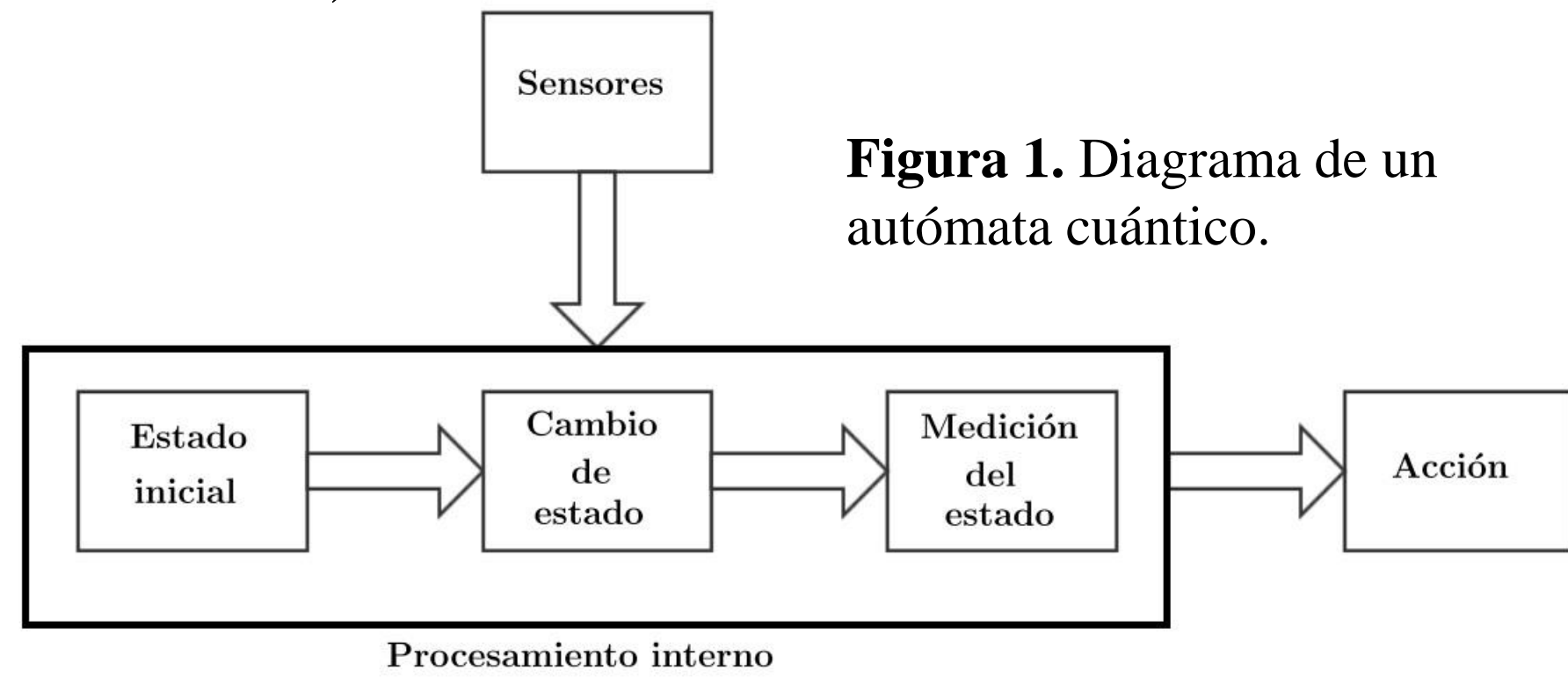


Figura 1. Diagrama de un autómata cuántico.

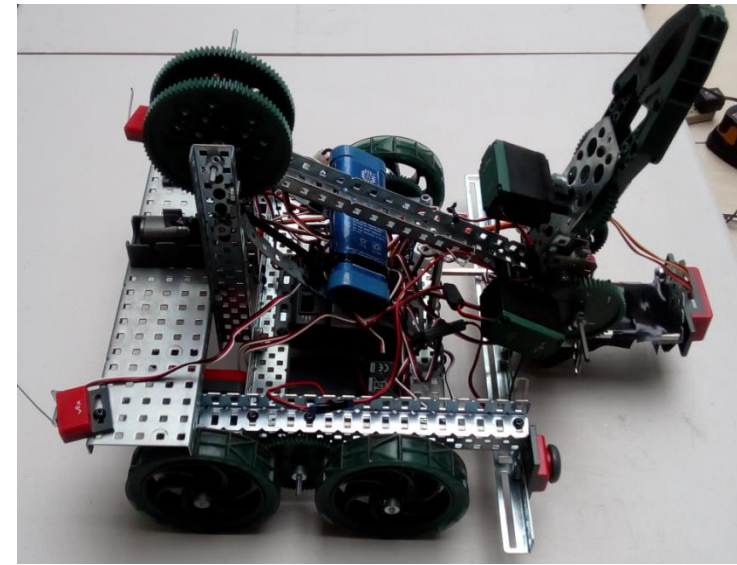


Figura 2. Robot Vex utilizado en la implementación del modelo de autómata cuántico

II Relación del experimento de Stern-Gerlach con el modelo del autómata cuántico

- El experimento de Stern-Gerlach consiste en aplicar un campo magnético no uniforme a un haz de electrones que posteriormente llega a un detector, lo que llevó a descubrir que su espín se encuentra en un estado de superposición “Up” y “Down” [4].

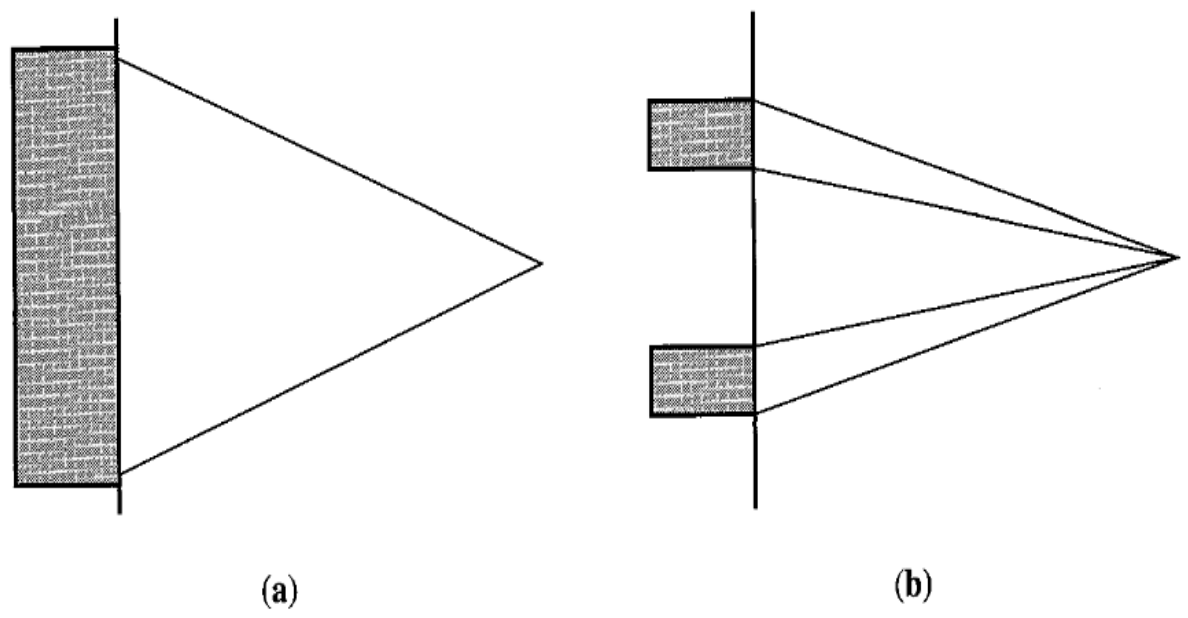


Figura 4. (a) Predicción de la física clásica para el experimento de Stern-Gerlach. (b) Lo que en realidad fue observado.

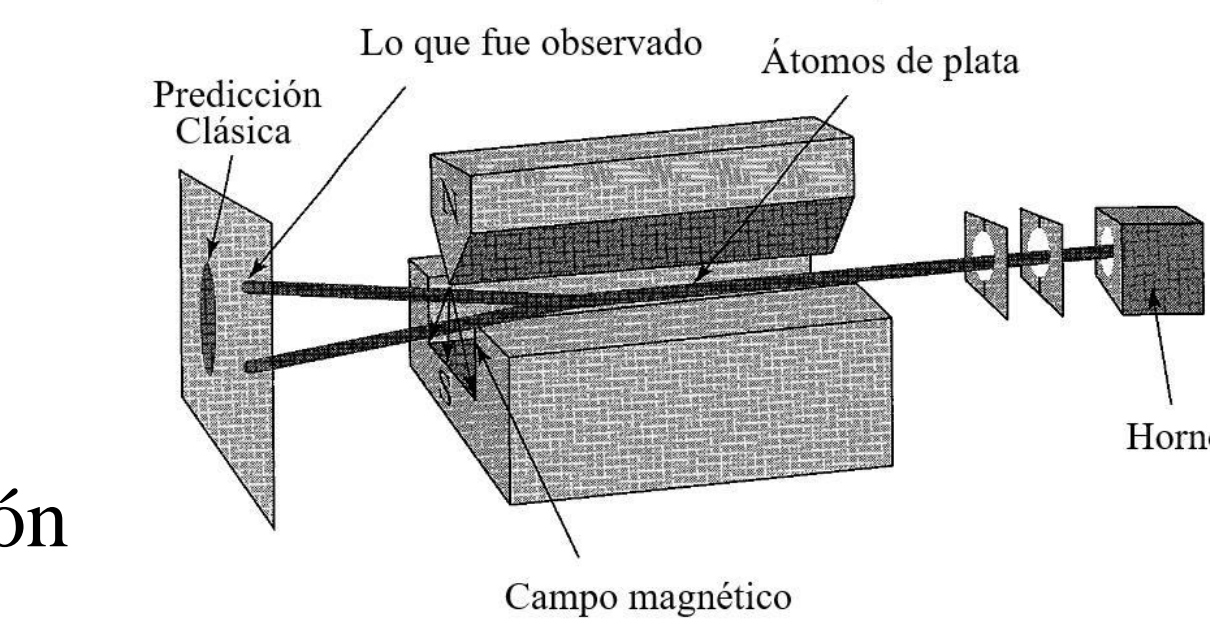


Figura 3. Arreglo del experimento Stern-Gerlach

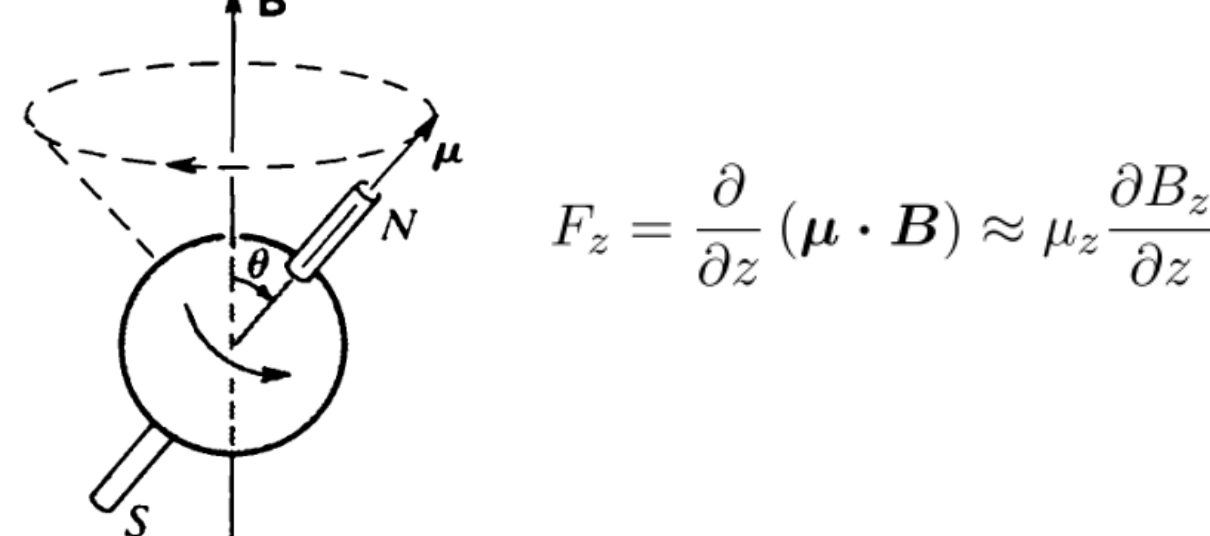


Figura 5. Modelo clásico de la precesión de una partícula cargada interactuando con un campo magnético.

Estado interno

- Espín del electrón: $|\uparrow\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}}[|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle]$ $|\downarrow\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}}[|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle]$ $|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $|\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Qubit: $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- El espín del electrón tiene dos estados en superposición, por lo que es un qubit ideal con el cual se puede trabajar [1].

Cambio de estado

- Solo se permite utilizar matrices unitarias para realizar una operación sobre un qubit, a estas matrices se les llama compuertas cuánticas[3]. Las más comunes son las de Pauli:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- También se puede representar al qubit de manera geométrica en una esfera unitaria, llamada esfera de Bloch con amplitudes dependientes de los ángulos: $|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + \exp(i\phi)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle$

Mediciones proyectivas

- Para realizar una medición del espín es necesario hacer una proyección:

$$P(0|\psi) = |\langle\psi|0\rangle|^2 = \left| \begin{pmatrix} \alpha & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2 = \alpha^2 \quad P(1|\psi) = |\langle\psi|1\rangle|^2 = \left| \begin{pmatrix} \alpha & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 = \beta^2$$

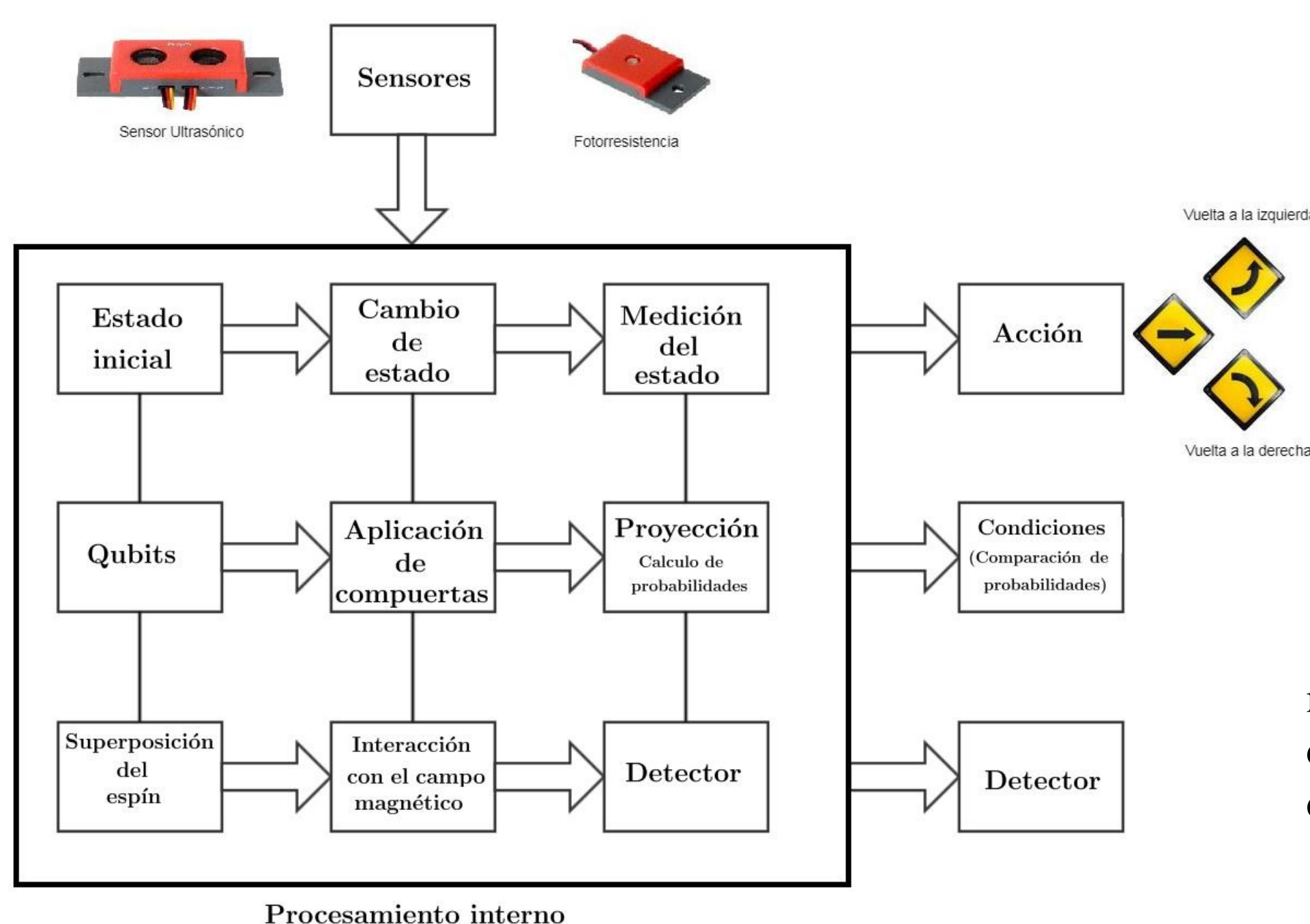


Figura 7. Diagrama del modelo del autómata cuántico en el experimento de Stern-Gerlach

III Simulación

- Se represento el estado del espín con un qubit aleatorio y haciendo uso de dos sensores (un ultrasónico y una fotorresistencia) como análogos del campo magnético interactuando con el electrón, asignándoles la compuerta Z y X (matrices de Pauli) respectivamente, es decir, al detectar un rango asignado de distancia entre un objeto y el robot la compuerta Z es aplicada al qubit inicial y al detectar un rango determinado de luz es aplicada la compuerta X.

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Se realiza posteriormente una proyección en la dirección correspondiente al sistema resultante (“↑”, “↓” con Z, “←”, “→”, con X), para obtener las probabilidades, compararlas y realizar una vuelta a la izquierda o derecha dependiendo de la probabilidad mayor (Fig. 8).

Figura 8. Interacción del robot con los obstáculos y las compuertas asignadas a cada sensor

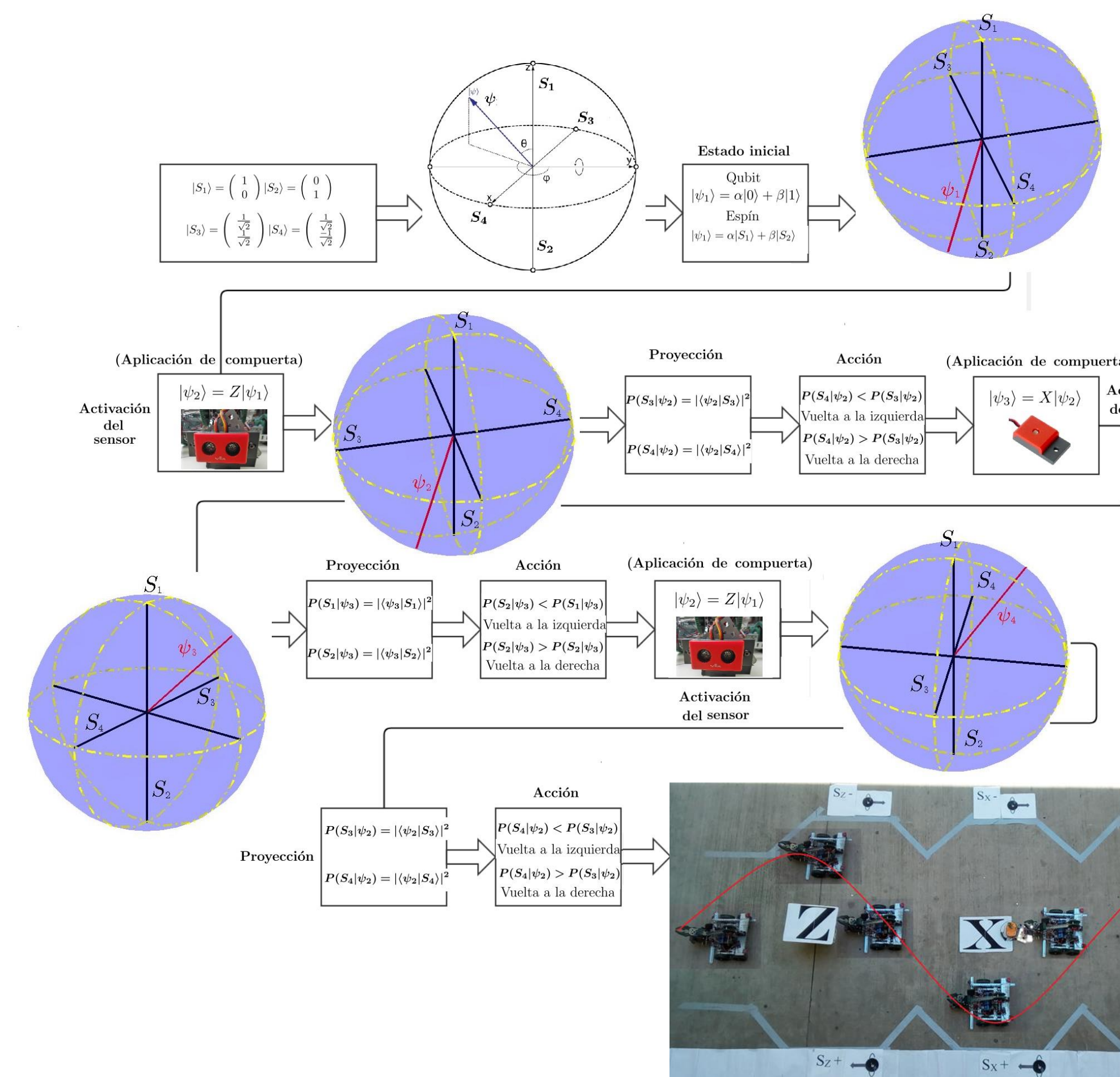


Figura 9. Diagrama de el procesamiento interno del autómata en la simulación.

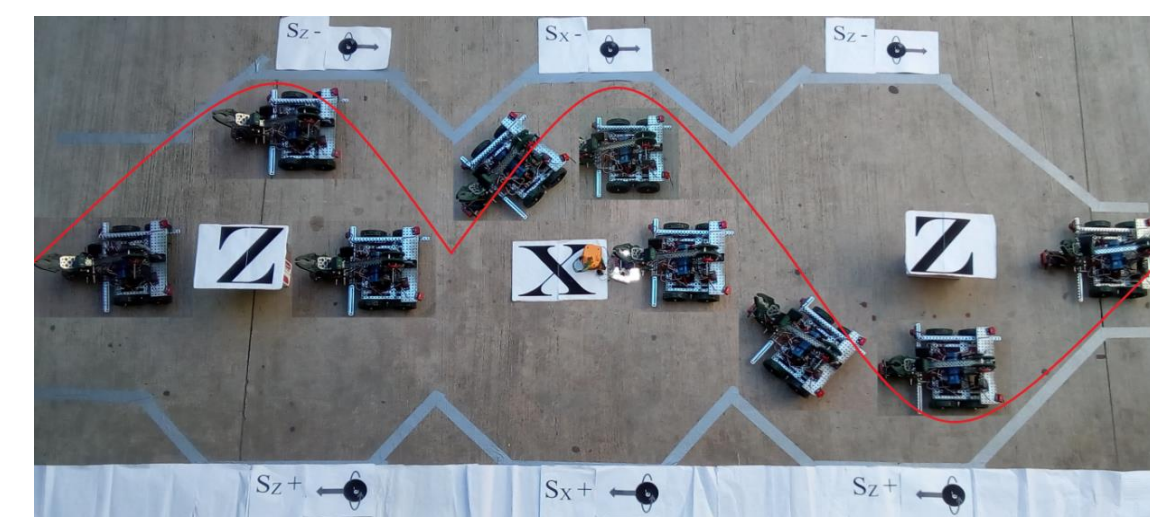


Figura 10. Posible trayectoria del robot en una simulación de un arreglo secuencial del experimento de Stern-Gerlach

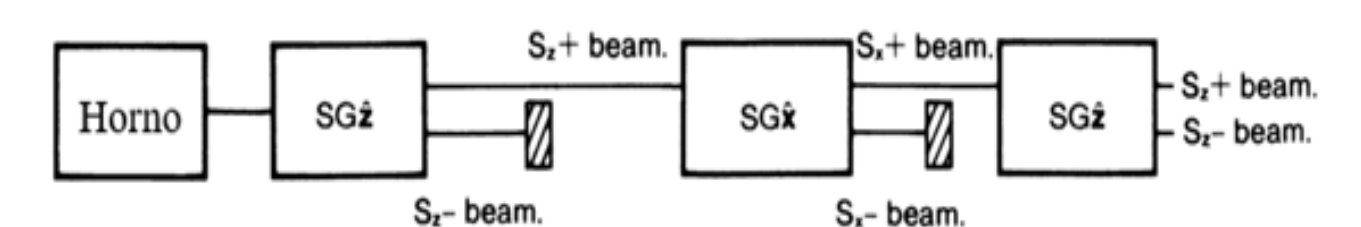


Figura 11. Arreglo secuencial del experimento de Stern-Gerlach con tres campos magnéticos, el primero en dirección Z, el segundo en X y el tercero en Z de nuevo.

IV Conclusiones

El campo de los autómatas cuánticos esta aun en su infancia con grandes promesas para el futuro, la teoría actual sugiere que los autómatas cuánticos podrán interactuar con ambientes mucho mas complejos que los autómatas actuales, operar con un mejor manejo de energía y memoria [6]. Los resultados de nuestro trabajo muestran el modelo del autómata cuántico aplicado a un robot real demostrando de manera práctica su funcionamiento y permitiendo tener las bases para realizar tareas más complejas que la simulación presentada para trabajos a futuro.

Referencias

- Eugene Kagan and Irad Ben-Gal. *Navigation of Quantum-Controlled Mobile Robots*. Recent Advances in Mobile Robotics, InTech
- Arushi Raghuvanshi, Yale Fan, Michal Woyke y Marek Perkowski. *Quantum Robots for Teenagers*. IEEE
- Michael A. Nielsen y Isaac L. Chuang. *Quantum computation and quantum information*, Cambridge university press, 2010.
- Sakurai J. J, Napolitano J. *Modern Quantum Mechanics*, 2da edicion.
- www.vexrobotics.com
- Prateek Tandon, Stanley Lam et al. *Quantum Robotics: A Primer on Current Science and Future Perspectives*. Morgan & Claypool, 2017.

Agradecimientos

Agradecemos a la División de Información Cuántica de la Sociedad Mexicana de Física, Matematike y al Centro de nanociencias y nanotecnología (Cnyn)