

SVPWM 的调制函数与谐波分析研究

张成*, 王心坚, 李良璋, 孙泽昌

(同济大学 新能源汽车工程中心, 上海 201804)

摘要: 基于规则采样法, 推导了 SVPWM 调制函数在线性调制区的解析表达式。其傅里叶分析表明, SVPWM 实质是对在三相正弦波中注入零序分量的调制波进行规则采样的变型 SPWM。在 Matlab/Simulink 环境下建模仿真。仿真结果表明, 输出电压谐波主要集中在开关频率及其整数倍附近; 随调制比增加, 低次谐波增加, 高次谐波减小, 总畸变率降低。

关键词: SVPWM; 调制函数; 规则采样; 谐波分析

中图分类号: TN787.2 **文献标识码:** A

空间矢量脉宽调制(Space Vector PWM, SVPWM) 源于交流电机定子磁链跟踪思想。它易于数字化实现(与 SPWM 相比) 电流波形畸变更小、谐波抑制效果更好、电机转矩较平稳、直流电压利用率高等优点^[1,2], 在多个领域中获得广泛应用。

本文基于规则采样法, 理论推导了 SVPWM 调制函数在线性调制区的解析表达式, 并对其进行了傅里叶分析; 在 Matlab/Simulink 中建立 SVPWM 仿真模型, 对其在线性和过调制区的调制波、输出相电压进行谐波分析。

1 SVPWM 算法

对于三相电压型逆变器而言, 相电压输出依赖于它所对应的逆变器上下功率开关的状态。三相桥式电压型逆变器有 8 种工作状态, 对应输出 8 种基本电压矢量 \vec{V}_{Fx} , 其中 $\vec{V}_{F0}, \vec{V}_{F7}$ 为零矢量, 其余 6 个基本矢量如图 1。

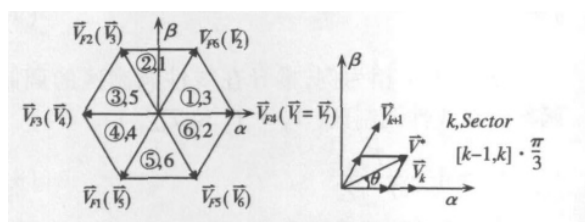


图 1 基本电压矢量及矢量合成

SVPWM 工作原理的相关文献^[3,4] 很多, 限于篇幅, 此不赘述, 这里直接给出算法^[5]:

(1) 确定矢量 \vec{V}^* 所在扇区

给定参考电压矢量 $\vec{V}^* = V_\alpha^* + jV_\beta^*$, 取中间变

量 $V_{ref1} = V_\beta^*, V_{ref2} = \frac{1}{2}(\sqrt{3}V_\alpha^* - V_\beta^*), V_{ref3} = \frac{1}{2}(-\sqrt{3}V_\alpha^* - V_\beta^*)$. 若 $V_{ref1} > 0$, 则 $A = 1$, 否则 $A = 0$; 若 $V_{ref2} > 0$, 则 $B = 1$, 否则 $B = 0$; 若 $V_{ref3} > 0$, 则 $C = 1$, 否则 $C = 0$.

定义扇区值: $Sector = A + 2B + 4C$.

(2) 确定相邻两基本矢量的作用时间

取 $X = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{T_{pwm}}{V_F} \cdot V_\beta^*, Y = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{T_{pwm}}{V_F} \cdot$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}V_\alpha^* + \frac{1}{2}V_\beta^*\right), Z = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{T_{pwm}}{V_F} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}V_\alpha^* + \frac{1}{2}V_\beta^*\right),$

则在各扇区相邻两非零基本矢量的作用时间, 见表 1。

表 1 相邻非零基本矢量的作用时间

扇区值 Sector	前矢量 T_1	后矢量 T_2
1	Z	Y
2	Y	-X
3	-Z	X
4	-X	Z
5	X	-Y
6	-Y	-Z

若出现饱和($T_1 + T_2 > T_{pwm}$) 则作用时间取

$$\begin{cases} T'_1 = \frac{T_1}{T_1 + T_2} \cdot T_{pwm} \\ T'_2 = \frac{T_2}{T_1 + T_2} \cdot T_{pwm} \end{cases}$$

* 收稿日期: 2012-10-20

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划 2011CB711202); 中央高校专项资金

作者简介: 张成(1987-), 男, 江苏徐州人, 硕士研究生, 研究方向: 永磁同步电机矢量控制, Email: zhangcheng431@163.com.

* 通讯作者: 张成, Email: zhangcheng431@163.com.

(3) 确定比较器的切换点 $T_{cmA} B C$

取 $T_{cm1} = \frac{T_{pwm} - T_1 - T_2}{4}$, $T_{cm2} = T_{cm1} + \frac{T_1}{2}$, $T_{cm3} = T_{cm2} + \frac{T_2}{2}$ 则各扇区中三相桥臂的上桥臂开关通断的切换点,如表 2.

表 2 开关时刻表

扇区值 Sector	开关切换时间点		
	T_{cmA}	T_{cmB}	T_{cmC}
1	Tcm2	Tcm1	Tcm3
2	Tcm1	Tcm3	Tcm2
3	Tcm1	Tcm2	Tcm3
4	Tcm3	Tcm2	Tcm1
5	Tcm3	Tcm1	Tcm2
6	Tcm2	Tcm3	Tcm1

2 SVPWM 调制函数

2.1 规则采样法

在规则采样法中,每个 PWM 脉冲的中点与对应的一个周期三角载波的中点重合,即是使每个脉冲都以相应的三角波中点为对称^[6],如图 2.

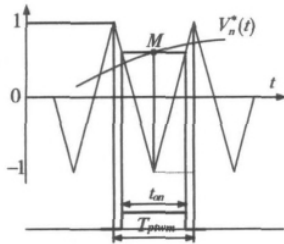


图 2 规则采样法

对三相调制波的幅值以 $N = V_{dc}/2$ 为基准作归一化处理:

$$V_n^*(t) = \frac{V_n^*(t)}{N} \quad (1)$$

采用规则采样,则输出 PWM 脉冲的占空比为

$$d = \frac{t_{on}}{T_{pwm}} = \frac{1 + V_n^*(t)}{2}$$

则调制波在采样时刻数值为:

$$V_n^*(t_M) = 2d - 1 \quad (2)$$

2.2 调制函数推导

在图 1 中 6 个基本电压矢量将 $\alpha\beta$ 坐标系分成 6 个区间,依次为: $[0, \frac{1}{3}\pi]$, $[\frac{1}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi]$, $[\frac{2}{3}\pi, \pi]$, $[\pi, \frac{4}{3}\pi]$, $[\frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi]$, $[\frac{5}{3}\pi, 2\pi]$. 定义区间序号 k ,其对应的区间表示为 $[\frac{k-1}{3}\pi, \frac{k}{3}\pi]$ $k = 1, 2, \dots, 6$ (见图 1).

任意相位的电压矢量是由基本电压矢量的线性组合来获得。

据面积等效原理^[6] 在第 k 区间,有:

$$\vec{V}^* \cdot T_{pwm} = \vec{V}_k \cdot t_k + \vec{V}_{k+1} \cdot t_{k+1} \quad (3)$$

(3) 式中, \vec{V}_k, \vec{V}_{k+1} 为第 k 区间的两个基本电压矢量(且有 $\vec{V}_7 = \vec{V}_1$) 在 $\alpha\beta$ 复平面上表示为:

$$\vec{V}_k = V_F \cdot e^{j\frac{k-1}{3}\pi} \quad k = 1, 2, \dots, 6.$$

$$\vec{V}^* = V^* \cdot e^{j\theta} \quad (4)$$

联立 (3)、(4) 二式及 $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$, 可解得两基本电压矢量的作用时间:

$$\begin{cases} t_k = -\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V^*}{V_F} \cdot T_{pwm} \sin\left(\theta - \frac{k}{3}\pi\right) \\ t_{k+1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V^*}{V_F} \cdot T_{pwm} \sin\left(\theta - \frac{k-1}{3}\pi\right) \end{cases} \quad k =$$

1, 2, \dots, 6. \quad (5)

在线性调制区($T_1 + T_2 \leq T_{pwm}$) 表 1 等价于:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{cases} [t_k \quad t_{k+1}]^T & k = 1, 3, 5 \\ [t_{k+1} \quad t_k]^T & k = 2, 4, 6 \end{cases} \quad (6)$$

进而:

$$\begin{cases} T_{cm1} = \frac{T_{pwm}}{4} \left[1 + a \cdot \sin\left(\theta - \frac{k+1}{3}\pi\right) \right] \\ T_{cm2} = \begin{cases} \frac{T_{pwm}}{4} \left[1 - \sqrt{3}a \cdot \cos\left(\theta - \frac{k+1}{3}\pi\right) \right], & k = 1, 3, 5 \\ \frac{T_{pwm}}{4} \left[1 + \sqrt{3}a \cdot \cos\left(\theta - \frac{k+1}{3}\pi\right) \right], & k = 2, 4, 6 \end{cases} \\ T_{cm3} = \frac{T_{pwm}}{4} \left[1 - a \cdot \sin\left(\theta - \frac{k+1}{3}\pi\right) \right] \end{cases}$$

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{V^*}{V_F} \quad (7)$$

以下以 A 相为例,推导在线性调制区的调制函数。在线性调制区($T_1 + T_2 \leq T_{pwm}$):

$$d_A = 1 - \frac{T_{cmA}}{T_{pwm}/2} \quad (8)$$

由 (2)、(8) 式及表 2, 可得:

$$V_{nA}^*(t) = \begin{cases} a \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) & k = 1, 4 \\ \sqrt{3} \cdot a \cos\theta & k = 2, 5 \\ a \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) & k = 3, 6 \end{cases} \quad a = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{V^*}{V_F} \quad (9)$$

将 V_{nA}^* 作为 SPWM 调制(规则采样)的 A 相调制信号,则可以产生与空间矢量调制方法相同的控

制效果^[7]。B、C相的调制波形与A相相同,相位

互差 $\frac{2}{3}\pi$ 。

2.3 傅里叶分析

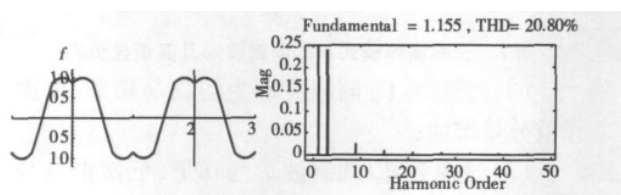
(9)式中的系数

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{V_{pp}^*}{V_F} = \sqrt{3} \cdot \frac{V_{pp}^*}{V_{dc}} \quad (10)$$

式中, V_{pp}^* 为参考电压矢量 \vec{V}^* 在三相静止坐标系下的相电压幅值。当 V_{pp}^* 一定, 则 a 为常数。定义以 2π 为周期的周期函数, 在 $[0, 2\pi)$ 区间上定义为:

$$f(\theta) = \frac{V_{nA}^*}{a} = \begin{cases} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) & \theta \in \left[0, \frac{1}{3}\pi\right) \cup \left[\pi, \frac{4}{3}\pi\right) \\ \sqrt{3}\cos\theta & \theta \in \left[\frac{1}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi\right) \cup \left[\frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) & \theta \in \left[\frac{2}{3}\pi, \pi\right) \cup \left[\frac{5}{3}\pi, 2\pi\right) \end{cases} \quad (11)$$

$f(\theta)$ 的图像如图3(a)。



(a) $f(\theta)$ 图像

(b) 谐波分布(基波周期 2π)

图3 SVPWM 调制函数 $f(\theta)$

函数 $f(\theta)$ 满足狄利克雷(Dirichlet)收敛定理, 其傅里叶级数收敛。通过下式将其展开成傅

里叶级数:

$$f(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (12)$$

其中,

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \cos n\theta d\theta (n = 0, 1, 2, \dots) \\ b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \sin n\theta d\theta (n = 1, 2, \dots) \end{cases}$$

$f(\theta)$ 为偶函数, 不含有正弦项, 即 $b_n = 0$ 。其余各项傅里叶系数, 如表3。

表3 调制函数的傅里叶系数

n	a_n	n	a_n	n	a_n
0	0	4-8	0	27	$-\frac{3}{364\pi}$
1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	9	$-\frac{3}{40\pi}$	33	$-\frac{3}{544\pi}$
2	0	15	$-\frac{3}{112\pi}$	39	$-\frac{3}{760\pi}$
3	$-\frac{3}{4\pi}$	21	$-\frac{3}{220\pi}$	\vdots	\vdots

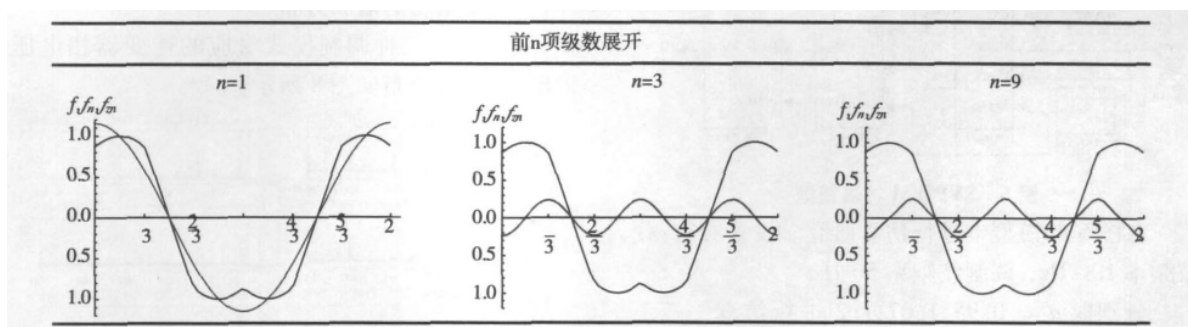
(12)式即为:

$$f(\theta) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\theta - \frac{3}{4\pi} \cos 3\theta - \frac{3}{40\pi} \cos 9\theta - \frac{3}{112\pi} \cos 15\theta - \frac{3}{220\pi} \cos 21\theta - \dots \quad (13)$$

$f(\theta)$ 各次谐波分布如图3(b)。

表4描述了 $f(\theta)$ 前 n 项傅里叶展开式 $f_n(\theta)$ 对 $f(\theta)$ 的逼近程度。可见, SVPWM 调制函数主要由基波和三次谐波构成。

表4 $f(\theta)$ 前 n 项傅里叶展开式 $f_n(\theta)$ 及其零序分量 $f_{zn}(\theta)$



除基波分量外, 其余都是零序分量 $f_{zn}(\theta)$, 即表4中粗线。由此可见, 典型的 SVPWM 是一种在 SPWM 的相调制波中加入了零序分量后, 进行规则采样得到的结果^[8,9]。SVPWM 和 SPWM 不是两种孤立的调制方式, 它们之间有内在的联系。

3 过调制谐波分析

3.1 调制区域划分

如图4(a), 可以证明: 两个电压矢量所能合成的等效电压矢量正好在由它们围成的三角形的内部和边界上^[1]。由此, 可以得出 SVPWM 的线性调

制区——六边形的内切圆所包围的区域,如图 4 (b)。

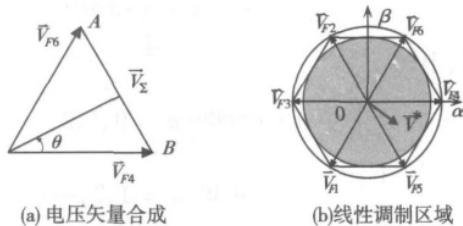


图 4 SVPWM 的线性调制区域(阴影区域)

图 4(b) 中的内切圆的半径即为线性调制可输出相电压幅值最大值, 为 $\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}$. 令 $t_k + t_{k+1} \leq T_{pwm}$ 结合式亦可以得出一致的结论。

如图 4(b), 对各调制区域作如下划分。对调制信号——旋转参考电压矢量 \vec{V}^* :

- (1) 若其端点在内切圆之内或 $V_{pp}^* \in (0, \frac{1}{\sqrt{3}}] \cdot V_{dc}$ 或 $a \in (0, 1]$ 称线性调制;
- (2) 若其端点在内切圆之外且在外接圆之内或 $V_{pp}^* \in (\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{3}] \cdot V_{dc}$ 或 $a \in (1, \frac{2}{\sqrt{3}}]$, 称过调制 I;
- (3) 若其端点在外接圆之外或 $V_{pp}^* \in (\frac{2}{3}, +\infty] \cdot V_{dc}$ 或 $a \in (\frac{2}{\sqrt{3}}, +\infty]$ 称过调制 II。

3.2 调制波形及其谐波分布

在 Matlab/Simulink 中建立 SVPWM 的仿真模块, 如图 5。

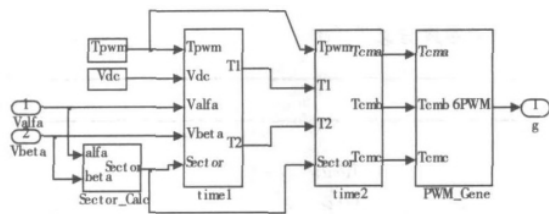


图 5 SVPWM 仿真模型

在图 6 的模型中进行仿真研究。设置参数: 载波频率 10 kHz, 调制波频率 50 Hz。

分别取 $a = 0.95, 1.07, 1.2$ 进行仿真。三个数值分别对应 3.1 中的线性调制、过调制 I 和过调制 II。运行模型观察调制波形, 如图 7(a)。相应调制波形的谐波分布如图 7(b) 所示。

(1) 线性调制区: 调制波形为完整马鞍形, 其谐波主要分布在 3 次、9 次、21 次等, 波形及谐波分布与 2.2 的分析完全一致;

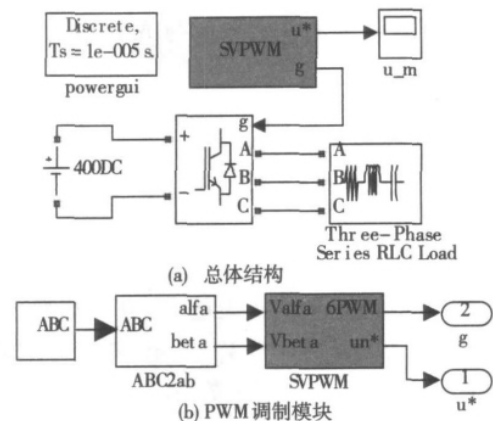


图 6 调制波观察仿真环境

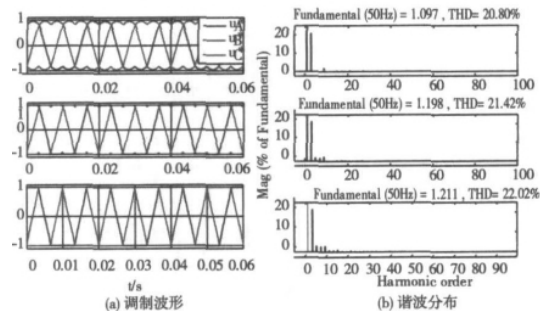


图 7 三种调制模式下的调制波形及其谐波分布

(2) 过调制 I: 调制波形为切顶马鞍形, 低次谐波分量增加;

(3) 过调制 II: 调制波形为梯形, 低次谐波分量继续增加。

在过调制区, 切顶马鞍形或梯形调制波的产生, 是由于饱和抑制的作用对原本马鞍形的调制波进行限幅切顶得到的, 所以含有较高的低次谐波分量。这会引起电动机转矩脉振的增加^[5]。

3.3 输出电压的谐波分布

3.2 中的三种调制模式对应的逆变器相电压输出, 其谐波分布如图 8 所示。

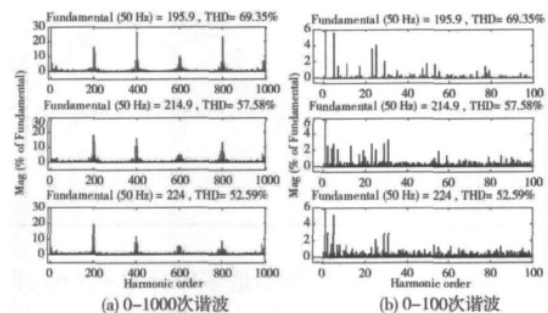


图 8 三种调制模式下的相电压输出的谐波分布

观察图 8, 可以看出:

(1) 线性调制区: 谐波主要集中分布在开关频率(10 kHz)及其整数倍附近;

(2) 过调制 I: 谐波分布与线性区类似, 但低次谐波分量增加, 高次谐波及总谐波畸变率有所降低;

(3) 过调制 II: 低次谐波分量继续增加, 高次谐波及总谐波畸变率进一步降低。

在过调制阶段, 低次谐波分量的增加是因为 SVPWM 调制波本身发生了畸变(如图 7(a)), 参考电压矢量轨迹已非圆形, 但总的谐波畸变率下降(如图 7(b)), 一方面是因为零矢量的作用消失, 另一方面是因为电压得到了更充分的利用^[10]。

4 结论

通过对 SVPWM 调制算法的理论分析和仿真研究, 可以得出:

(1) SVPWM 实质是一种基于空间矢量, 对在三相正弦波中注入了零序分量的调制波进行规则采样的一种变型 SPWM;

(2) 在过调制区, SVPWM 隐含调制波呈切顶马鞍形或梯形, 含有较高的低次谐波分量, 这是由于饱和抑制作用对原本马鞍形的调制波进行限幅切顶的结果;

(3) SVPWM 调制输出电压的谐波分布具有如下特性: ①主要谐波集中在开关频率及其整数倍附近; ②在过调制区, 随调制比增加, 低次谐波分量增

加, 高次谐波分量减小, 总谐波畸变率降低。

参考文献:

- [1] 袁登科, 陶生桂. 交流永磁电机变频调速系统[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- [2] 曾允文. 变频调速 SVPWM 技术的原理、算法与应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- [3] van der Broeck H W, Skudelny H C, Stanke G V. Analysis and realization of a pulsewidth modulator based on voltage space vectors [J]. Industry Applications, IEEE Transactions on, 1988, 24(1): 142 - 150.
- [4] 杨贵杰, 孙力, 崔乃政, 等. 空间矢量脉宽调制方法的研究[J]. 中国电机工程学报, 2001(05): 79 - 83.
- [5] 田亚菲, 何继爱, 黄智武. 电压空间矢量脉宽调制(SVPWM)算法仿真实现及分析[J]. 电力系统及其自动化学报, 2004(04): 68 - 71.
- [6] 王兆安, 刘进军. 电力电子技术[M]. 第5版. 北京: 机械工业出版社, 2009.
- [7] 徐德鸿. 电力电子系统建模及控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [8] 熊健, 康勇, 张凯, 等. 电压空间矢量调制与常规 SPWM 的比较研究[J]. 电力电子技术, 1999(1): 25 - 28.
- [9] Bowes S R, Yen - Shin L. The relationship between space - vector modulation and regular - sampled PWM [J]. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, 1997, 44(5): 670 - 679.
- [10] 高莹, 谢吉华, 陈浩. SVPWM 的调制及谐波分析[J]. 微特电机, 2006(7): 10 - 12.

Study on Modulation Function and Harmonics of SVPWM

ZHANG Cheng^{*}, WANG Xin-jian, LI Liang-zhang, SUN Ze-chang

(Clean Energy Automotive Engineering Center, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: Based on regular sampling method, the analytic expression of modulation function of space vector pulse width modulation (SVPWM) in the linear modulation range was deduced. The Fourier analysis demonstrates that SVPWM is essentially a variant of SPWM whose modulation wave was derived by adding a zero-sequence component, in the form of sine wave segments, to the modulation wave of SPWM. A model was built in Matlab/Simulink environment. The simulation results show that harmonics of output voltage concentrate around integer multiples of carrier frequency, and higher modulation index yields higher low-order harmonics, lower high-order harmonics and a lower total harmonic distortion.

Key words: SVPWM; modulation function; regular sampling; harmonic analysis