Lógica Matemática

Aula 6: Tautologias e Equivalência Lógica

Apresentação

Nesta aula, determinaremos as proposições recíprocas, contrárias e contrapositivas de determinada proposição, além de determinar a negação conjunta e disjunta de duas proposições.

Objetivos

- Determinar as proposições recíprocas, contrárias e contrapositivas de determinada proposição.
- Determinar a negação conjunta e disjunta de duas proposições

Introdução

Iniciaremos, neste momento, uma breve abordagem dos conceitos de Tautologia e Equivalência Lógica. Para isso, enunciaremos um teorema e deixaremos a demonstração para que você pense um pouco.

P (p, q,r, . . .) ↔ Q (p, q, r...)

se e somente se a bicondicional:

P (p, q,r, . . .) ↔ Q (p, q, r...)

é tautológica.

Exemplo:

Vamos mostrar que a bicondicional $(p \wedge \neg q) \rightarrow c) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$ em que c é uma proposição lógica cujo valor lógico é F, é tautológica. Portanto, se a bicondicional é tautológica, teremos uma equivalência lógica.

Lembre-se: para provar que uma proposição é tautológica, devemos mostrar que sua última coluna só possui o valor V.

p	q	¬q	c	p∧¬q	(p ∧ ¬q) → c	p→q	(p ∧ ¬q) → c) ↔ (p → q)
V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	V
F	V	F	F	F	V	V	V
F	F	V	F	F	V	V	V

Portanto, as proposições “p ∧ ¬q → c” e “p → q”são equivalentes, simbolicamente Temos:

p ∧ ¬q → c ↔ p → q

Iniciaremos uma breve abordagem das proposições associadas a uma condicional. Dada a condicional p → q , chamam-se proposições associadas a p → q as três proposições condicionais seguintes que contêm p e q:

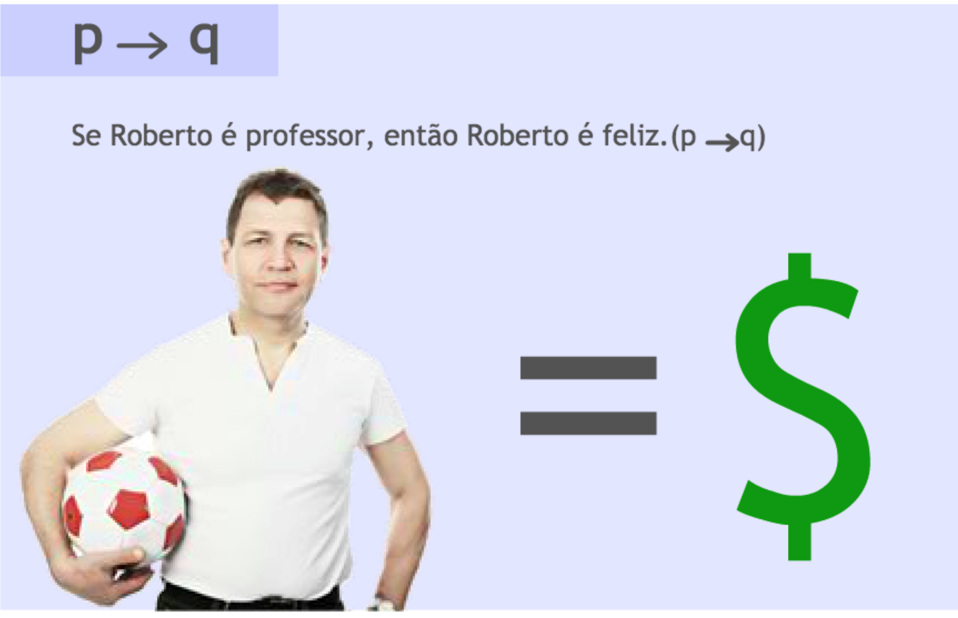
1. Proposição recíproca de p → q : q → p

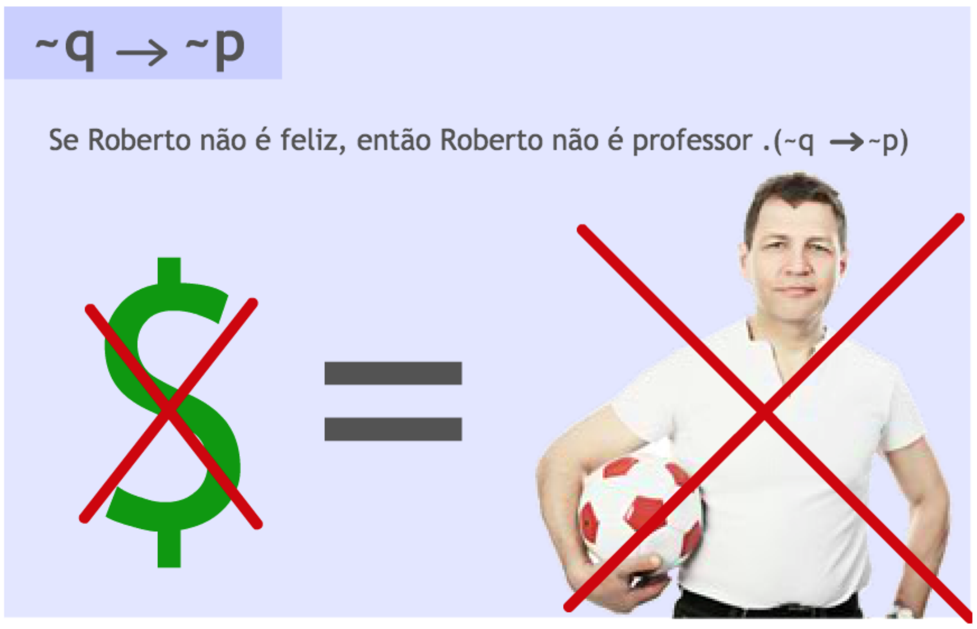
2. Proposição contrária de p → q: ¬p → ¬q

3. Proposição contrapositiva de p → q: ¬q → ¬p

Você já deve ter concluído, então, que a condicional p → q e a sua contrapositiva ¬q → ¬p são equivalentes.

No exemplo abaixo, temos a contrapositiva da condicional. Observe:





Acreditamos que já está na hora de organizar as idéias. Olhando a tabela, podemos notar duas equivalências.

Uma delas é $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$ e a outra é $q \rightarrow p \leftrightarrow \neg p \rightarrow \neg q$

Você deve estar ansioso para verificar se está entendendo esta aula, certo? Então, a melhor maneira é propor um exercício para que você possa se autoavaliar. Vamos lá? Confiamos em você!

Atividade

Determine:

a) A contrapositiva de $q \rightarrow \neg p$ R: p --> -q

b) A contrapositiva de $\neg q \rightarrow p$ R: -p --> q

c) A contrapositiva da contrária de $p \rightarrow q$ R: q --> p

2 - Devemos, sempre, buscar algo mais e, portanto, proporemos uma nova série de exercícios.

Determine:

a) A recíproca da contrapositiva de $\neg p \rightarrow \neg q$ R: p --> q

b) A contrapositiva de $\neg p \rightarrow q$ R: -q --> p

c) A contrapositiva da recíproca de $p \rightarrow \neg q$ R: -p --> q

d) A contrapositiva de $p \rightarrow \neg q$ R: q --> -p

Negação conjunta de duas proposições

Chama-se negação conjunta de duas proposições p e q a proposição representada simbolicamente pela notação “$p \downarrow q$” , que se lê : “nem p e nem q”, e cujo valor lógico é definido pela seguinte tabela-verdade.

p	q	p↓q
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Observe que a negação conjunta só é verdadeira quando as duas

proposições são falsas.

Negação disjunta de duas proposições

Chama-se negação disjunta de duas proposições p e q a proposição "não p ou não q", isto é, simbolicamente $\neg p \vee \neg q$. A negação disjunta de duas proposições p e q também se indica pela notação $p \uparrow q$. Portanto, temos:

$p \uparrow q \leftrightarrow \neg \mathbf{p} \vee \neg \mathbf{q} \Rightarrow$ Esta proposição é falsa somente no caso em que p e q são ambas verdadeiras , então , a tabela-verdade de "$p \uparrow q$" é a seguinte:

p	q	p↑q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	V

Os símbolos ↓ e ↑ são chamados "conectivos de SCHFFER".

Notas

Título modal [1]

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

Título modal [1]

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

Referências

SOUZA, João. Lógica para ciência da computação. Ed. Elsevier.

Próxima aula

- noções de Álgebra Booleana.

Explore mais