Lógica Matemática

Aula 4: Implicação Lógica

Apresentação

Nesta aula, começaremos resolvendo o exercício sobre contingência deixado e então trataremos da implicação lógica.

Objetivos

- Identificar e representar uma Implicação;
- Analisar uma Implicação usando Tabela verdade.

Introdução

Estamos de volta com as duas tabelas da última aula .

Na tabela abaixo temos uma contingência, pois a última coluna é constituída de valores lógicos V e F, isto é, não é nem uma tautologia, nem uma contradição.

$p \rightarrow \neg p$

p	¬p	p → ¬p
V	F	F
F	V	V

Vamos a proposição $p \vee q \rightarrow p$

p	q	p ∨ q	p ∨ q ↔ p
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	V

Você já deve ter percebido que tudo fica mais simples quando você constrói seu próprio conhecimento, não?

Implicação lógica

Uma proposição **P(p,q,r,...)** implica logicamente ou apenas implica uma proposição **Q(p,q,r,...)** , se **Q(p,q,r,......)** é **verdadeira (V)** todas as vezes que **P(p,q,r,.....)** é **verdadeira (V)**.

Vamos construir em uma mesma tabela as proposições p ∧ q , p ∨ q, p ↔ q. observe:

p	q	p ∧ q	p ∨ q	q ↔ p
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V

Para facilitar o nosso trabalho ,observe que destacamos em negrito na primeira linha da tabela os primeiros elementos das colunas 3,4 e 5. Claro que nos objetivamos com isso reforçar o fato de que a proposição p ∧ q só é verdadeira na primeira linha e que as outras duas proposições p ∨ q acompanham o valor lógico , ou seja , também são verdadeiras, isso significa que a primeira proposição implica cada uma das outras duas.

Podemos escrever da seguinte forma o que foi mencionado acima:

$$p \wedge q \Rightarrow p \vee q \text{ e } p \wedge q \Rightarrow p \leftrightarrow q$$

Você deve ter notado que utilizamos o símbolo => para indicar implicação lógica. Como temos certeza ,que como nós você está cada vez mais motivado , aprofundaremos mais um pouco os nossos conhecimentos , procurando aproveitar tudo o que a tabela nos proporciona.

As mesmas tabelas-verdade também demonstram as importantes **Regras de inferência:**

Adição
$p \Rightarrow p \vee q$ e $q \Rightarrow p \vee q$

Gostaríamos de chamar a atenção para não perdermos de vista que, quando p é V, p v q é V e, quando q é V, p v q também é V.

Simplificação
$p \wedge q \Rightarrow p$ e $p \wedge q$

Vamos, agora, em uma única tabela, considerar as seguintes proposições:

$$p \leftrightarrow q,\ p \rightarrow q,\ q \rightarrow p$$

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V

Quais foram as suas conclusões? Temos certeza que você já está apto para indicar que :

$$p \leftrightarrow q \Rightarrow p \rightarrow q \text{ e } p \leftrightarrow q \Rightarrow q \rightarrow p$$

Vamos formar a tabela-verdade da proposição : $(p \vee q) \wedge \neg p$ e aumentar , ainda mais, nossos conhecimentos:

p	q	$p \vee q$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p$
V	V	V	F	F
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F

Agora fica fácil , não? Observamos que a proposição composta acima é verdadeira somente na terceira linha e então subsiste a implicação lógica:

$(p \vee q) \wedge \neg p \Rightarrow q$ e $(p \vee q) \wedge \neg q \Rightarrow p$ (denominadas **Regra do Silogismo disjuntivo**)

Nesse momento faremos mais um pouco de esforço para aumentar ainda mais nossos conhecimentos ,uma vez que estamos caminho firme e certo na aquisição do conhecimento necessário ao êxito do curso.

Considere a tabela da seguinte proposição : $(p \rightarrow q) \wedge p$

p	**q**	**$p \rightarrow q$**	**$(p \rightarrow q) \wedge p$**
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	F

Está ficando cada vez mais fácil , não?

Então você observou que a proposição dada só é verdade na primeira linha e aí , nesta linha, a proposição “q” também é verdadeira (V). Logo , temos a seguinte implicação lógica conhecida pelo nome de Regra Modus ponens <> , não estranhe os nomes , procure lembrar que esses nomes são oriundos do Latim, e que logo estaremos familiarizados com eles.

$$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$$

Vamos a mais uma das implicações lógicas essa conhecida pelo nome de Regra Modus tollens.

Para tal vamos construir as tabelas-verdade das proposições:

$$(p \rightarrow q) \wedge \neg q \text{ e } \neg p$$

p	q	p → q	¬q	(p → q) ∧ ¬q)	¬p
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

Com certeza acertou outra vez, não? Claro que a implicação lógica é:

$$(p \rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$$

Essa tabela nos mostra que:

$$\neg p \text{ implica } p \rightarrow q \text{, isto é: } \neg p \Rightarrow p \rightarrow q$$

Leia com atenção as **principais regras de implicação.**

p ⇒ p ∨ q	**Adição**
p ∧ q ⇒ p ou p ∧ q ⇒ q	**Simplificação**
(p ∨ q) ∧ ¬p ⇒ q ou (p ∨ q) ∧ ¬q ⇒ p	**Silogismo Disjuntivo**
(p → q) ∧ p ⇒ q	**Modus ponens**
(p → q) ∧ ¬q ⇒ ¬p	**Modus tolens**
(p → q) ∧ (q → r) ⇒ p → r	**Silogismo hipotético**
p ∧ ¬p → f	**Principio da inconsistência**

Notas

Regra Modus tollens

Não estranhe os nomes, procure lembrar que são oriundos do Latim e que, logo, você estará familiarizado com eles.

Título modal [1]

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

Referências

SOUZA, João. Lógica para ciência da computação. Ed. Elsevier.

Próxima aula

- Equivalência Lógica.

Explore mais

Pesquise na internet sites, vídeos e artigos relacionados ao conteúdo visto. Se ainda tiver alguma dúvida, fale com seu professor online, utilizando os recursos disponíveis no ambiente de aprendizagem.