

Lógica Matemática

Aula 5: Equivalência Lógica

Apresentação

Nesta aula, identificaremos e representaremos uma Equivalência lógica, bem como construiremos uma demonstração de Equivalência lógica usando Tabela verdade.

Objetivos

- Identificar e representar uma Equivalência Lógica.
- Construir demonstração de Equivalência lógica usando Tabela Verdade.

EQUIVALÊNCIA LÓGICA

Atenção para não confundir a Implicação Lógica com a Equivalência Lógica.

Uma proposição $P(p,q,r,\dots)$ é logicamente equivalente ou simplesmente equivalente a uma proposição $Q(p,q,r,\dots)$ se as Tabelas Verdade de ambas as proposições são rigorosamente iguais.

Utilizaremos, para indicar tal fato, a notação $P(p,q,r,\dots) \leftrightarrow Q(p,q,r,\dots)$. Então, você já concluiu que, se as duas proposições forem ambas tautológicas ou ambas contradições, elas são equivalentes.

Você, cada vez mais, domina os conteúdos e isso nos motiva ainda mais, a continuar nessa jornada solidária em busca do saber.

$p \Rightarrow p \vee q$	Adição
$p \wedge q \Rightarrow p$ ou $p \wedge q \Rightarrow q$	Simplificação
$(p \vee q) \wedge \neg p \Rightarrow q$ ou $(p \vee q) \wedge \neg q \Rightarrow p$	Silogismo Disjuntivo
$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$	Modus ponens
$(p \rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$	Modus tolens
$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$	Silogismo hipotético
$p \wedge \neg p \rightarrow f$	Princípio da inconsistência

Exemplo 1:

Regra da dupla negação: as proposições $\neg \neg p$ e p são equivalentes. Para demonstrar tal fato, basta mostrarmos que ambas as proposições apresentam a mesma Tabela Verdade. Logo:

p	$\neg p$	$\neg \neg p$
V	F	V
F	V	F

Exemplo 2:

As proposições $\neg p \rightarrow p$ e p são equivalentes, isto é, ambas apresentam a mesma Tabela Verdade. Logo, vamos mostrar que

$\neg \neg p \rightarrow p \leftrightarrow p.$

p	q	$\neg \neg p \rightarrow p$	p
V	F	V	V
F	V	F	F

p	$\neg p$	$\neg p \rightarrow p$
V	F	V
F	V	F

Exemplo 3:

As proposições $p \rightarrow q$ e $\neg p \vee q$ são logicamente equivalentes. Vejamos, mais uma vez a Tabela Verdade.

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

$p \rightarrow q$ Se Marcos é alto, então Regina é esforçada.

$\neg p \vee q$ Marcos não é alto ou Regina é esforçada.

Lembre-se: Simbolicamente podemos indicar: $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg p \vee q$

Exemplo 4:

As condicionais $p \rightarrow p \wedge q$ e $p \rightarrow q$ são logicamente equivalentes, reforçando que apresentam Tabelas Verdade idênticas.

Veja:

p	q	$p \wedge q$	$p \rightarrow p \wedge q$	$p \rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Lembre-se: Simbolicamente podemos indicar: $p \rightarrow p \leftrightarrow p \rightarrow q$

Exemplo 5:

A bicondicional $p \leftrightarrow q$ e a disjunção $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ são logicamente equivalentes; portanto, mostremos que apresentam a mesma Tabela Verdade.

sempre será equivalente a $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \wedge q$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$	$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
V	V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	V	F	F
F	V	F	F	V	F	F	F
F	F	V	F	V	V	V	V

Observando a terceira e a última coluna, concluímos que: $p \rightarrow q \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

Já estamos nos aproximando do término desta aula. Rápido, não? Mas, antes, vejamos mais uma importante Equivalência Lógica.

Exemplo 6:

A bicondicional $p \leftrightarrow q$ e a conjunção $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ são logicamente equivalentes. Mostremos, então, que as Tabelas Verdade são idênticas.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$p \leftrightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V	V

V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Na tabela, mostramos que a bicondicional e a conjunção são logicamente equivalentes. Assim, chegamos ao término de mais uma etapa no nosso processo de aquisição de conhecimento.

Notas

Título modal ¹

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

Título modal ¹

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

Referências

SOUZA, João. Lógica para ciência da computação. Ed. Elsevier.

Próxima aula

- Proposições recíprocas, contrárias e contrapositivas de determinada proposição;
- Negação conjunta e a disjunta de duas proposições.

Explore mais

Pesquise na internet sites, vídeos e artigos relacionados ao conteúdo visto. Se ainda tiver alguma dúvida, fale com seu professor online, utilizando os recursos disponíveis no ambiente de aprendizagem.

