

Apresentação

Nesta aula, começaremos resolvendo o exercício sobre contingência deixado e então trataremos da implicação lógica.

Objetivos

- Identificar e representar uma Implicação;
- Analisar uma Implicação usando Tabela verdade.

Introdução

Estamos de volta com as duas tabelas da última aula .

v e f juntos e não somente v ou f

Na tabela abaixo temos uma contingência, pois a última coluna é constituída de valores lógicos V e F, isto é, não é nem uma tautologia, nem uma contradição.

$p \rightarrow \neg p$

p	$\neg p$	$p \rightarrow \neg p$
V	F	F
F	V	V

Vamos a proposição  $p \vee q \rightarrow p$

p	q	$p \vee q$	$p$	$p \vee q \leftrightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	F	F
F	F	F	F	V

Você já deve ter percebido que tudo fica mais simples quando você constrói seu próprio conhecimento, não?

## Implicação lógica

Uma proposição **P(p,q,r,...)** implica logicamente ou apenas implica uma proposição **Q(p,q,r,...)** , se **Q(p,q,r,.....)** é **verdadeira (V)** todas as vezes que **P(p,q,r,.....)** é **verdadeira (V)**.

Vamos construir em uma mesma tabela as proposições  $p \wedge q$  ,  $p \vee q$ ,  $p \leftrightarrow q$ . observe:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$q \leftrightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V

Para facilitar o nosso trabalho ,observe que destacamos em negrito na primeira linha da tabela os primeiros elementos das colunas 3,4 e 5. **Claro que nos objetivamos com isso reforçar o fato de que a proposição  $p \wedge q$  só é verdadeira na primeira linha e que as outras duas proposições  $p \vee q$  acompanham o valor lógico , ou seja , também são verdadeiras, isso significa que a primeira proposição implica cada uma das outras duas.**

Podemos escrever da seguinte forma o que foi mencionado acima:

$$p \wedge q \Rightarrow p \vee q \text{ e } p \wedge q \Rightarrow p \leftrightarrow q$$

**Você deve ter notado que utilizamos o símbolo  $\Rightarrow$  para indicar implicação lógica.** Como temos certeza ,que como nós você está cada vez mais motivado , aprofundaremos mais um pouco os nossos conhecimentos , procurando aproveitar tudo o que a tabela nos proporciona.

As mesmas tabelas-verdade também demonstram as importantes **Regras de inferência:**

Adição
$p \Rightarrow p \vee q \text{ e } q \Rightarrow p \vee q$

**Gostaríamos de chamar a atenção para não perdermos de vista que, quando  $p$  é V,  $p \vee q$  é V e, quando  $q$  é V,  $p \vee q$  também é V.**

Simplificação

$p \wedge q \Rightarrow p \vee p \wedge q$

Vamos, agora, em uma única tabela, considerar as seguintes proposições:

$p \leftrightarrow q, p \rightarrow q, q \rightarrow p$

		ambas v ou f	ambas(v ou f) ou somente q (v)	ambas(v ou f) ou somente p (v)
p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V

Quais foram as suas conclusões? Temos certeza que você já está apto para indicar que :

$p \leftrightarrow q \Rightarrow p \rightarrow q \vee p \leftrightarrow q \Rightarrow q \rightarrow p$

Vamos formar a tabela-verdade da proposição :  $(p \vee q) \wedge \neg p$  e aumentar , ainda mais, nossos conhecimentos:

		P ou Q	Não P	(P ou Q) and Não P
p	q	$p \vee q$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p$
V	V	V	F	F
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F

Agora fica fácil , não? Observamos que a proposição composta acima é verdadeira somente na terceira linha e então subsiste a implicação lógica:

$(p \vee q) \wedge \neg p \Rightarrow q \vee (p \vee q) \wedge \neg q \Rightarrow p$  (denominadas **Regra do Silogismo disjuntivo**)

Nesse momento faremos mais um pouco de esforço para aumentar ainda mais nossos conhecimentos ,uma vez que estamos caminho firme e certo na aquisição do conhecimento necessário ao êxito do curso.

Considere a tabela da seguinte proposição :  $(p \rightarrow q) \wedge p$

ambas(v ou f) ou somente q (v)

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	F

Está ficando cada vez mais fácil , não?

Então você observou que a proposição dada só é verdade na primeira linha e aí , nesta linha, a proposição “q” também é verdadeira (V). Logo , temos a seguinte implicação lógica conhecida pelo nome de [Regra Modus ponens <>](#) , não estranhe os nomes , procure lembrar que esses nomes são oriundos do Latim, e que logo estaremos familiarizados com eles.

$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$

Vamos a mais uma das implicações lógicas essa conhecida pelo nome de Regra Modus tollens.

Para tal vamos construir as tabelas-verdade das proposições:

$(p \rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$(p \rightarrow q) \wedge \neg q$	$\neg p$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

Com certeza acertou outra vez, não? Claro que a implicação lógica é:

$(p \rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$

Essa tabela nos mostra que:

$\neg p$  implica  $p \rightarrow q$ , isto é:  $\neg p \Rightarrow p \rightarrow q$

Leia com atenção as **principais regras de implicação**.

$p \Rightarrow p \vee q$	Adição
$p \wedge q \Rightarrow p$ ou $p \wedge q \Rightarrow q$	Simplificação
$(p \vee q) \wedge \neg p \Rightarrow q$ ou $(p \vee q) \wedge \neg q \Rightarrow p$	Silogismo Disjuntivo
$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$	Modus ponens
$(p \rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$	Modus tolens
$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$	Silogismo hipotético
$p \wedge \neg p \rightarrow f$	Princípio da inconsistência

## Notas

### Regra Modus tollens

Não estranhe os nomes, procure lembrar que são oriundos do Latim e que, logo, você estará familiarizado com eles.

### Título modal<sup>1</sup>

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

### Referências

## Referências

---

SOUZA, João. Lógica para ciência da computação. Ed. Elsevier.

## Próxima aula

---

- Equivalência Lógica.

## Explore mais

---

Pesquise na internet sites, vídeos e artigos relacionados ao conteúdo visto. Se ainda tiver alguma dúvida, fale com seu professor online, utilizando os recursos disponíveis no ambiente de aprendizagem.