

# Estruturas Metálicas e de Madeira

Victor Machado da Silva, MSc  
victor.silva@professores.ibmec.edu.br

# Índice

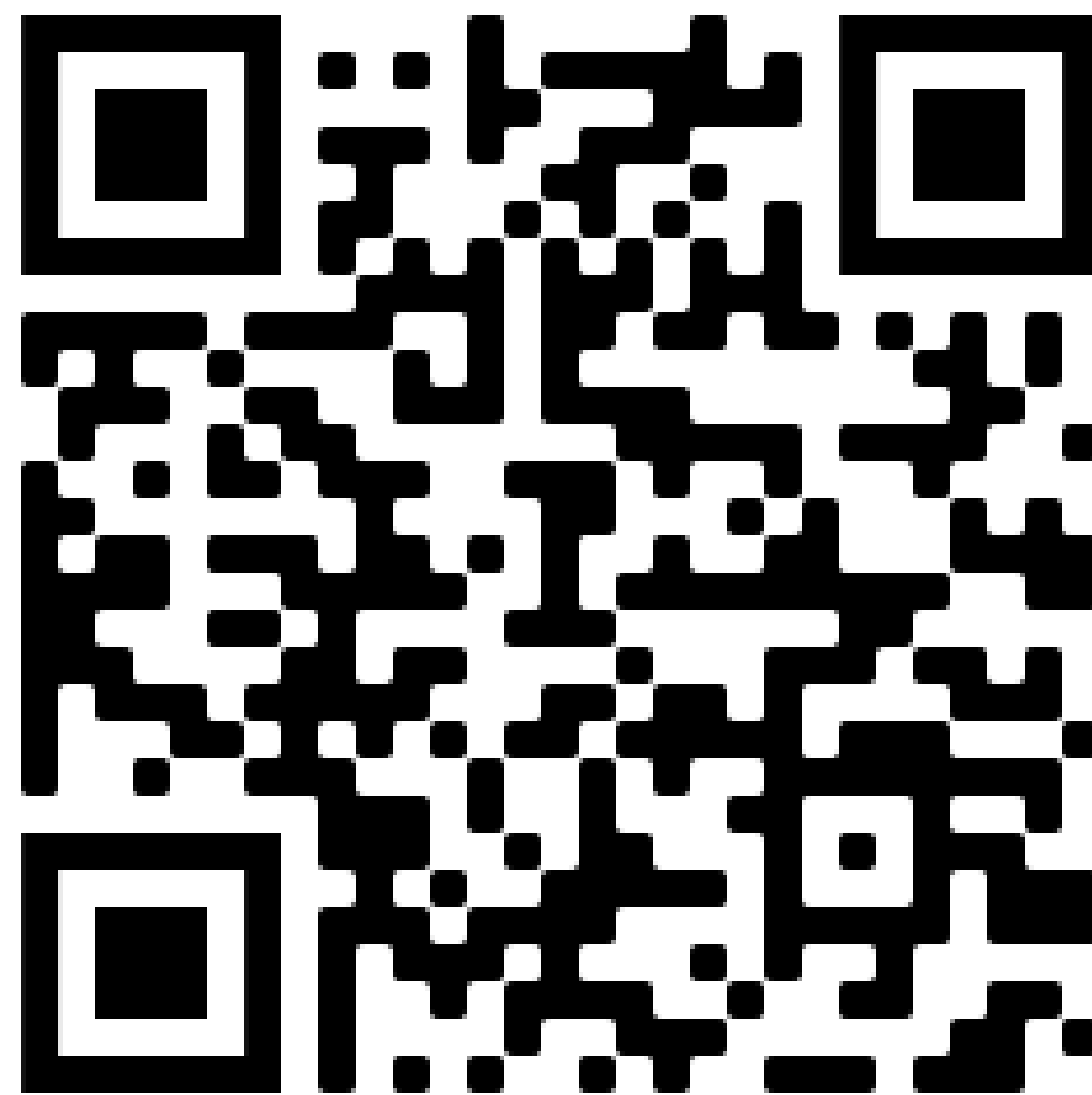
- [Apresentação do curso](#)
- [Introdução](#)
- Estruturas de Madeira:
  - [Introdução](#)
  - [Peças tracionadas](#)
  - [Peças comprimidas](#)
  - [Flexão simples](#)
  - [Flexão composta](#)
  - [Ligações](#)



# Apresentação do curso

# Apresentação do curso

- Contato: victor.silva@professores.ibmec.edu.br
- Aulas às sextas-feiras, de 18:30 às 22:50
- Grupo no Whatsapp: <https://chat.whatsapp.com/LNrPfhrA2I5GVX7hZpweH4>



# Apresentação do curso

Aula	Dia	Dia sem.	Tópico
01	26/02/2021	sex	Introdução às normas NBR8681 e NBR6120
02	05/03/2021	sex	Estruturas de madeira: introdução
03	12/03/2021	sex	Estruturas de madeira: dimensionamento à tração e compressão simples
04	19/03/2021	sex	Estruturas de madeira: dimensionamento à flexão simples reta e oblíqua
05	26/03/2021	sex	Estruturas de madeira: dimensionamento à flexão composta
06	02/04/2021	sex	SEM AULA (PAIXÃO DE CRISTO)
07	09/04/2021	sex	SEM AULA (SEMANA AP1)
08	16/04/2021	sex	Estruturas de madeira: cálculo de ligações
09	23/04/2021	sex	SEM AULA (SÃO JORGE)
10	30/04/2021	sex	Introdução à norma NBR6123
11	07/05/2021	sex	Estruturas de aço: introdução
12	14/05/2021	sex	Estruturas de aço: dimensionamento à tração simples
13	21/05/2021	sex	Estruturas de aço: dimensionamento à compressão simples
14	28/05/2021	sex	Estruturas de aço: flexão simples em vigas de alma cheia
15	04/06/2021	sex	SEM AULA (CORPUS CHRISTI)
16	11/06/2021	sex	Estruturas de aço: flexão composta
17	18/06/2021	sex	Estruturas de aço: cálculo de ligações
18	25/06/2021	sex	SEM AULA (SEMANA AP2)
19	02/07/2021	sex	SEM AULA
20	09/07/2021	sex	SEM AULA (SEMANA AS)

# Apresentação do curso

## Avaliação

- Proporção:
  - Exercícios periódicos (AC): 20%
  - Projeto (AP1): 40%
  - Projeto (AP2): 40%
- Detalhes das entregas:
  - Exercícios da AC devem ser individuais
  - Projetos de AP1 e AP2 em grupos de no mínimo 2 e no máximo 3 pessoas
- AS será uma prova com consulta, que substituirá a menor nota entre AP1 e AP2.

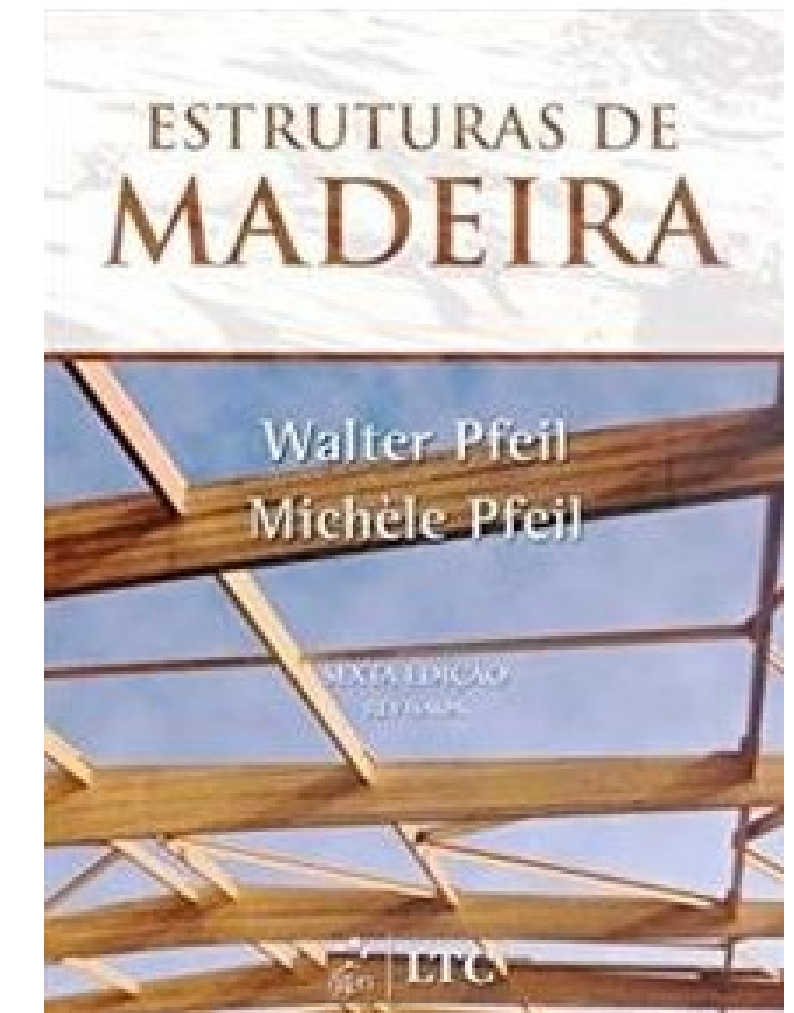
# Bibliografia

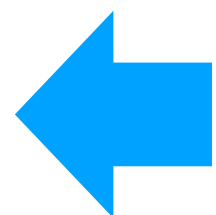
## Livros:

- Pfeil, W.; Pfeil, M. - Estruturas de aço
- Pfeil, W.; Pfeil, M. - Estruturas de madeira

## Normas:

- NBR6123:88
- NBR8800:08
- NBR7190:97
- NBR6120:19
- NBR8681:03





# Introdução



# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

Ações e segurança nas estruturas - Procedimento

Descreve os requisitos para verificação de segurança das estruturas, bem como os critérios de quantificação das ações

Possui aplicação em todos os tipos de estruturas, independente do material utilizado

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos gerais - Estados limites

- Usualmente verifica-se uma estrutura para dois estados limites distintos:
  - Estado Limite Último (ELU): condições que impedem a estabilidade da estrutura. Podem ser caracterizados por perda de equilíbrio, global ou parcial; ruptura ou deformação plástica excessiva; transformação da estrutura em sistema hipostático; instabilidade por deformação; instabilidade dinâmica; etc.
  - Estado Limite de Serviço (ELS): condições que, apesar de não impedirem a estabilidade da estrutura, impactam a sua utilização para os propósitos inicialmente definidos. Podem ser caracterizados por danos ligeiros ou localizados que comprometam o aspecto estético da construção; deformações excessivas que afetem a utilização normal da construção; vibração excessiva ou desconfortável; etc.

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos gerais - Estados limites

- Os estados limites de serviço decorrem de ações cujas combinações podem ter três diferentes ordens de grandeza de permanência na estrutura:
  - Combinações quase permanentes: combinações que podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura, da ordem da metade deste período
  - Combinações frequentes: combinações que se repetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura (na ordem de 5% deste período)
  - Combinações raras: combinações que podem atuar no máximo algumas horas durante o período de vida da estrutura

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos gerais - Ações

- São classificadas de acordo com a sua variabilidade no tempo em três categorias
  - Ações permanentes: divididas em ações permanentes diretas (pesos próprios dos elementos de construção, pesos dos equipamentos fixos e empuxos devidos aos pesos próprios de terras não removíveis) e ações permanentes indiretas (protensão, recalques de apoios e a retração de materiais)
  - Ações variáveis: são as cargas acidentais das construções, como forças de frenagem, de impacto e centrífugas, efeitos do vento, das variações de temperatura, do atrito nos aparelhos de apoio e as pressões hidrostáticas e hidrodinâmicas. São classificadas em normais (probabilidade de ocorrência suficientemente grandes para serem obrigatoriamente consideradas no projeto) e especiais (nas estruturas que devem ser consideradas certas ações especiais, como ações sísmicas)

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos gerais - Ações

- São classificadas de acordo com a sua variabilidade no tempo em três categorias
  - Ações excepcionais: decorrentes de causas como explosões, choques de veículos, incêndios, enchentes ou sismos excepcionais
- Todas as ações são expressas através de valores representativos. Usualmente, trabalham-se com valores característicos das ações ( $F_k$ ), que são definidos em função da variabilidade e das suas intensidades.
- As combinações das ações sobre a estrutura são calculadas através dos valores reduzidos de combinação, que são obtidos ao se multiplicar os valores característicos por coeficientes de redução



# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos gerais - Ações

- Esses coeficientes de redução são...
  - $\psi_0$ : coeficientes empregados nas condições de segurança relativas a estados limites últimos, quando existem ações variáveis de diferentes naturezas
  - $\psi_1$  e  $\psi_2$ : valores empregados na verificação da segurança em relação a estados limites de utilização, decorrentes de ações que se repetem muitas vezes e ações de longa duração, respectivamente
- Já os valores de cálculo  $F_d$  das ações são obtidos a partir dos valores representativos, multiplicando-os pelos respectivos coeficientes de ponderação  $\gamma_f$

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos gerais - Ações

- Quando se consideram estados limites últimos, os coeficientes  $\gamma_f$  de ponderação das ações podem ser considerados como o produto de dois outros,  $\gamma_{f1}$  e  $\gamma_{f3}$  (o coeficiente de combinação  $\psi_0$  faz o papel do terceiro coeficiente, que seria indicado por  $\gamma_{f2}$ )
- $\gamma_{f1}$  leva em conta a variabilidade das ações, enquanto que  $\gamma_{f3}$  considera os possíveis erros de avaliação dos efeitos das ações, seja por problemas construtivos, seja por deficiência do método de cálculo empregado

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos gerais - Ações

- Quando se consideram os estados limites de utilização, os coeficientes de ponderação das ações são tomados com valor  $\gamma_f = 1,0$ , salvo exigência em contrário, expressa em norma específica
- O índice  $\gamma_f$  pode ser alterado para identificar a ação considerada, resultando os símbolos  $\gamma_g$ ,  $\gamma_q$ ,  $\gamma_p$  e  $\gamma_\varepsilon$ , respectivamente para as ações permanentes, as ações diretas variáveis, a protensão e para os efeitos de deformações impostas



# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Ações-tipo de carregamento e critérios de combinação

- Um tipo de carregamento é especificado pelo conjunto de ações que têm probabilidade não desprezível de atuarem simultaneamente sobre uma estrutura, durante um período de tempo preestabelecido. As ações devem ser combinadas de diferentes maneiras, para serem determinados os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura

## Critérios de combinação de ações

- Para cada tipo de carregamento devem ser consideradas todas as combinações de ações que possam acarretar os efeitos mais desfavoráveis nas seções críticas da estrutura

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Critérios de combinação de ações

- As ações permanentes são consideradas em sua totalidade. Das ações variáveis, são consideradas apenas as parcelas que produzem efeitos desfavoráveis para a segurança
- Critérios para combinações últimas
  - As ações permanentes devem figurar em todas as combinações de ações
  - Em cada combinação última, uma das ações variáveis deve ser considerada como a principal, admitindo-se que ela atue com seu valor característico  $F_k$ , enquanto que as demais ações variáveis são consideradas como secundárias, admitindo-se que elas atuem com seus valores reduzidos de combinação  $\psi_0 F_k$
  - Não veremos neste curso casos de combinações últimas especiais ou excepcionais

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos específicos

- Combinações últimas normais das ações
  - As combinações últimas normais são dadas pela seguinte expressão

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} F_{Qj,k} \right]$$

- $F_{Gi,k}$  é o valor característico das ações permanentes
- $F_{Q1,k}$  é o valor característico da ação variável considerada como ação principal para a combinação
- $\psi_{0j} F_{Qj,k}$  é o valor reduzido de combinação de cada uma das demais ações variáveis

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos específicos

- Combinações de utilização (ou serviço)
  - Nas combinações de serviço são consideradas todas as ações permanentes e as ações variáveis correspondentes a cada um dos tipos de combinações, de acordo com as equações a seguir:
    - Combinações quase permanentes de serviço: todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes  $\psi_2 F_{Qk}$ :

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} F_{Qj,k}$$

- Combinações frequentes de serviço: a ação variável principal  $F_{Q1}$  é tomada com seu valor frequente  $\psi_1 F_{Q1,k}$  e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase-permanentes  $\psi_2 F_{Qj,k}$

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{Qj,k}$$

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos específicos

- Combinações de utilização (ou serviço)
  - Nas combinações de serviço são consideradas todas as ações permanentes e as ações variáveis correspondentes a cada um dos tipos de combinações, de acordo com as equações a seguir:
  - Combinações raras de serviço: a ação principal  $F_{Q1}$  é tomada com seu valor característico  $F_{Q1,k}$  e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes  $\psi_1 F_{Qj,k}$

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + F_{Q1,k} + \sum_{j=1}^n \psi_{1j} F_{Qj,k}$$



# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos específicos

- Coeficientes de ponderação para as ações permanentes
  - Os coeficientes  $\gamma_g$  das ações permanentes majoram os valores representativos das ações permanentes que provocam efeitos desfavoráveis, e minoram os valores representativos daquelas que provocam efeitos favoráveis. Para uma dada ação permanente, todas as suas parcelas são ponderadas pelo mesmo coeficiente  $\gamma_g$
  - Os valores de  $\gamma_g$  são determinados de acordo com tabelas específicas da NBR 8681:2003, dependendo da origem da ação permanente
    - As tabelas 1 e 2 apresentam coeficientes de ponderação para as ações permanentes diretas. A tabela 1 apresenta coeficientes para cada uma das ações, consideradas separadamente. Já a tabela 2 é fornecido o coeficiente de ponderação a considerar se, numa combinação, todas essas ações forem agrupadas
    - Adota-se a tabela 3 para ações de efeitos de recalques de apoio e de retração dos materiais

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

Tabela 1 - Ações permanentes diretas consideradas separadamente

Combinação	Tipo de ação	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
Normal	Peso próprio de estruturas metálicas	1,25	1,0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1,30	1,0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,35	1,0
	Elementos construtivos industrializados <sup>1</sup>	1,35	1,0
	Elementos construtivos industrializados com adições in loco	1,40	1,0
	Elementos construtivos em geral e equipamentos <sup>2</sup>	1,50	1,0

<sup>1</sup> Por exemplo: paredes e fachadas pré-moldadas, gesso acartonado

<sup>2</sup> Por exemplo: paredes de alvenaria e seus revestimentos, constrapisos

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

Tabela 2 - Ações permanentes diretas agrupadas

Combinação	Tipo de estrutura	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
Normal	Grandes pontes <sup>1</sup>	1,30	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral <sup>2</sup>	1,35	1,0
	Edificações tipo 2 <sup>3</sup>	1,40	1,0
<sup>1</sup> Grandes pontes são aquelas em que o peso próprio da estrutura supera 75% da totalidade das ações permanentes			
<sup>2</sup> Edificações tipo 1 são aquelas onde as cargas acidentais superam 5kN/m <sup>2</sup>			
<sup>3</sup> Edificações tipo 2 são aquelas onde as cargas acidentais não superam 5kN/m <sup>2</sup>			



# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos específicos

- Coeficientes de ponderação para as ações variáveis
  - Os coeficientes de ponderação  $\gamma_q$  das ações variáveis majoram os valores representativos das ações variáveis que provocam efeitos desfavoráveis para a segurança da estrutura. As ações variáveis que provocam efeitos favoráveis não são consideradas nas combinações de ações, admitindo-se que sobre a estrutura atuem apenas as parcelas de ações variáveis que produzam efeitos desfavoráveis.
  - Assim como nas ações permanentes, os coeficientes  $\gamma_q$  serão considerados conforme a tabela 4 da norma NBR8681:2003, se forem consideradas separadamente, ou tabela 5 se forem consideradas em conjunto. Uma norma técnica específica sobre o tipo de construção a ser projetada pode indicar outros valores

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

Tabela 4 - Ações variáveis consideradas separadamente

Combinação	Tipo de ação	Coefficiente de ponderação
Normal	Ações truncadas <sup>1</sup>	1,2
	Efeitos de temperatura	1,2
	Ação do vento	1,4
	Ações variáveis em geral	1,5
<sup>1</sup> Ações truncadas são consideradas ações variáveis cuja distribuição de máximos é truncada por um dispositivo físico de modo que o valor dessa ação não pode superar o limite correspondente. O coeficiente de ponderação mostrado na tabela 4 se aplica a esse valor limite		

Tabela 5 - Ações variáveis consideradas conjuntamente

Combinação	Tipo de estrutura	Coefficiente de ponderação
Normal	Pontes e edificações tipo 1	1,5
	Edificações tipo 2	1,4

# Normas de Projeto - NBR 8681:2003

## Requisitos específicos

- Valores dos fatores de combinação e de redução
  - Os fatores de combinação  $\psi_0$ , salvo indicado em contrário, expressa em norma relativa ao tipo de construção e de material considerados, estão apresentados na tabela 6 da NBR 8681:2003, juntamente com os fatores de redução  $\psi_1$  e  $\psi_2$  referentes às combinações de serviço

**Tabela 6 - Valores dos fatores de combinação e de redução para as ações variáveis**

Ações	$Y_0$	$Y_1$	$Y_2$
Cargas acidentais de edifícios			
Locais em que não há predominância de pesos e de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas <sup>1</sup>	0,5	0,4	0,3
Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas <sup>2</sup>	0,7	0,6	0,4
Bibliotecas, arquivos, depósitos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento			
Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0,0
<sup>1</sup> Edificações residenciais, de acesso restrito			

<sup>2</sup> Edificações comerciais, de escritório e de acesso público

# Normas de Projeto - NBR 6120:2019

## Cargas para o cálculo de estruturas de edificações

- Estabelece as ações mínimas a serem consideradas no projeto de estruturas de edificações, qualquer que seja sua classe e destino, salvo os casos previstos em Normas Brasileiras específicas (como a NBR6123 - cálculo de forças de vento em edificações).
- Discute ações como:
  - Pesos específicos de materiais de construção;
  - Pesos de componentes construtivos;
  - Cargas variáveis;
  - Forças horizontais variáveis;
  - Cargas variáveis em coberturas;
  - Ações em garagens.

# Normas de Projeto - NBR 6120:2019

## Peso específico dos materiais de construção

- Na falta de determinação experimental mais rigorosa, pode ser utilizada a Tabela 1 da norma (resumida abaixo) para os valores característicos nominais mínimos do peso específico aparente dos materiais de construção.

**Tabela 1 - Peso específico aparente dos materiais de construção (resumo)**

	<b>Material</b>	<b>Peso específico aparente <math>\gamma_{ap}</math> (kN/m<sup>3</sup>)</b>
Rochas naturais	Arenito	24,0
	Ardósia	28,0
	Basalto, diorito, gabro	29,0
	Calcário denso	24,5
	Gnaisse	30,0
Blocos artificiais e pisos	Blocos de concreto vazados	14,0
	Blocos cerâmicos vazados com paredes vazadas	12,0
	Blocos cerâmicos vazados com paredes maciças	14,0
	Blocos cerâmicos maciços	18,0
	Porcelanato	23,0
Argamassas e concretos	Argamassa de cal, cimento e areia	19,0
	Argamassa de cimento e areia	21,0
	Concreto simples	24,0
	Concreto armado	25,0



# Normas de Projeto - NBR 6120:2019

## Peso específico dos materiais de construção

Tabela 1 - Peso específico aparente dos materiais de construção (resumo - continuação)

Material		Peso específico aparente $\gamma_{ap}$ (kN/m <sup>3</sup> )
Metais	Aço	77,8
	Alumínio e ligas	28,0
	Ferro fundido	71,8
	Zinco	71,5
	Cedro	5,0
Madeiras	Pinho	5,0
	Capiúba	9,0
	Eucalipto	10,0
	Ipê	11,0
	Coníferas classe C30	6,0
	Dicotiledôneas classe C40	9,5
	Compensado de painéis lamelados	4,5
	Aglomerados de partículas ligados por cimento	12,0
	Aglomerados de fibras de média densidade (MDF)	8,0

# Normas de Projeto - NBR 6120:2019

## Peso de componentes construtivos

- Na falta de determinação experimental mais rigorosa, podem ser utilizadas as Tabelas 2 a 9 (resumidas abaixo) para os valores característicos nominais mínimos dos pesos de componentes construtivos, além do peso próprio da estrutura.
- Dependendo da probabilidade de atuação das ações permanentes, estas podem ser consideradas como ações variáveis em casos específicos (por exemplo, forros e instalações cuja instalação seja incerta).

Tabela 2 - Alvenarias (resumo)

Alvenaria	Espessura nominal do elemento (cm)	Peso - Espessura de revestimento por face (kN/m <sup>2</sup> )		
		0cm	1cm	2cm
Alvenaria estrutural - Tijolo cerâmico maciço	9,0	1,6	2,0	2,4
	11,5	2,1	2,5	2,9
	14,0	2,5	2,9	3,3
	19,0	3,4	3,8	4,2
Alvenaria de vedação - Bloco de concreto celular autoclavado	7,5	0,5	0,9	1,3
	10,0	0,6	1,0	1,4
	12,5	0,8	1,2	1,6
	15,0	0,9	1,3	1,7

# Normas de Projeto - NBR 6120:2019

## Peso de componentes construtivos

**Tabela 3 - Divisórias e caixilhos (resumo)**

Material	Espessura nominal do elemento (cm)	Peso (kN/m <sup>2</sup> )
Drywall	7,0 a 30,0	0,5
Divisórias retráteis (exceto divisórias com vidro)	7,0 a 12,0	0,6
Caixilhos, incluindo vidro simples (espessura 4mm):	-	
- de alumínio,		0,2
- de ferro,		0,3
- que vão de piso a piso, com $h \leq 4,0m$		0,5
Fachadas com pele de vidro, fachadas unitizadas	Validar conforme o caso	

**Tabela 4 - Revestimentos de pisos e impermeabilizações (resumo)**

Material	Espessura (cm)	Peso (kN/m <sup>2</sup> )
Impermeabilização com manta asfáltica simples	0,3	0,08
	0,4	0,10
	0,5	0,11
Revestimentos de pisos de edifícios residenciais e comerciais	5,0	1,0
	7,0	1,4
Impermeabilizações em coberturas com manta asfáltica e proteção mecânica, sem revestimento	10,0	1,8
	15,0	2,7



# Normas de Projeto - NBR 6120:2019

## Empuxos e pressões hidráulicas

- O nível d'água adotado para o cálculo de reservatórios, tanques, decantadores, piscinas e outros deve ser igual ao máximo possível compatível com o sistema de extravasão. A carga pode ser considerada permanente ou variável, de acordo com o tempo de atuação em relação à vida da edificação (conforme as definições da Seção 3 da norma).
- Nas estruturas em que a água possa ficar retida, no caso de entupimento do sistema principal de drenagem, deve-se considerar as ações devidas ao nível d'água extra, limitando-se a lâmina d'água ao nível máximo admitido pelos extravasores.
- No projeto de estruturas enterradas, devem ser consideradas as pressões atuantes na estrutura devido ao empuxo do solo, empuxo hidrostático e eventuais sobrecargas sobre o terreno adjacente. Os diagramas desses esforços solicitantes devem ser fornecidos pelo projetista de fundações, conforme as recomendações da ABNT NBR6122.

# Normas de Projeto - NBR 6120:2019

## Empuxos e pressões hidráulicas

- O nível d'água adotado para o cálculo de reservatórios, tanques, decantadores, piscinas e outros deve ser igual ao máximo possível compatível com o sistema de extravasão. A carga pode ser considerada permanente ou variável, de acordo com o tempo de atuação em relação à vida da edificação (conforme as definições da Seção 3 da norma).
- Nas estruturas em que a água possa ficar retida, no caso de entupimento do sistema principal de drenagem, deve-se considerar as ações devidas ao nível d'água extra, limitando-se a lâmina d'água ao nível máximo admitido pelos extravasores.
- No projeto de estruturas enterradas, devem ser consideradas as pressões atuantes na estrutura devido ao empuxo do solo, empuxo hidrostático e eventuais sobrecargas sobre o terreno adjacente. Os diagramas desses esforços solicitantes devem ser fornecidos pelo projetista de fundações, conforme as recomendações da ABNT NBR6122.

# Normas de Projeto - NBR 6120:2019

## Ações variáveis

- De maneira geral, os valores das ações são verificados caso a caso, conforme as peculiaridades do projeto. As ações variáveis devem respeitar os valores característicos nominais mínimos indicados na seção 6 da norma, considerando as reduções permitidas em 6.12, reduções estas que devem ser registradas nos documentos do projeto.
- As estruturas devem ser projetadas para suportar as cargas variáveis indicadas na Tabela 10 da norma, resumida a seguir. Áreas sujeitas a várias categorias de utilização devem ser calculadas para a categoria que produzir os efeitos mais desfavoráveis. Exceto onde especificado, os pavimentos devem ser projetados para as cargas uniformemente distribuídas e verificados para a atuação isolada das cargas concentrada, o que for mais desfavorável. Exceto onde especificado, as cargas concentradas indicadas são assumidas atuando uniformemente distribuídas em uma área de 75cm x 75cm e localizadas de modo a produzir os efeitos mais desfavoráveis.



# Normas de Projeto - NBR 6120:2019

## Ações variáveis

- Os valores informados na tabela não incluem o peso próprio de estruturas de arquibancadas, plataformas, passarelas, mezaninos, etc., exceto onde indicado.
- As cargas variáveis devem ser consideradas como quase-estáticas. Para cargas que possam induzir efeitos de ressonância ou outra resposta dinâmica significativa da estrutura (por exemplo: danças, saltos, movimentos de máquinas, etc.), esses efeitos devem ser levados em consideração por meio de fatores dinâmicos ou análise dinâmica específica.
- Para alvenarias com peso próprio da parede acabada superior a 3,0kN/m, a respectiva carga linear deve ser considerada como permanente, segundo a posição de projeto.

# Normas de Projeto - NBR 6120:2019

## Ações variáveis

Tabela 10 - Valores característicos nominais das cargas variáveis (resumo)

Local		Carga uniformemente distribuída kN/m <sup>2</sup>	Carga concentrada kN
Aeroportos	Áreas de acesso público, circulações, sanitários	5,0	-
	Lojas, <i>duty free</i>	5,0	-
	Controle de passaportes, segurança, raios X	5,0	-
	Restituição de bagagens (não inclui o peso próprio dos equipamentos)	5,0	-
	Áreas administrativas	5,0	-
	Manipulação de bagagens (não inclui o peso próprio dos equipamentos)	10,0	-
Balcões, sacadas, varandas e terraços <sup>i, j</sup>	Residencial	2,5	-
	Comercial, corporativos e escritórios	3,0	-
	Com acesso público (hotéis, hospitais, escolas, teatros, etc.)	4,0	-

# Normas de Projeto - NBR 6120:2019

## Ações variáveis

Tabela 10 - Valores característicos nominais das cargas variáveis (resumo - continuação)

Local		Carga uniformemente distribuída kN/m <sup>2</sup>	Carga concentrada kN
Edifícios residenciais	Dormitórios	1,5	-
	Sala, copa, cozinha	1,5	-
	Sanitários	1,5	-
	Despensa, área de serviço e lavanderia	2,0	-
	Quadras esportivas	5,0 <sup>a</sup>	-
	Salão de festas, salão de jogos	3,0 <sup>a</sup>	-
	Áreas de uso comum	3,0 <sup>a</sup>	-
	Academia	3,0 <sup>a</sup>	-
	Forro acessível apenas para manutenção e sem estoque de materiais	0,1 <sup>a, r</sup>	-
	Sótão	2,0 <sup>a</sup>	-
	Corredores dentro de unidades autônomas	1,5	-
	Corredores de uso comum	3,0	-
	Depósitos	3,0	-

# Normas de Projeto - NBR 6120:2019

## Ações variáveis

Tabela 10 - Valores característicos nominais das cargas variáveis (resumo - continuação)

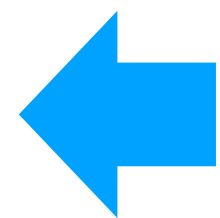
Local		Carga uniformemente distribuída kN/m <sup>2</sup>	Carga concentrada kN
Edifícios comerciais, corporativos e de escritórios	Salas de uso geral e sanitários	2,5	-
	Regiões de arquivos deslizantes	5,0	-
	<i>Call center</i>	3,0	-
	Corredores dentro de unidades autônomas	2,5	-
	Corredores de uso comum	3,0	-
Escadas e passarelas <sup>t</sup>	Hospitais	3,0	-
	Residenciais, hotéis (dentro de unidades autônomas)	2,5	-
	Residenciais, hotéis (uso comum)	3,0	-
	Edifícios comerciais, clubes, escritórios, bibliotecas	3,0	-
	Com acesso público	3,0	-
	Sem acesso público	2,5	-

<sup>a</sup> Redução de cargas variáveis não permitida.

<sup>i</sup> Conforme o caso, deve-se prever cargas adicionais devido a mudanças futuras, por exemplo: fechamento com vidro, nivelamento do piso, mudança de uso, etc.

<sup>j</sup> Nas bordas de balcões, varandas, sacadas e terraços com guarda-corpo, prever carga variável de 2kN/m, além do peso próprio do guarda-corpo. Considerar também forças horizontais variáveis conforme 6.3 da norma.

<sup>r</sup> Para forros inacessíveis e sem possibilidade de estoque de materiais, não é necessário considerar cargas variáveis devido ao uso.



# Estruturas de Madeira

## Introdução



# Introdução

Elevada relação entre resistência e peso próprio (densidade), comparado com o aço ou o concreto

- Condições de vencer grandes vãos

Como material natural, a madeira possui baixa necessidade de energia a ser consumida para a produção, podendo ser 100 vezes inferior à energia de produção do aço e 6 vezes inferior à do concreto

Material	$\gamma$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\sigma$ (MPa)	$\sigma/\gamma$
Concreto	2,4	30	13
Aço	7,8	250	32
Madeira conífera	0,6	50	83
Madeira dicotiledônea	0,9	75	83

# Tipos de Árvores

Madeiras duras: provenientes de árvores dicotiledôneas, com crescimento lento. São dicotiledôneas o cedro, o eucalipto, o ipê e o jatobá, por exemplo. Normalmente são conhecidas como madeiras de lei ou *hardwoods*

Madeiras macias: são oriundas das árvores coníferas de crescimento rápido. Possuem folhas em forma de agulhas ou escamas e sementes agrupadas em cones. Como maior exemplo de coníferas temos as árvores do gênero *Pinus*

# Tipos de Madeiras comerciais

## Madeiras maciças:

- Madeira bruta ou roliça: empregada na forma de troncos. Serve para estacas, escoramentos, postes, etc.
- Madeira falquejada: apresenta as faces laterais aparadas a golpes de machado, sendo usadas em estacas, cortinas cravadas, pontes, etc.
- Madeira serrada: mais comum, o tronco é desdobrado nas serrarias em dimensões padronizadas para o comércio. Passam por um processo de secagem para garantir a homogeneidade das suas características físicas

# Tipos de Madeiras comerciais

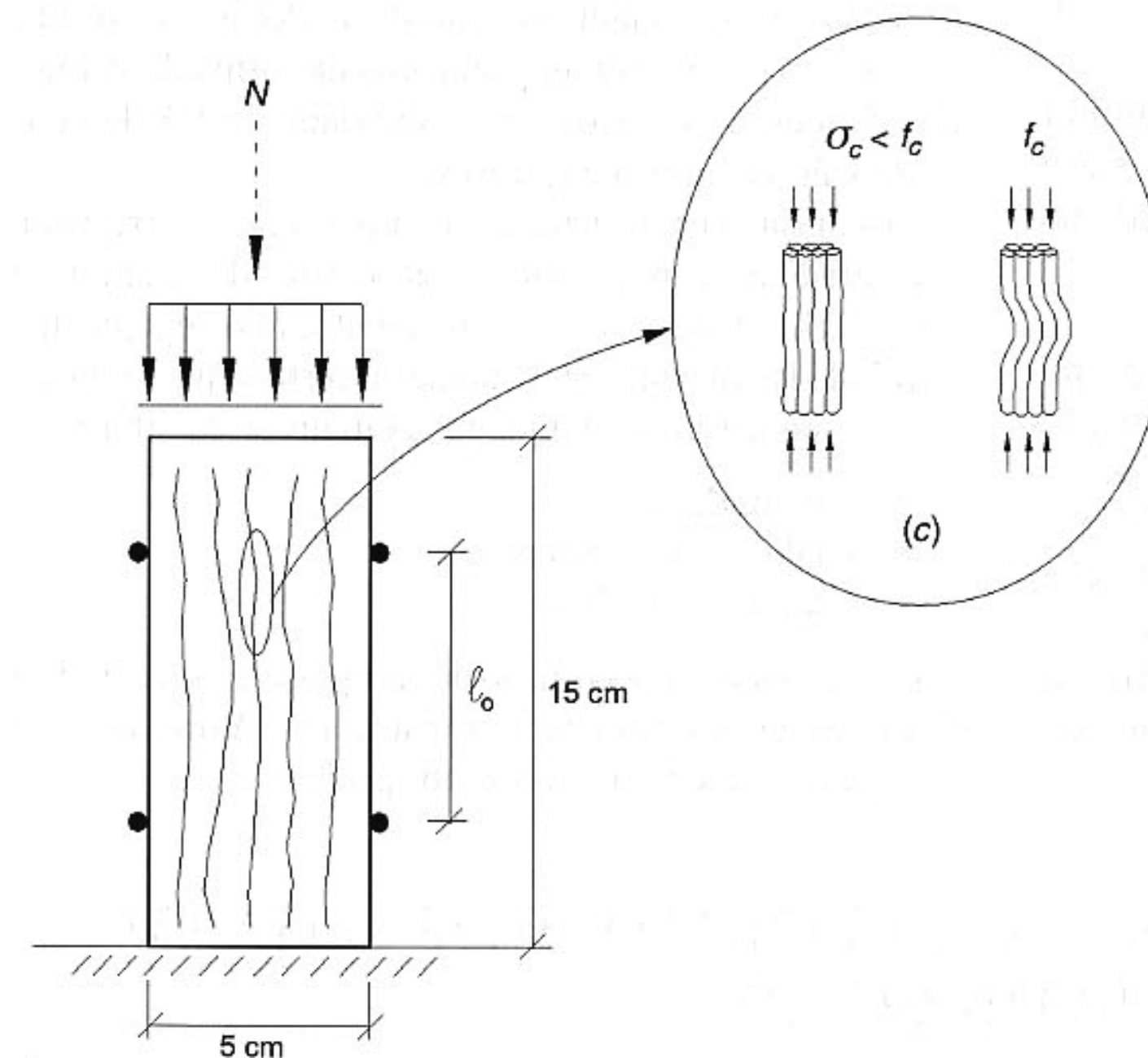
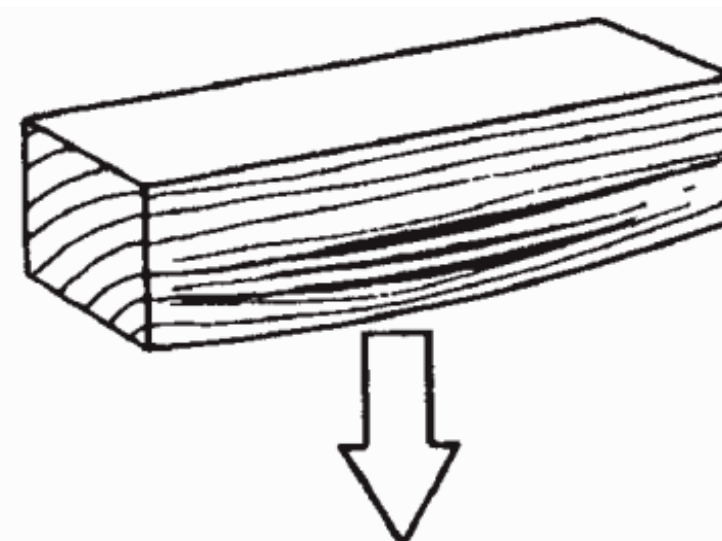
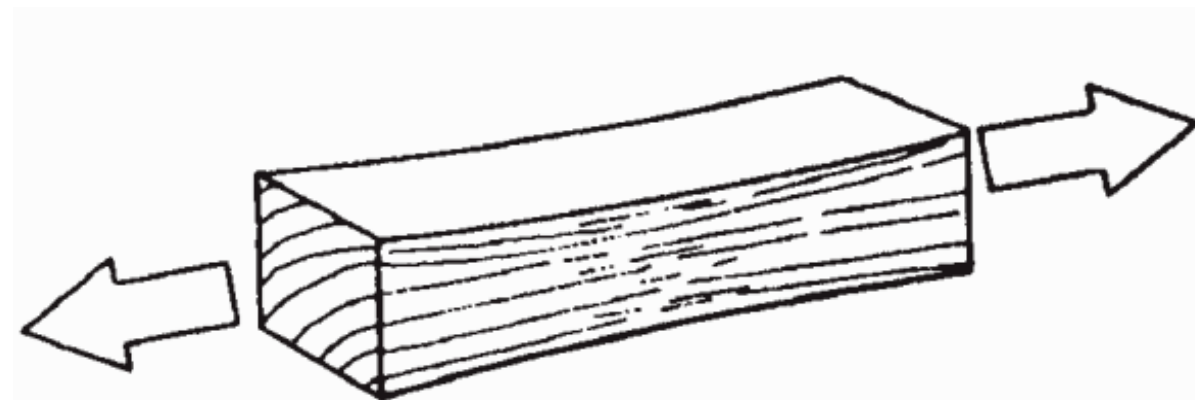
## Madeiras industrializadas:

- Madeira compensada: é o mais antigo, consistindo de uma colagem de chapas finas, com as direções ortogonais entre si
- Madeira laminada e colada: muito utilizada para fins estruturais, consiste em uma madeira selecionada e cortada em lâminas com espessuras variando entre 15mm e 50mm, as quais são coladas sob pressão
- Madeira recomposta: são madeiras compostas por resíduos de madeira em flocos, lamelas ou mesmo partículas, fornecidos em lâminas muito finas

# Propriedades da Madeira

Anisotropia da madeira: propriedades variam de acordo com a direção da peça. A madeira tende a ser mais resistente na direção das suas fibras.

Resistência mecânica: na maior parte das ocasiões, consideramos as suas resistências à compressão ou tração, no sentido longitudinal às fibras. No sentido perpendicular às fibras, despreza-se a resistência à tração, e reduz-se significativamente a resistência à compressão





# Propriedades da Madeira

Módulo de elasticidade: trabalha-se com peças de madeira em regime linear elástico, onde temos uma correlação entre as tensões aplicadas e as deformações, permitindo nos obter o módulo de elasticidade do material

Propriedades químicas:

- Boa resistência ao fogo, dependendo do tamanho da seção
- Baixa resistência às intempéries, como situações de molhagem-secagem
- Suscetibilidade a fungos e outros biodegradadores



# Propriedades Físicas

## Umidade

$$U = \frac{P_U - P_0}{P_0} \cdot 100$$

- $U \rightarrow$  teor de umidade da madeira, em porcentagem
- $P_U \rightarrow$  peso da madeira úmida
- $P_0 \rightarrow$  peso da madeira completamente seca (0% de umidade)
- A NBR 7190/1997 padronizou a umidade em 12% para obtenção das propriedades das peças estruturais de madeira

Contração e inchamento: é verificada uma mudança de volume na madeira quando a umidade varia entre zero e 28%. A partir de 28% de umidade, considera-se que os espaços existentes entre as células de madeira já foram preenchidos, não provocando um grande aumento de volume



# Classes de Resistência

Resistências são diferenciadas entre madeiras dicotiledôneas e coníferas

## Coníferas →

$f_{c0k}$  → Res. característica à compressão paralela às fibras  
 $f_{vk}$  → Resistência característica ao cisalhamento

$E_{c0,m}$  → Módulo de elasticidade médio à compressão paralela às fibras

$\rho_{bas,m}$  → Densidade básica média

$\rho_{ap,m}$  → Densidade aparente média

Classe	$f_{c0k}$ (MPa)	$f_{vk}$ (MPa)	$E_{c0,m}$ (MPa)	$\rho_{bas,m}$ (kg/m³)	$\rho_{ap,m}$ (kg/m³)
C20	20	4	3.500	400	500
C25	25	5	8.500	450	550
C30	30	6	14.500	500	600

Classe	$f_{c0k}$ (MPa)	$f_{vk}$ (MPa)	$E_{c0,m}$ (MPa)	$\rho_{bas,m}$ (kg/m³)	$\rho_{ap,m}$ (kg/m³)
C20	20	4	9.500	500	650
C30	30	5	14.500	650	800
C40	40	6	19.500	750	950
C60	60	8	24.500	800	1.000

## Dicotiledôneas →

# Valores de cálculo das resistências da madeira

Os valores de cálculo  $X_d$  são obtidos a partir dos valores característicos  $X_k$  com o emprego do coeficiente de modificação  $k_{mod}$  e do coeficiente de minoração das propriedades da madeira, conforme a equação a seguir:

$$X_d = k_{mod} \cdot \frac{X_k}{\gamma_w}$$

- $\gamma_w \rightarrow$  coeficiente de ponderação, igual a 1,40 para compressão paralela às fibras e 1,80 para tração paralela às fibras ou cisalhamento

O coeficiente de modificação  $k_{mod}$  se subdivide em outros três coeficientes e afetam os valores de cálculo das propriedades da madeira em função da classe de carregamento da estrutura, da classe de umidade e da qualidade da madeira utilizada

# Valores de cálculo das resistências da madeira

$$k_{mod} = k_{mod,1} \cdot k_{mod,2} \cdot k_{mod,3}$$

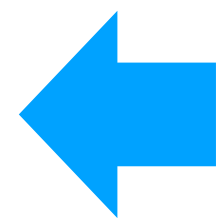
- $k_{mod,1}$  → leva em consideração a classe de carregamento e o tipo de material empregado
- $k_{mod,2}$  → leva em consideração a classe de umidade e o tipo de material empregado
- $k_{mod,3}$  → leva em consideração a categoria da madeira utilizada

Classes de Umidade	Umidade relativa do ambiente $U_{amb}$	Umidade de equilíbrio da madeira $U_{cq}$
1	$\leq 65\%$	12%
2	$65\% < U_{amb} \leq 75\%$	15%
3	$75\% < U_{amb} \leq 85\%$	18%
4	$U_{amb} > 85\%$ durante longos períodos	$\geq 25\%$



$k_{mod}$	Classes de Carregamento ( $k_{mod,1}$ )/ Classes de Umidade ( $k_{mod,2}$ )	Tipos de Madeira	
		Madeira serrada Madeira laminada e colada Madeira compensada	Madeira recomposta
$k_{mod,1}$	Permanente	0,60	0,30
	Longa duração	0,70	0,45
	Média duração	0,80	0,65
	Curta duração	0,90	0,90
	Instantânea	1,10	1,10
$k_{mod,2}$	(1) e (2)	1,00	1,00
	(3) e (4)	0,80	0,90

Categoria	Descrição	Tipos de Madeira	
		Dicotiledôneas $k_{mod,3}$	Coníferas $k_{mod,3}$
1ª Categoria	- Isenção de defeitos - Garantia da rigidez	1,00	0,80
2ª Categoria	- Sem garantia de qualidade	0,80	0,80



# Estruturas de Madeira

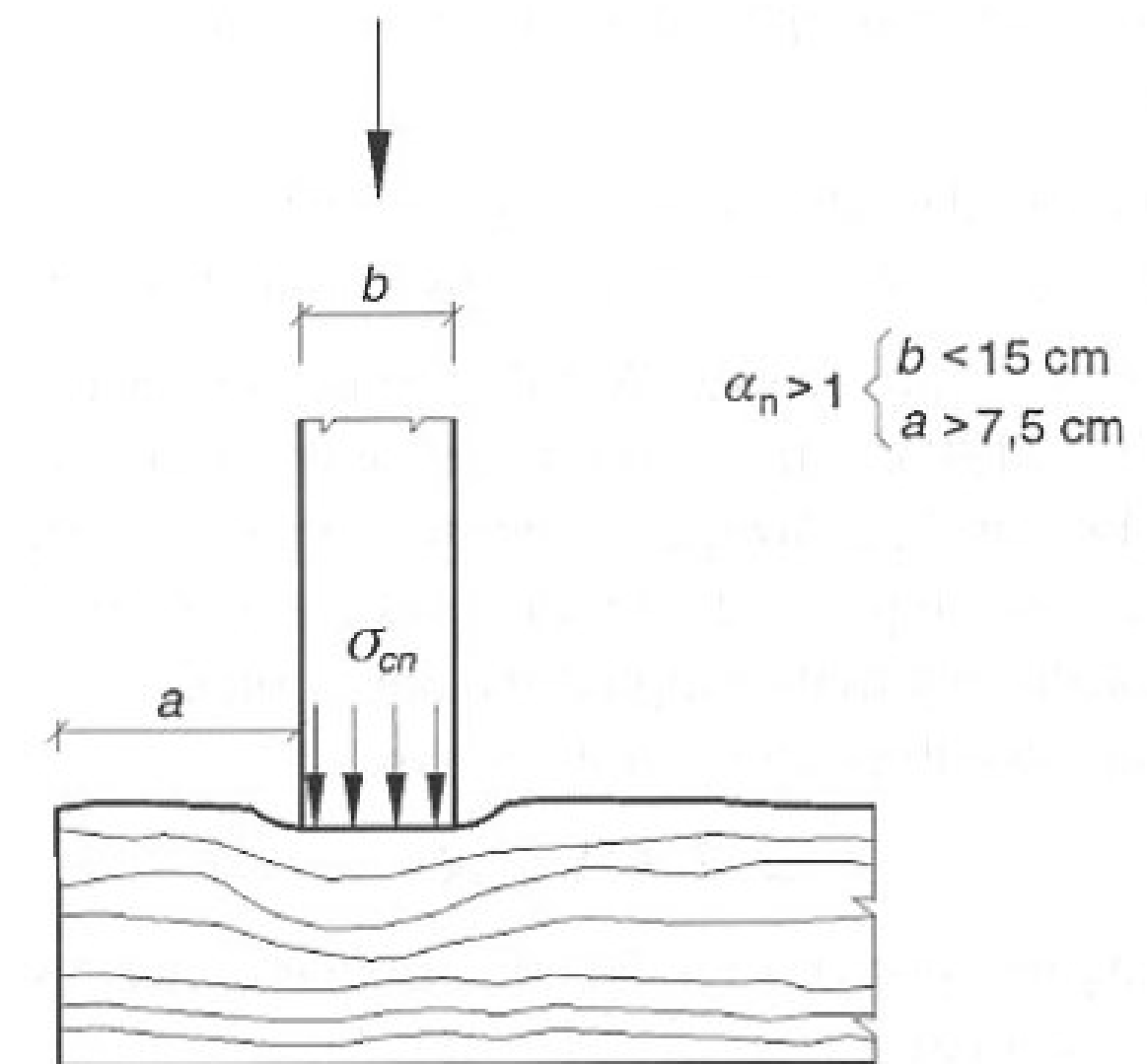
## Peças Tracionadas

# Relações usuais de cálculo

$$f_{t0,d} = f_{c0,d}$$

$$f_{c90,d} = 0,25 \cdot f_{c0,d} \cdot \alpha_n$$

Extensão da carga normal às fibras, medida paralelamente a estas (em cm)	$\alpha_n$
1	2,00
2	1,70
3	1,55
4	1,40
5	1,30
7,5	1,15
10	1,10
$\geq 15$	1,00



# Cálculo de peças a tração simples

Para peças tracionadas com fibras paralelas ao eixo de aplicação da carga

$$\sigma_{t0,d} = \frac{N_d}{A_n} \leq f_{t0,d}$$

- $\sigma_{t0,d}$  → Tensão solicitante de cálculo decorrente do esforço de tração
- $f_{t0,d}$  → Resistência de cálculo à tração da madeira
- $A_n$  → Área líquida (ou útil) da seção, descontados os entalhes e demais detalhes que reduzam a área resistente da seção
- $N_d$  → Esforço axial de tração solicitante de cálculo

# Cálculo de peças a tração simples

Exemplo 1: Considerando um carregamento axial dimensionante à tração de 200kN numa peça de madeira serrada com 2,0m de comprimento, dimensionar conforme a NBR 7190/1997, considerando madeira dicotiledônea classe C30 em ambiente com 85% de umidade, de segunda categoria, com carregamento de média duração.



# Cálculo de peças a tração simples

Exemplo 1: Considerando um carregamento axial dimensionante à tração de 200kN numa peça de madeira serrada com 2,0m de comprimento, dimensionar conforme a NBR 7190/1997, considerando madeira dicotiledônea classe C30 em ambiente com 85% de umidade, de segunda categoria, com carregamento de média duração.

- Nesse tipo de problema, devemos garantir que os esforços solicitantes são inferiores aos esforços resistentes, ou seja,  $F_{sd} \leq F_{rd}$ .

- Definição do  $k_{mod}$ :

- $k_{mod,1} = 0,80$

- $k_{mod,2} = 0,80$

- $k_{mod,3} = 0,80$

- $k_{mod} = k_{mod,1} \times k_{mod,2} \times k_{mod,3} = 0,8^3 = 0,512$

Classes de Umidade	Umidade relativa do ambiente $U_{amb}$	Umidade de equilíbrio da madeira $U_{cq}$
1	$\leq 65\%$	12%
2	$65\% < U_{amb} \leq 75\%$	15%
3	$75\% < U_{amb} \leq 85\%$	18%
4	$U_{amb} > 85\%$ durante longos períodos	$\geq 25\%$

$k_{mod}$	Classes de Carregamento ( $k_{mod,1}$ ) / Classes de Umidade ( $k_{mod,2}$ )	Tipos de Madeira	
		Madeira serrada Madeira laminada e colada Madeira compensada	Madeira recomposta
$k_{mod,1}$	Permanente	0,60	0,30
	Longa duração	0,70	0,45
	Média duração	0,80	0,65
	Curta duração	0,90	0,90
	Instantânea	1,10	1,10
$k_{mod,2}$	(1) e (2)	1,00	1,00
	(3) e (4)	0,80	0,90

Categoria	Descrição	Tipos de Madeira	
		Dicotiledôneas $k_{mod,3}$	Coníferas $k_{mod,3}$
1ª Categoria	- Isenção de defeitos - Garantia da rigidez	1,00	0,80
2ª Categoria	- Sem garantia de qualidade	0,80	0,80

# Cálculo de peças a tração simples

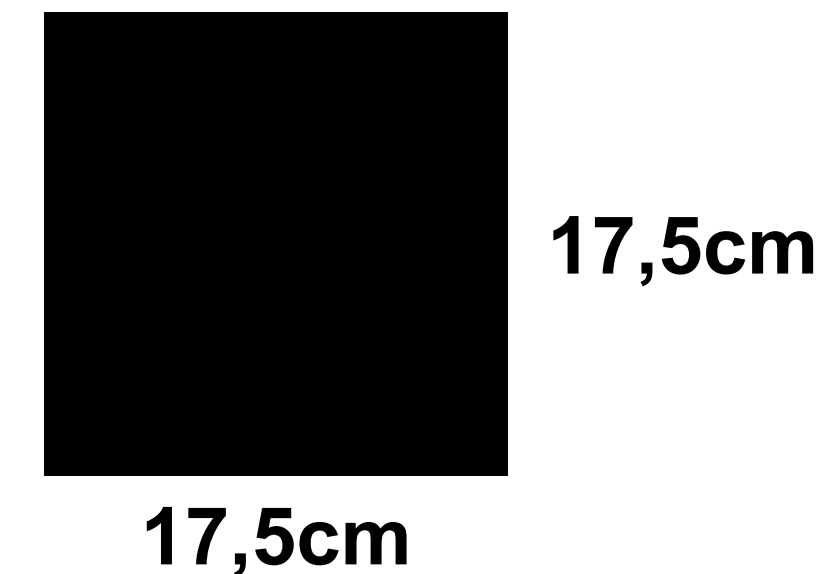
- Obtenção da resistência de cálculo:

$$f_{t0,d} = f_{c0,d} = k_{mod} \times \frac{f_{c0,k}}{\gamma_{wc}} = 0,512 \times \frac{30,0}{1,40} = 10,97 MPa = 1,097 kN/cm^2$$

- Verificação da área mínima:

$$\sigma_{t0,d} = \frac{N_d}{A_n} \leq f_{t0,d} \rightarrow \frac{200 \times 1,5}{A_n} \leq 1,097 \rightarrow A_n \geq \frac{300}{1,097} \cong 274 cm^2$$

- Considerando uma peça quadrada, podemos adotar uma seção com lado mínimo  $b_{mín} = \sqrt{274} = 16,55 cm$ . Por isso, adotamos uma peça de 7" x 7" (ou 17,5cm x 17,5cm)

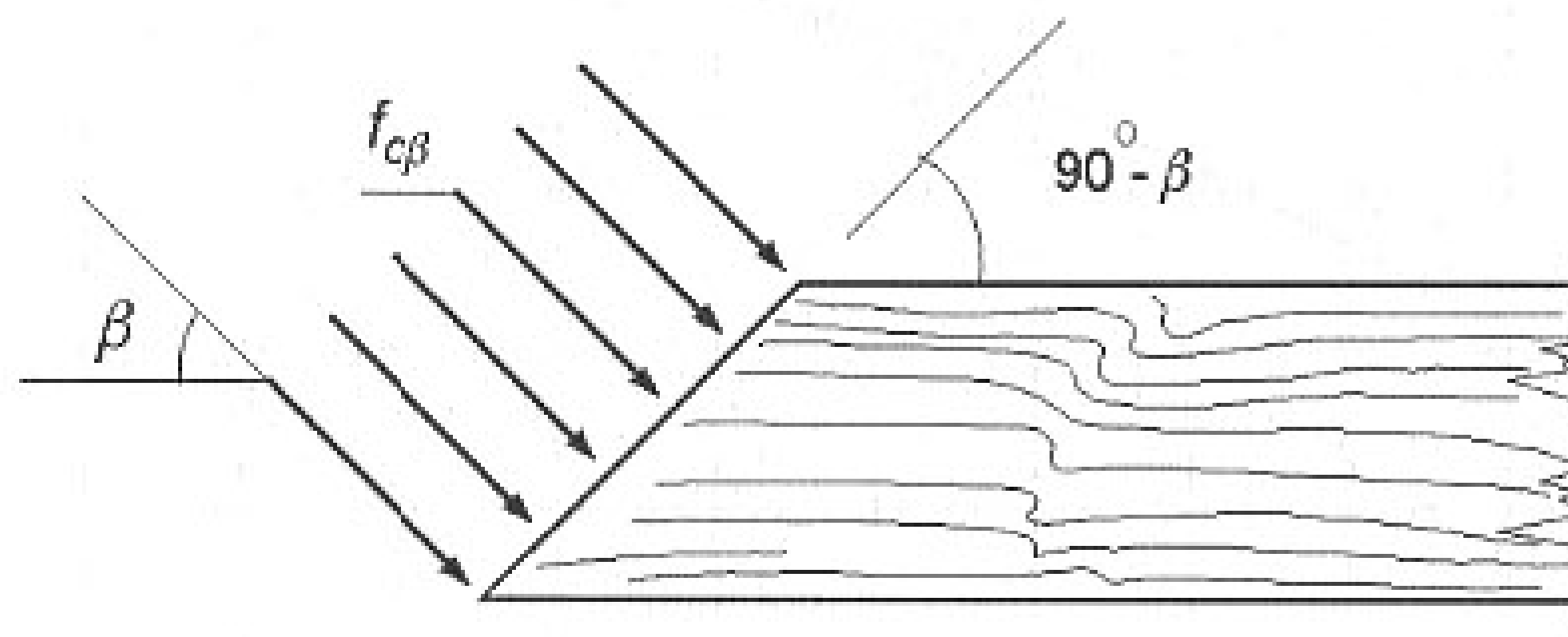


# Cálculo de peças a tração simples

Para peças tracionadas com fibras inclinadas ao eixo de aplicação da carga

- Se  $\theta \leq 6^\circ$ , desprezar inclinação
- Se  $\theta > 6^\circ$ , adotar expressão de Hankinson

$$f_{t\theta,d} = \frac{f_{t0,d} \cdot f_{c90,d}}{f_{t0,d} \cdot \text{sen}^2 \theta + f_{c90,d} \cdot \text{cos}^2 \theta}$$



# Cálculo de peças a tração simples

Exemplo 2: Uma diagonal em madeira, inclinada 30 graus em relação à viga, é feita de madeira conífera de classe C20, utilizando madeira serrada, de 2ª categoria e com classe de umidade 1. Considerando que ambas as seções (viga e diagonal) são retangulares de dimensões 5cm x 10cm, e o carregamento é de longa duração, calcule o esforço máximo solicitante da diagonal sobre a viga.

# Cálculo de peças a tração simples

Exemplo 2: Uma diagonal em madeira, inclinada 30 graus em relação à viga, é feita de madeira conífera de classe C20, com madeira serrada, de 2ª categoria e com classe de umidade 1. Considerando que ambas as seções são retangulares de dimensões 5cm x 10cm e o carregamento é de longa duração, calcule o esforço máximo solicitante da diagonal sobre a viga.

- Definição do  $k_{mod}$ :

- $k_{mod,1} = 0,70$
- $k_{mod,2} = 1,00$
- $k_{mod,3} = 0,80$
- $k_{mod} = k_{mod,1} \times k_{mod,2} \times k_{mod,3} = 0,56$

$k_{mod}$	Classes de Carregamento ( $k_{mod,1}$ ) / Classes de Umidade ( $k_{mod,2}$ )	Tipos de Madeira	
		Madeira serrada Madeira laminada e colada Madeira compensada	Madeira recomposta
$k_{mod,1}$	Permanente	0,60	0,30
	Longa duração	0,70	0,45
	Média duração	0,80	0,65
	Curta duração	0,90	0,90
	Instantânea	1,10	1,10
$k_{mod,2}$	(1) e (2)	1,00	1,00
	(3) e (4)	0,80	0,90

Categoria	Descrição	Tipos de Madeira	
		Dicotiledóneas $k_{mod,3}$	Coníferas $k_{mod,3}$
1ª Categoria	- Isenção de defeitos - Garantia da rigidez	1,00	0,80
2ª Categoria	- Sem garantia de qualidade	0,80	0,80



# Cálculo de peças a tração simples

- Cálculo da resistência paralela às fibras:

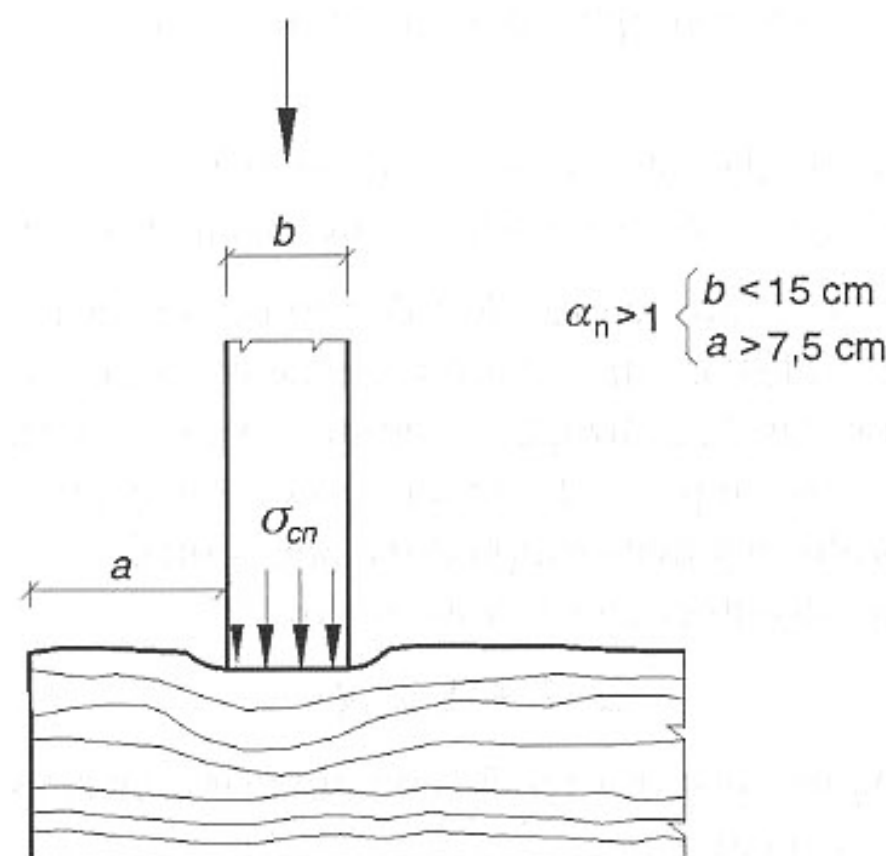
$$f_{t0,d} = f_{c0,d} = k_{mod} \times \frac{f_{c0,k}}{\gamma_{wc}} = 0,56 \times \frac{20,0}{1,40} = 8,0MPa = 0,8kN/cm^2$$

- Cálculo da resistência perpendicular às fibras:

$$f_{c90,d} = 0,25 \times f_{c0,d} \times \alpha_n = 0,25 \times 0,8 \times 1,0 = 0,2kN/cm^2$$

- Cálculo da resistência inclinada a 30 graus:

$$f_{t30,d} = \frac{f_{t0,d} \times f_{c90,d}}{f_{t0,d} \times \sin^2 30 + f_{c90,d} \times \cos^2 30} = \frac{0,8 \times 0,2}{0,8 \times 0,25 + 0,2 \times 0,75} = 0,46kN/cm^2$$



Extensão da carga normal às fibras, medida paralelamente a estas (em cm)	$\alpha_n$
1	2,00
2	1,70
3	1,55
4	1,40
5	1,30
7,5	1,15
10	1,10
$\geq 15$	1,00

# Cálculo de peças a tração simples

- Cálculo da resistência inclinada a 30 graus:

$$f_{t30,d} = \frac{f_{t0,d} \times f_{c90,d}}{f_{t0,d} \times \sin^2 30 + f_{c90,d} \times \cos^2 30} = \frac{0,8 \times 0,2}{0,8 \times 0,25 + 0,2 \times 0,75} = 0,46 \text{ kN/cm}^2$$

- Cálculo da carga máxima resistente de projeto:

$$F_{sd,máx} = f_{t30,d} \times A_n = 0,46 \times b \times \frac{h}{\cos 60} = 0,279 \times 5 \times 20 = 46,0 \text{ kN}$$

- O esforço máximo solicitante na diagonal, considerando um efeito de tração, é, portanto:

$$F_{t,máx} = \frac{F_{sd,máx}}{\gamma_g} = \frac{46,0}{1,5} = 23 \text{ kN}$$

# Cálculo de peças a tração simples

## Disposições construtivas para madeiras serradas

- Comprimento teórico da barra não deve exceder 50 vezes a menor dimensão transversal

Uso	Dimensões Mínimas
Peças principais isoladas	Área $\geq 50 \text{ cm}^2$ Espessura $\geq 5,0 \text{ cm}$
Peças secundárias isoladas	Área $\geq 18 \text{ cm}^2$ Espessura $\geq 2,5 \text{ cm}$
Peças principais múltiplas	Área $\geq 35 \text{ cm}^2$ (cada uma) Espessura $\geq 2,5 \text{ cm}$ (cada uma)
Peças secundárias múltiplas	Área $\geq 18 \text{ cm}^2$ (cada uma) Espessura $\geq 1,8 \text{ cm}$ (cada uma)

# Atividade

O banzo inferior de uma treliça é composto por elementos de madeira de seção transversal 5cm x 10cm. Sabe-se que a madeira é serrada, de primeira categoria e dicotiledônea de classe C30, com classe de umidade 3. Considera-se que o elemento está submetido à tração com um carregamento axial permanente de 70kN e um axial variável de 50kN. Verifique o elemento e, caso a seção não seja satisfatória, proponha uma nova dimensão para a peça.

# Atividade

- Cálculo do  $k_{mod}$ :

- $k_{mod,1} = 0,60$

- $k_{mod,2} = 0,80$

- $k_{mod,3} = 1,00$

- $k_{mod} = k_{mod,1} \times k_{mod,2} \times k_{mod,3} = 0,48$

- Cálculo da tensão resistente a tração:

$$f_{t0,d} \cong f_{c0,d} = k_{mod} \times \frac{f_{c0,k}}{\gamma_{wc}} = 0,48 \times \frac{30}{1,4} = 10,29 MPa = 1,029 kN/cm^2$$

- Cálculo do esforço solicitante:

$$F_{sd} = 1,5 \times (70 + 50) = 180 kN$$



# Atividade

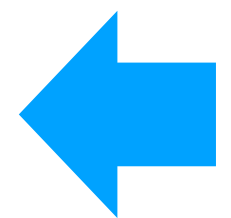
- Verificação:

$$\sigma_{t0,d} = \frac{180}{5 \times 10} = 3,6kN/cm^2 > f_{t0,d}$$

- Identificando a menor área admissível:

$$\frac{180}{A_n} \leq 1,029 \rightarrow A_n \geq \frac{180}{1,029} \cong 175cm$$

- Pode-se adotar, por exemplo, uma seção 10cm x 20cm.



# Estruturas de Madeira

## Peças Comprimidas

# Introdução

São peças tracionadas aquelas submetidas a solicitações de compressão axial (ou compressão simples)

Encontramos elementos estruturais comprimidos em diversas situações, como:

- Pilares ou escoras
- Sistemas de travejamento
- Barras comprimidas de treliças

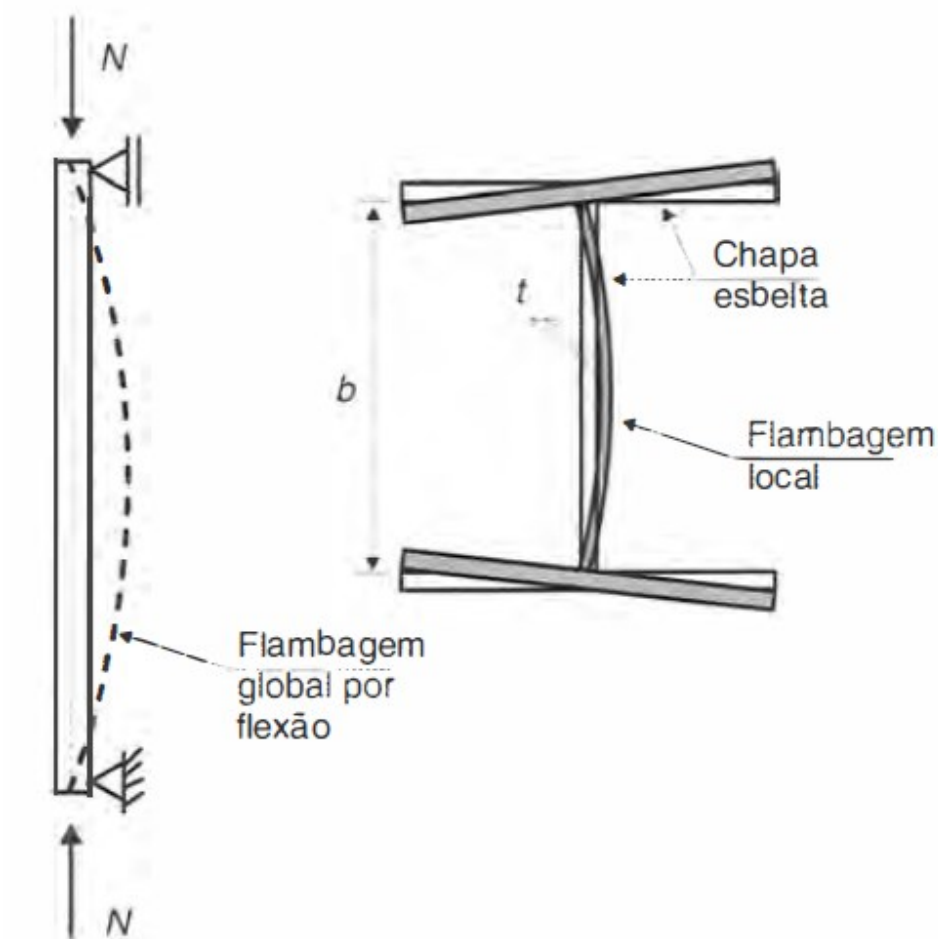
As peças podem ser constituídas de barras de seção simples ou composta, como barras (redondas ou chatas), perfis laminados simples (L, U ou I) e perfis compostos

# Introdução

Ao contrário do efeito de tração, que tende a retificar as peças e reduzir o efeito de curvaturas iniciais existentes, o esforço de compressão tende a acentuar este efeito

Os deslocamentos laterais produzidos produzem a flambagem por flexão, que pode reduzir a capacidade de carga da peça em relação ao caso da peça tracionada

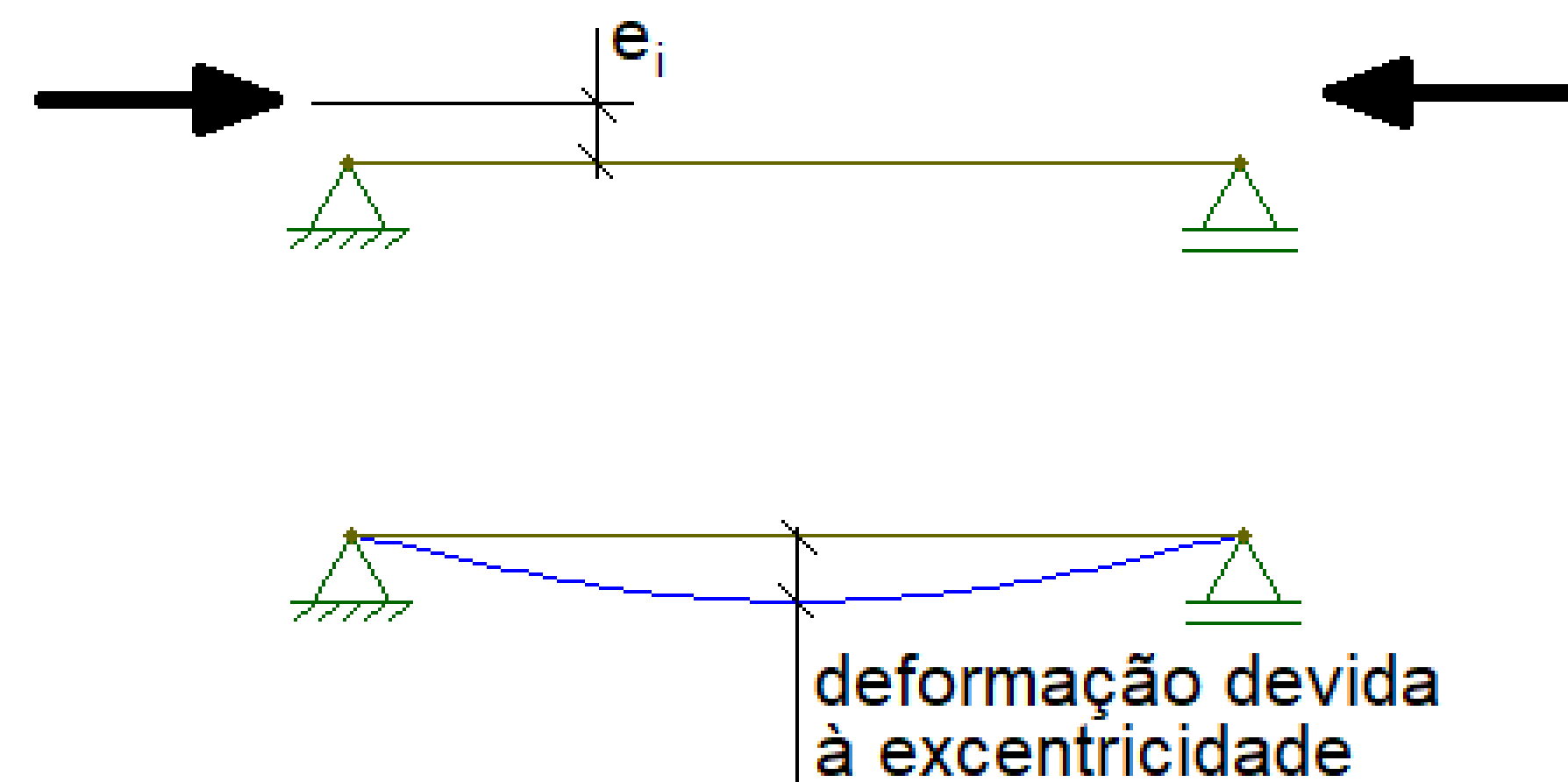
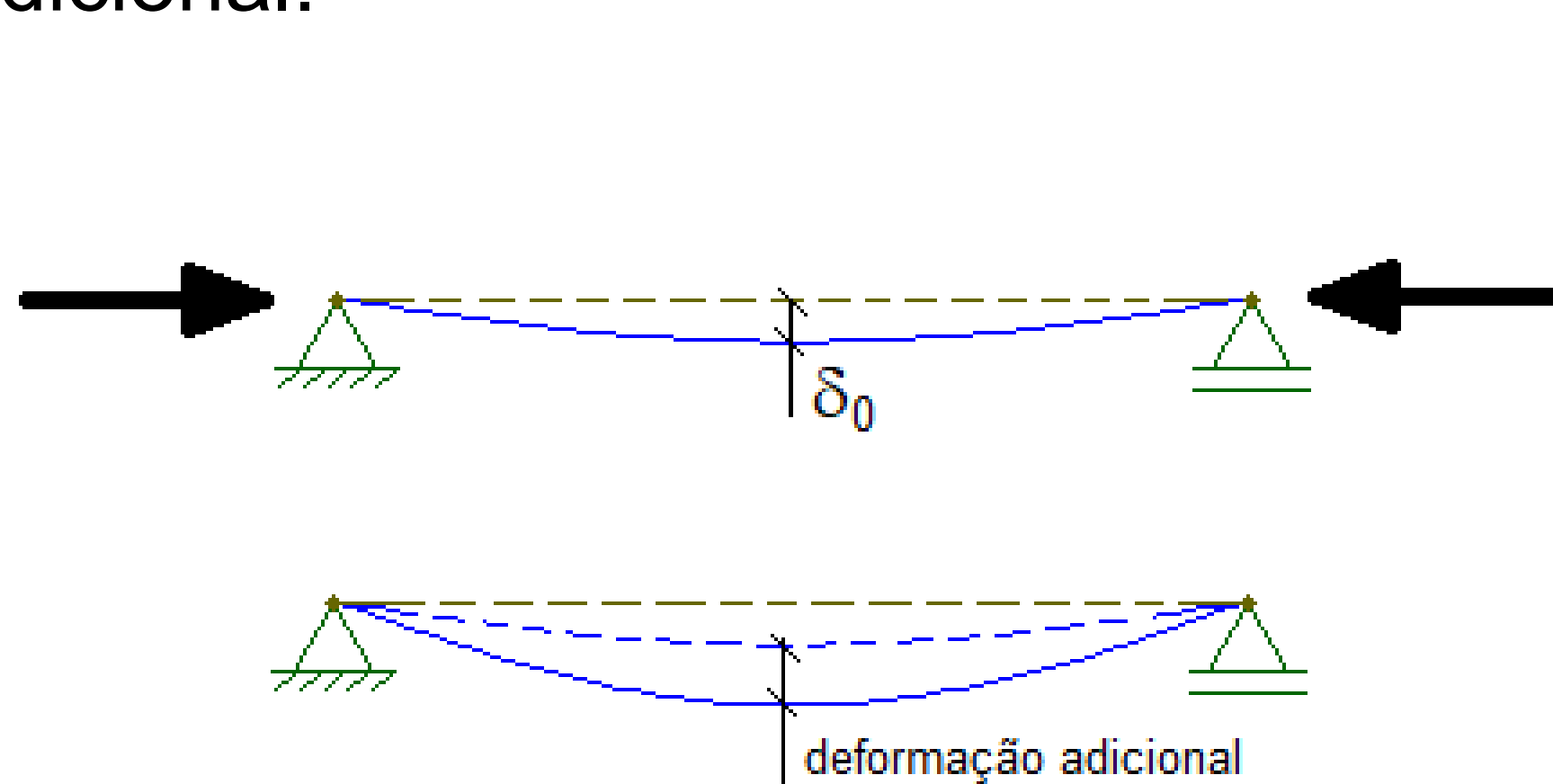
As chapas componentes de um perfil comprimido ainda podem sofrer efeitos de flambagem local, que é uma instabilidade nas chapas, na forma de ondulações



# Comprimento de Flambagem e Esbeltez

Imaginemos uma peça biapoada submetida a um esforço de compressão, que possui uma das duas condições (ou ambas) abaixo:

- Caso 1: a peça possui uma deformação intrínseca ao longo do comprimento, intencional ou não. Chamaremos essa deformação de  $\delta_0$ ;
- Caso 2: o esforço de compressão aplicado não é centralizado na seção transversal da peça, ou seja, há uma excentricidade  $e_i$  na aplicação da carga, que gera um momento fletor adicional.





# Comprimento de Flambagem e Esbeltez

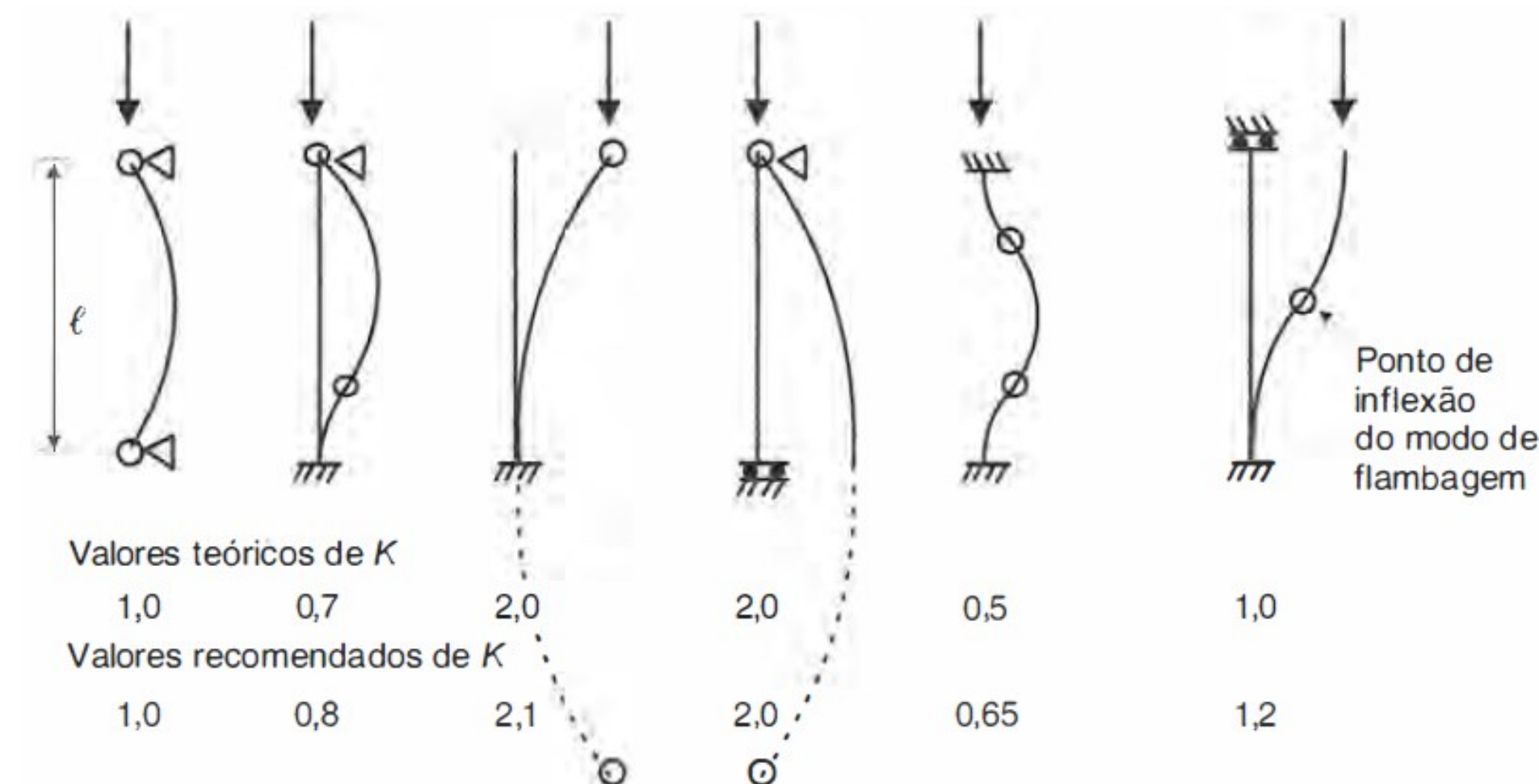
Em ambos os casos, a peça poderá estar sujeita a um efeito chamado **flambagem**. A flambagem nada mais é que uma tendência de uma peça esbelta a apresentar um deslocamento lateral adicional. Nestes casos, a resistência da peça tende a reduzir, dependendo tanto da resistência do material quanto da própria rigidez à flexão da peça, ou seja, do parâmetro  $EI$ .

Os efeitos de flambagem normalmente são determinados para situações de uma peça biapoiada. No entanto, existem casos que os elementos não estão biapoiados, mas sim biengastados, ou engastados e rotulados, por exemplo. Para que os efeitos de flambagem possam ser aplicados para todos os tipos de condições de contorno, utiliza-se o **comprimento de flambagem** no lugar do comprimento real da peça.

# Comprimento de Flambagem e Esbeltez

O comprimento de flambagem é determinado pelo produto do comprimento da peça por um parâmetro de flambagem, conforme a expressão  $l_{fl} = K \cdot l$

O parâmetro de flambagem é uma constante e depende das condições de contorno da peça. A figura abaixo ilustra esses parâmetros.



# Comprimento de Flambagem e Esbeltez

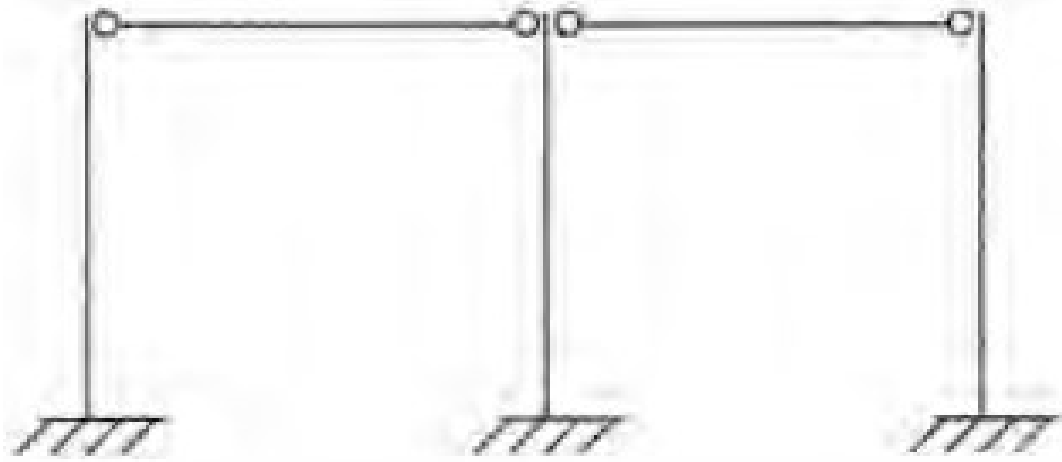
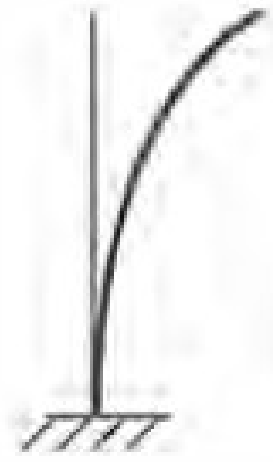
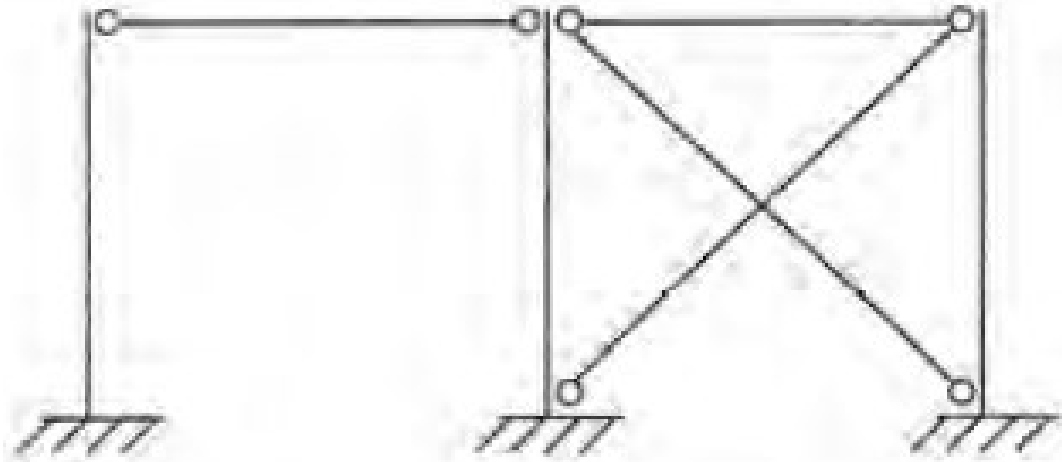
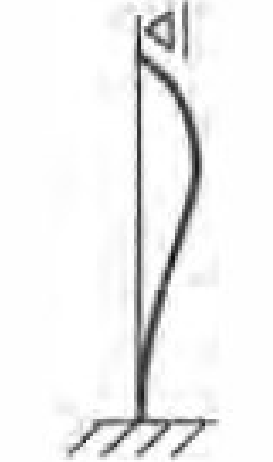
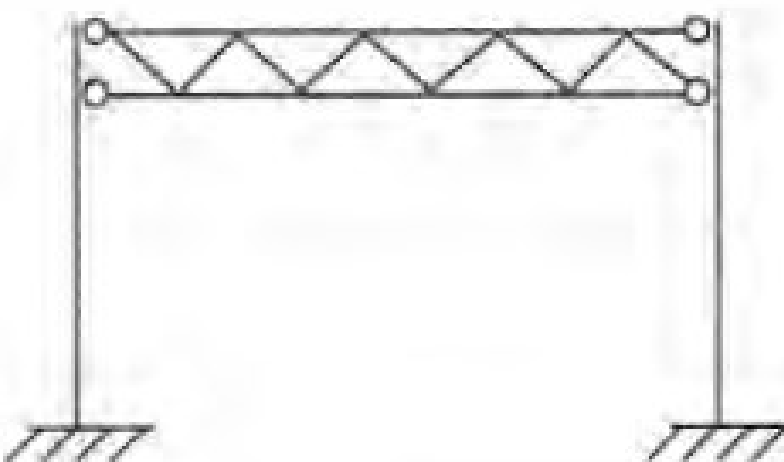
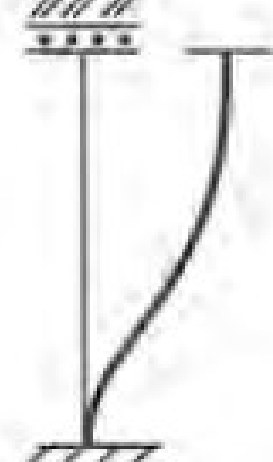
Por exemplo, se trabalharmos com uma viga engastada e rotulada que possui um comprimento entre apoios de 3,5m, o comprimento de flambagem será dado por:

$$l_{fl} = K \cdot l = 0,8 \cdot 3,5 = 2,8m$$

Na prática, as peças comprimidas pertencem a um sistema estrutural, e o processo de flambagem, em geral, envolve todos os seus componentes

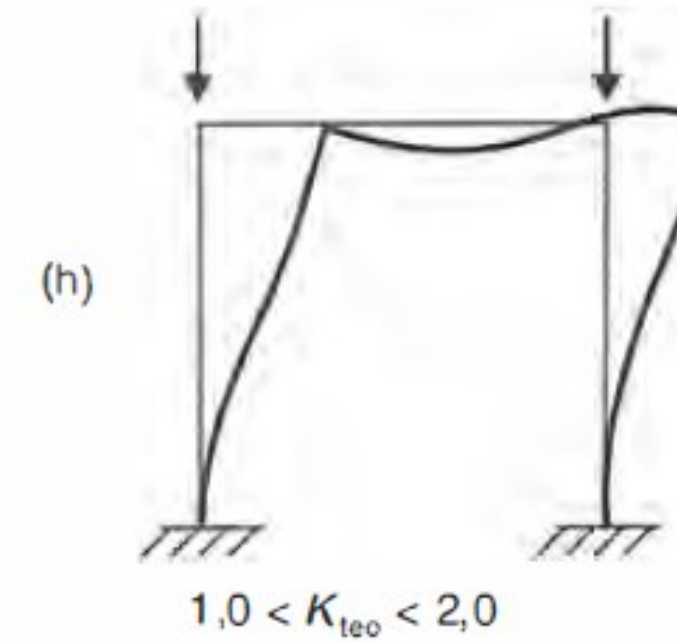
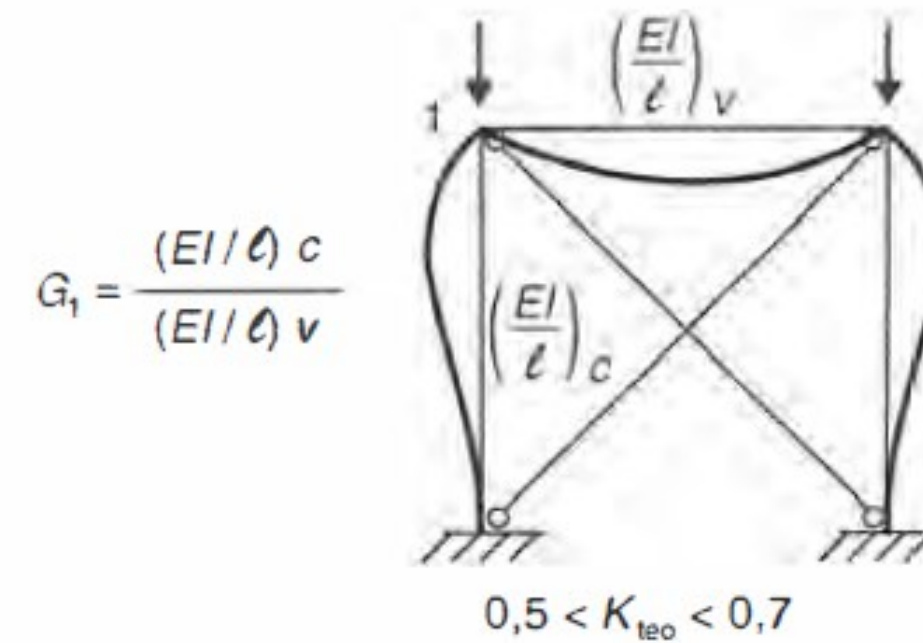
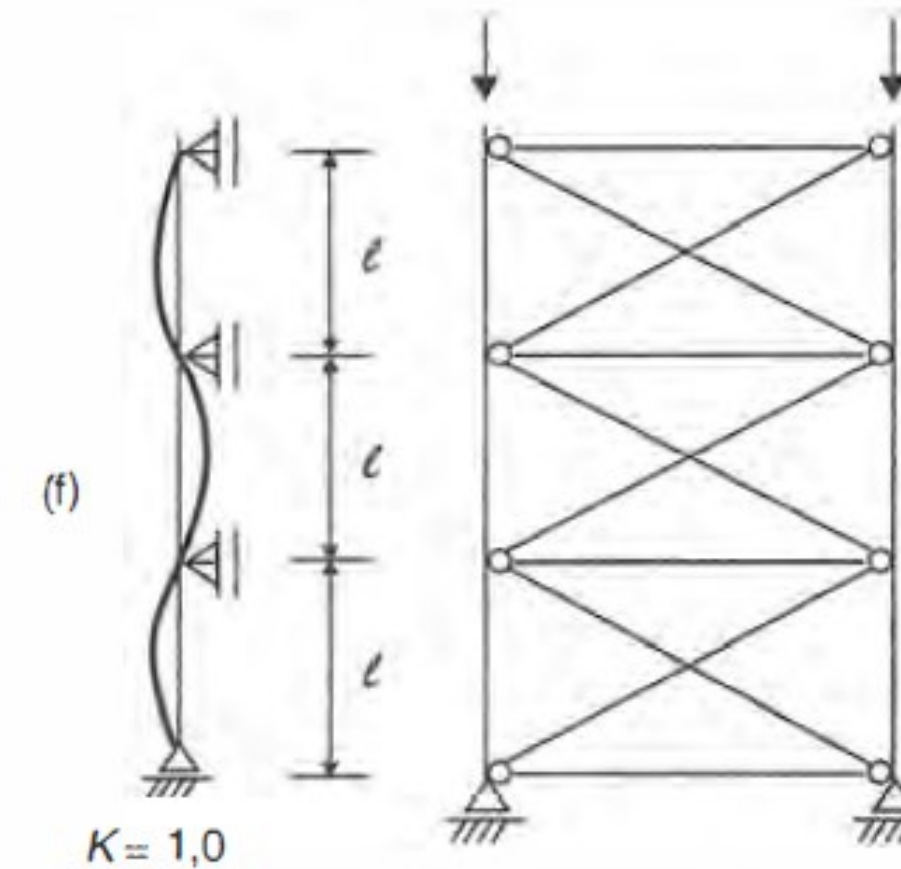
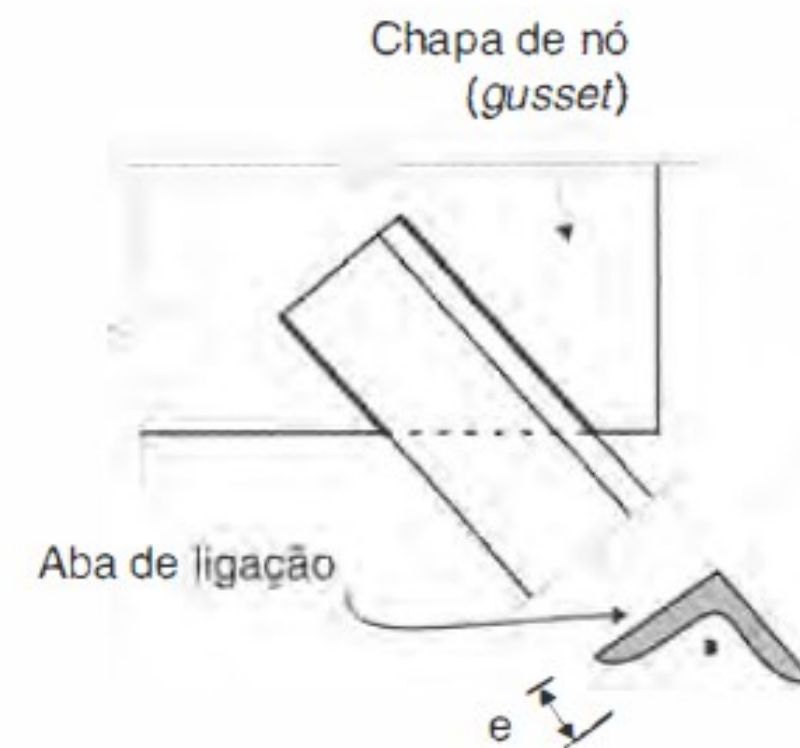
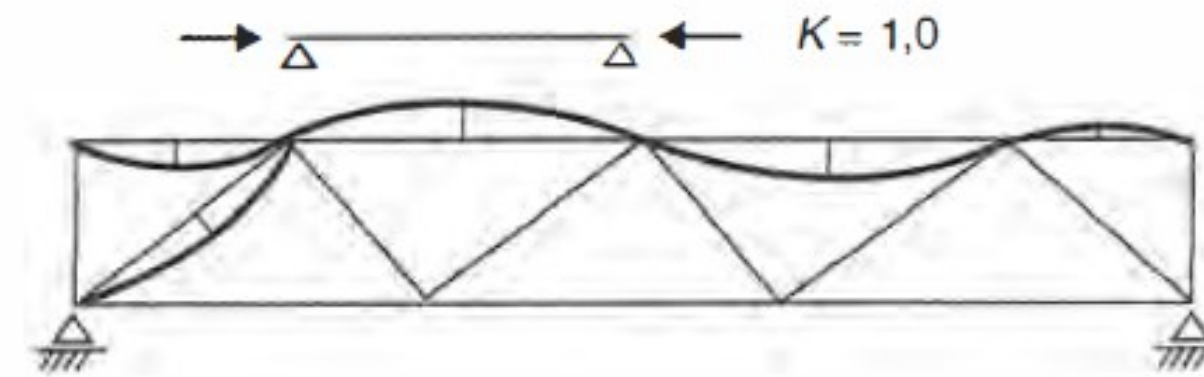
No entanto, existem alguns casos em que as colunas podem ser tratadas, para efeito de cálculo da resistência à compressão, como elementos isolados, com condições de apoio nas extremidades bem definidas

# Comprimento de Flambagem e Esbeltez

Estrutura	Coluna isolada	$K$ teórico
		2,0
		0,7
		1,0



# Comprimento de Flambagem e Esbeltez





# Comprimento de Flambagem e Esbeltez

Como em estruturas de madeira trabalhamos com ligações que podem apresentar características deformáveis, desprezam-se fatores que possam reduzir o comprimento de flambagem

Limite para o índice de esbeltez:

$$\lambda = \frac{l_{fl}}{i} \leq 140$$

sendo  $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$  o menor raio de giração da peça

# Classificação de peças a compressão

Peças comprimidas sujeitas a três classificações:

- Peças curtas:  $\lambda \leq 40$
- Peças medianamente esbeltas:  $40 < \lambda \leq 80$
- Peças esbeltas:  $80 < \lambda \leq 140$

Em peças curtas, não precisamos levar em consideração a flambagem dos elementos

Para peças medianamente esbeltas, consideramos os efeitos de flambagem, transformando a análise em um caso de flexocompressão

Para peças esbeltas, aplicamos o mesmo critério de peças medianamente esbeltas, adicionando o efeito de fluência da madeira

# Dimensionamento de peças curtas a compressão simples

Compressão paralela às fibras

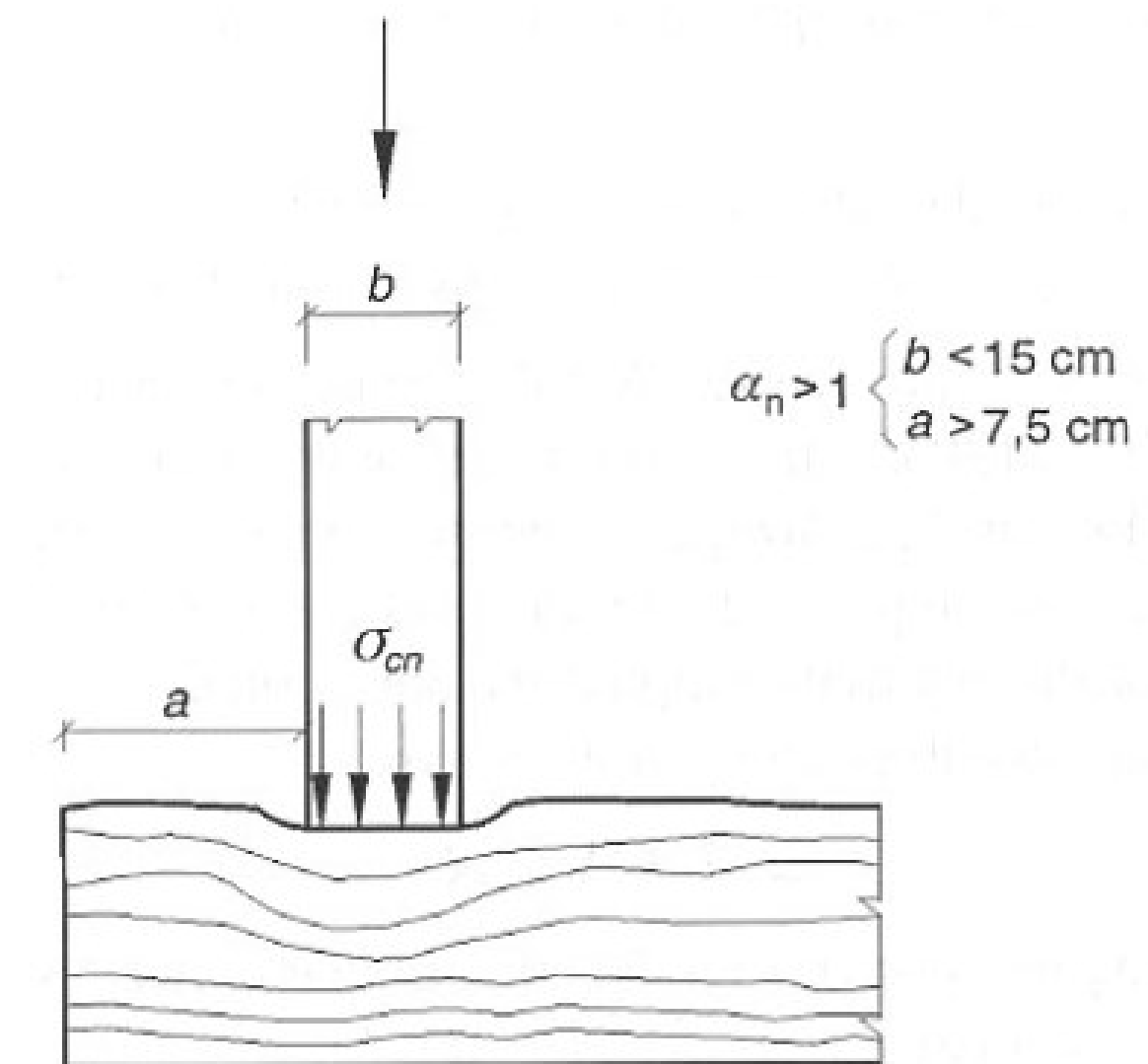
$$\sigma_{c0,d} \leq f_{c0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c0,k}}{\gamma_w}$$

Compressão normal às fibras da madeira

$$\sigma_{c90,d} \leq f_{c90,d} = 0,25 \cdot f_{c0,d} \cdot \alpha_n$$

Compressão inclinada às fibras da madeira

$$f_{c\theta} = \frac{f_{c0} \cdot f_{c90}}{f_{c0} \cdot \sin^2 \theta + f_{c90} \cdot \cos^2 \theta}$$



# Dimensionamento de peças curtas a compressão simples

Exemplo 3: Considere uma peça de madeira ipê (dicotiledônea), de classe de resistência C40, de dimensões 15cm x 15cm. Considere que um comprimento de flambagem de 1,5m. Determine qual é a máxima carga de compressão de projeto admissível para que o elemento passe na verificação à compressão simples. Adote um  $k_{mod} = 0,70$ .

# Dimensionamento de peças curtas a compressão simples

Exemplo 3: Considere uma peça de madeira ipê (dicotiledônea), de classe de resistência C40, de dimensões 15cm x 15cm. Considere que um comprimento de flambagem de 1,5m. Determine qual é a máxima carga de compressão de projeto admissível para que o elemento passe na verificação à compressão simples. Adote um  $k_{mod} = 0,70$ .

- Calcula-se a resistência de projeto da peça:

$$f_{c0,d} = k_{mod} \times \frac{f_{c0,k}}{\gamma_{wc}} = 0,70 \times \frac{40}{1,4} = 20MPa = 2,0kN/cm^2$$

- Calcula-se a esbeltez da peça:

$$I = \frac{b \times h^3}{12} = \frac{15^4}{12} = 4218,75cm^4; A = 15 \times 15 = 225cm^2$$

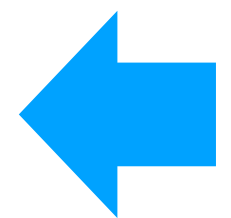
$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{4218,75}{225}} = 4,33cm \rightarrow \lambda = \frac{l_{fl}}{i} = \frac{150}{4,33} = 34,64 < 40 \rightarrow \text{Peça curta}$$



# Dimensionamento de peças curtas a compressão simples

- Sabendo que a peça é curta, calcula-se a carga máxima resistente de projeto:

$$F_{sd} < f_{cd} \times A_n = 2,0 \times 15 \times 15 = 450kN$$



# Estruturas de Madeira

## Flexão Simples

# Verificação a flexão simples

Conforme a NBR 7190/97, devemos verificar as tensões devidas à flexão segundo três critérios:

- Análise das tensões normais nos bordos da seção transversal
- Análise das tensões de compressão normal à fibra, nos apoios das vigas
- Análise das tensões de cisalhamento

# Verificação das tensões a flexão simples

Tensões normais nos bordos da seção transversal

$$\sigma_{t,d} = \frac{M_d}{W_t} \leq f_{t0,d}$$

$$\sigma_{c,d} = \frac{M_d}{W_c} \leq f_{c0,d}$$

# Verificação das tensões a flexão simples

Tensão de compressão normal à fibra, nos apoios

- Devemos considerar a verificação de uma peça curta sujeita a compressão simples normal às fibras da madeira

$$\sigma_{cn,d} = \frac{R_d}{b \cdot c} \leq f_{c90,d} = 0,25 \cdot f_{c0,d} \cdot \alpha_n$$

- Admite-se, para fins que cálculo, que a distribuição da reação sobre o apoio é uniforme, apesar de sabermos que há uma concentração maior das tensões na parte interna do apoio, devido à rotação presente na viga.



# Verificação das tensões a flexão simples

Verificação das tensões de cisalhamento

$$\tau_d = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_d}{b \cdot h} \leq f_{v,d}$$

# Verificação das tensões a flexão simples

Exemplo:

- Considere uma peça de madeira serrada, de 1ª categoria e classe de umidade 2, de classe Dicotiledônea C30, com comprimento total igual a 3,5m. Adote ainda uma seção 5cm x 15cm e apoios de 20cm de largura, localizados nas extremidades da peça. Determine o máximo carregamento uniforme admissível, considerado permanente, sabendo que se trata de uma combinação normal de ações.

# Verificação das tensões a flexão simples

- Cálculo do  $k_{mod}$ :
  - $k_{mod,1} = 0,60$ ;  $k_{mod,2} = 1,00$ ;  $k_{mod,3} = 1,00$
  - $k_{mod} = 0,60$
- Cálculo das tensões resistentes:
  - $f_{c0,d} = k_{mod} \times \frac{f_{c0,k}}{\gamma_w} = 0,60 \times \frac{30}{1,4} = 12,86MPa = 1,29kN/cm^2$
  - $f_{c90,d} = 0,25 \times f_{c0,d} \times \alpha_n = 0,25 \times 1,286 \times 1,0 = 0,32kN/cm^2$
  - $f_{v,d} = k_{mod} \times \frac{f_{v,k}}{\gamma_w} = 0,60 \times \frac{5}{1,8} = 1,67MPa = 0,17kN/cm^2$
- Propriedades geométricas:
  - $A = b \times h = 5 \times 15 = 75cm^2$
  - $W = \frac{b \times h^2}{6} = \frac{5 \times 15^2}{6} = 187,5cm^3$
  - Vão livre:  $l = 350 - 2 \times \left(\frac{20}{2}\right) = 330cm$

# Verificação das tensões a flexão simples

- Verificação das tensões normais:

- $\sigma_{c,d} = \frac{M_d}{W} \leq f_{c0,d} \rightarrow M_d \leq 1,29 \times 187,5 = 241,875 kN.cm \cong 241 kN.cm$

- $M_d = \frac{q_d \times l^2}{8} \leq 241 \rightarrow q_d \leq \frac{241 \times 8}{330^2} = 0,0177 kN/cm = 1,77 kN/m$

- $q_k \leq \frac{1,77}{1,4} = 1,26 kN/m$

# Verificação das tensões a flexão simples

- Verificação da compressão nos apoios:

- $R_d = \frac{(q_d \times l)}{2} = \frac{q_d \times 330}{2} = 115 \times q_d$

- $\sigma_{c90,d} = \frac{R_d}{b \times c} \leq f_{c90,d} \rightarrow 115q_d \leq 0,32 \times 5 \times 20 = 32 \rightarrow q_d \leq 0,2783kN/cm = 27,83kN/m$

- $q_k \leq \frac{27,83}{1,4} = 19,87kN/m$



# Verificação das tensões a flexão simples

- Verificação do cisalhamento:

- $\tau_d = \frac{3}{2} \times \frac{R_d}{b \times h} \leq f_{v,d} \rightarrow 115q_d \leq 0,17 \times 5 \times 15 \times \frac{2}{3} = 8,5 \rightarrow q_d \leq 0,0739kN/cm = 7,39kN/m$

- $q_k \leq \frac{7,39}{1,4} = 5,27kN/m$

# Verificação das tensões a flexão simples

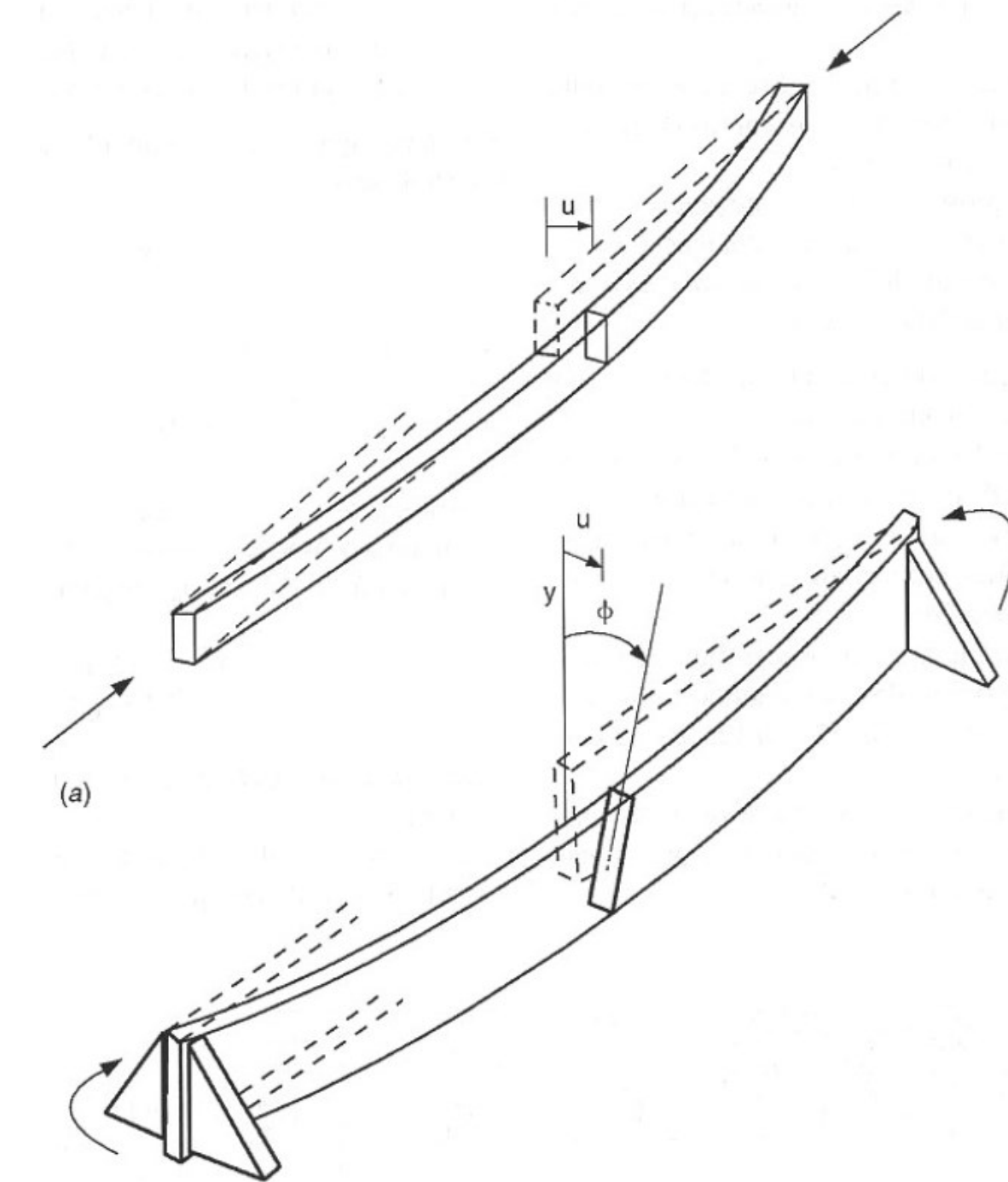
- Verificação das tensões normais:  $q_k \leq \frac{1,77}{1,4} = 1,26kN/m$
- Verificação da compressão nos apoios:  $q_k \leq \frac{27,83}{1,4} = 19,87kN/m$
- Verificação do cisalhamento:  $q_k \leq \frac{7,39}{1,4} = 5,27kN/m$

# Flambagem lateral de vigas retangulares

O efeito de flexão causa a seção transversal da viga a ficar parcialmente tracionada e parcialmente comprimida.

Na região tracionada, assim como nas colunas, há a tendência de estabilizar os efeitos de flambagem, retificando a peça. Já na região comprimida pode ocorrer efetivamente a flambagem.

Juntando os dois efeitos, o de estabilização na região tracionada e o de desestabilização na região comprimida, temos uma movimentação lateral da viga, somada a um efeito de torção em torno do eixo principal da viga.



# Combate à Flambagem lateral

Vigas de seção quadrada, de seção circular, ou de seção retangular que estejam apoiadas no seu maior lado não estão sujeitas à flambagem lateral

As vigas com relação  $h/b \geq 2$  precisam ser contidas lateralmente nos apoios, de forma a impedir a rotação da peça nesses pontos. Essa contenção pode ocorrer através de calços, ou ao conectar a viga a elementos verticais

# Combate à Flambagem lateral

Dependendo do comprimento da viga, será necessário também contê-la lateralmente ao longo do seu comprimento. Essa contenção pode ocorrer de várias formas, como:

- Inclusão de novos apoios com contenção lateral
- Conexão das vigas com um piso, como por exemplo um assoalho de madeira compensada
- Inclusão de vigas secundárias conectando várias vigas principais paralelas
- Amarração das vigas através de diafragmas



# Combate à Flambagem lateral

A NBR 7190/97 especifica um comprimento máximo  $l_1$  em que deve existir uma contenção lateral nas vigas. Não será necessário analisar a viga à flambagem lateral caso a seguinte expressão seja atendida:

$$\frac{l_1}{b} < \frac{E_{c,ef}}{\beta_M \cdot f_{c0,d}}$$

- $\beta_M = \frac{1}{0,25 \cdot \pi} \cdot \frac{\left(\frac{h}{b}\right)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\frac{h}{b} - 0,63}} \cdot \frac{\beta_E}{1,4}$ , sendo  $\beta_E = 4,0$ ;
- $E_{c,ef} = k_{mod,1} \cdot k_{mod,2} \cdot k_{mod,3} \cdot E_c$  é o módulo de elasticidade efeito na direção das fibras.

h/b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\beta_M$	6,0	8,8	12,3	15,9	19,5	23,1	26,7	30,3	34,0	37,6
h/b	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\beta_M$	41,2	44,8	48,5	52,1	55,8	59,4	63,0	66,7	70,3	74,0

# Combate à Flambagem lateral

Exemplo 2: Para o mesmo exemplo anterior, verifique a necessidade de contenção lateral.

# Combate à Flambagem lateral

Exemplo 2: Para o mesmo exemplo anterior, verifique a necessidade de contenção lateral.

- Da tabela de classes de resistência:  $E_{c0,m} = 14500MPa = 1450kN/cm^2$
- Verificação:
  - $E_{c,ef} = k_{mod} \times E_{c0,m} = 0,60 \times 1450 = 870kN/cm^2$
  - $\frac{h}{b} = 3 \rightarrow \beta_M = 12,3$
  - $\frac{l_1}{b} < \frac{E_{c,ef}}{\beta_M \times f_{c0,d}} = \frac{870}{12,3 \times 1,29} = 54,83 \rightarrow l_1 < 54,83 \times 5 = 274,1cm$
- Como o vão livre é de 330cm, há a necessidade de se incluir pelo menos uma contenção lateral no meio do vão.

# Atividade

Considere uma viga de dimensões 10cm x 20cm, com carregamento de projeto  $q_d = 4,5kN/m$ . Considere também uma madeira conífera C25, com um  $k_{mod} = 0,42$ . Para um comprimento total de 400cm, com apoios de 15cm, responda:

- Se há necessidade de se realizar contenções laterais na peça;
- Assumindo que a peça é contida lateralmente, verifique a resistência da peça. Caso a dimensão não seja satisfatória, proponha uma nova dimensão para a peça.

# Atividade

- Propriedades de flambagem:
  - $E_{c,ef} = k_{mod} \times E_{c0,m} = 0,42 \times 8500 = 3570MPa = 357kN/cm^2$
  - $\frac{h}{b} = \frac{20}{10} = 2 \rightarrow \beta_M = 8,8$
- Cálculo das tensões resistentes:
  - $f_{c0,d} = k_{mod} \times \frac{f_{c0,k}}{\gamma_w} = 0,42 \times \frac{25}{1,4} = 7,5MPa = 0,75kN/cm^2$
  - $f_{c90,d} = 0,25 \times f_{c0,d} \times \alpha_n = 0,25 \times 0,75 \times 1,0 = 0,19kN/cm^2$
  - $f_{v,d} = k_{mod} \times \frac{f_{v,k}}{\gamma_w} = 0,42 \times \frac{5}{1,8} = 1,17MPa = 0,12kN/cm^2$
- Propriedades geométricas:
  - $A = b \times h = 10 \times 20 = 200cm^2$
  - $W = \frac{b \times h^2}{6} = \frac{10 \times 20^2}{6} = 666,7cm^3$
  - Vão livre:  $l = 400 - 2 \times \left(\frac{15}{2}\right) = 385cm$



# Atividade

- Verificação da flambagem lateral:
  - $\frac{l_1}{b} < \frac{E_{c,ef}}{\beta_M \times f_{c0,d}} = \frac{357}{8,8 \times 0,75} = 54,09 \rightarrow l_1 < 54,09 \times 10 = 540,9cm$
  - Não há necessidade de contenção lateral
- Verificação da peça pela tensão normal:
  - $M_d = \frac{4,5 \times 3,85^2}{8} = 8,34kN.m = 834kN.cm$
  - $\sigma_{c0,d} = \frac{M_d}{W} = \frac{834}{666,7} = 1,25kN/cm^2 > f_{c0,d} = 0,75kN/cm^2$
- A peça não passa! Estimando 12,5cm x 25cm:
  - $A = b \times h = 12,5 \times 25 = 312,5cm^2$
  - $W = \frac{b \times h^2}{6} = \frac{12,5 \times 25^2}{6} = 1302,08cm^3$

# Atividade

- Verificação da peça pela tensão normal:

- $\sigma_{c0,d} = \frac{M_d}{W} = \frac{834}{1302,08} = 0,64kN/cm^2 < f_{c0,d} \rightarrow ok!$

- Verificação da compressão nos apoios:

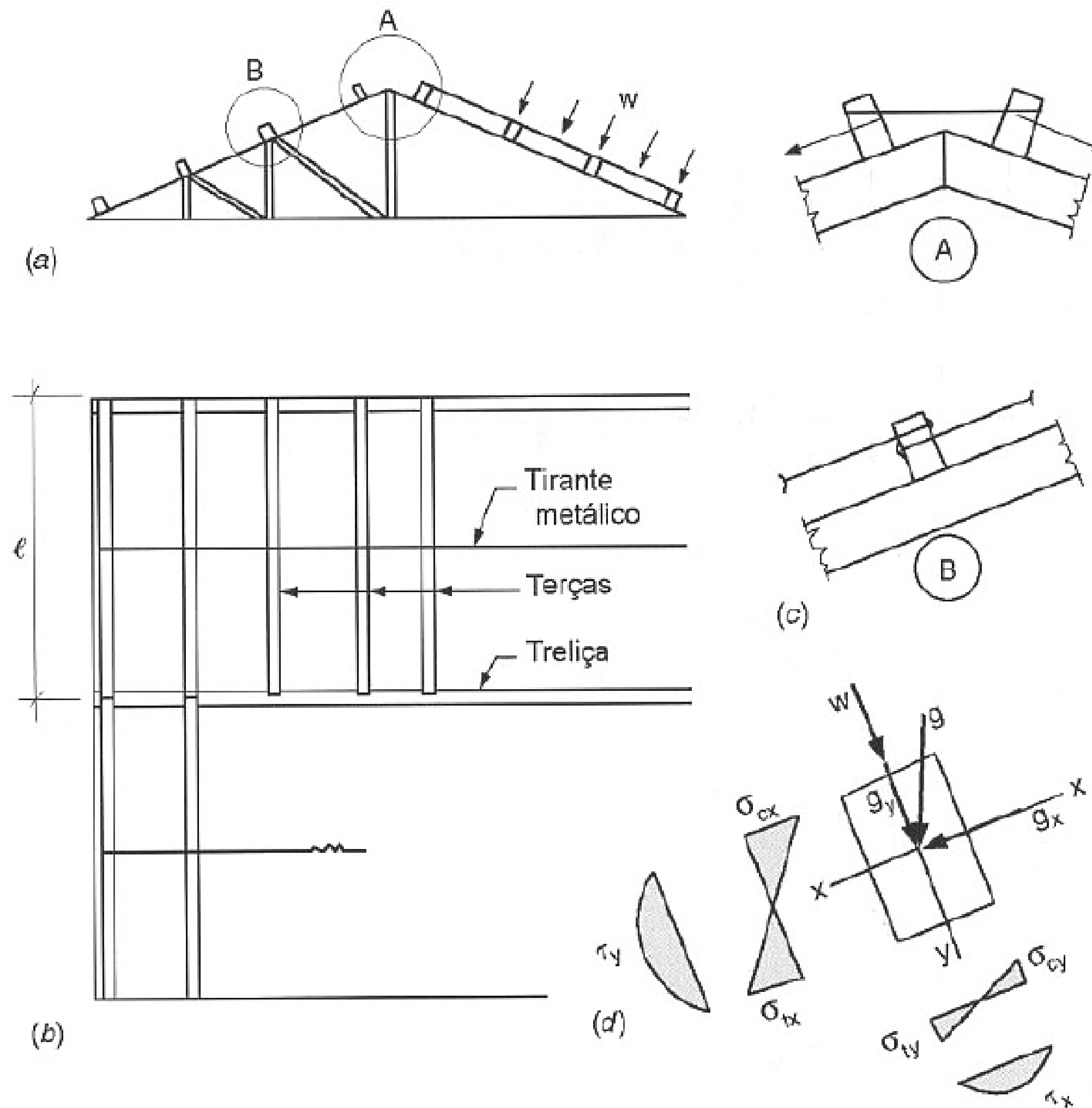
- $R_d = q_d \times \frac{l}{2} = 4,5 \times \frac{3,85}{2} = 8,7kN$

- $\sigma_{c90,d} = \frac{R_d}{b \times c} = \frac{8,7}{12,5 \times 15} = 0,0464kN/cm^2 < f_{c90,d} \rightarrow ok!$

- Verificação do cisalhamento:

- $\tau_d = \frac{3}{2} \times \frac{R_d}{b \times h} = \frac{3}{2} \times \frac{8,7}{12,5 \times 25} = 0,042kN/cm^2 < f_{v,d} \rightarrow ok!$

# Flexão oblíqua



# Flexão oblíqua

## Verificação das tensões atuantes

$$\frac{\sigma_{x0,d}}{f_{w0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{y0,d}}{f_{w0,d}} \leq 1,0$$

$$k_M \cdot \frac{\sigma_{x0,d}}{f_{w0,d}} + \frac{\sigma_{y0,d}}{f_{w0,d}} \leq 1,0$$

- $\sigma_{x0,d}$  e  $\sigma_{y0,d}$  são as tensões solicitantes de projeto nas direções x e y;
- $f_{w0,d}$  é a tensão resistente de projeto a compressão ou a tração, dependendo da tensão solicitante;
- $k_M$  é um fator de combinação de resistências em flexão oblíqua, sendo 0,5 para seções retangulares e 1,0 para demais seções.
- Caso as fibras possuam inclinação superior a 6 graus em relação ao eixo da barra, determinar as resistências através da expressão de Hankinson

# Flexão oblíqua

Verificação do cisalhamento

$$\tau_d = \sqrt{\tau_{xd}^2 + \tau_{yd}^2} \leq f_{vd}$$

Verificação das deformações excessivas (estado limite de serviço)

$$\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} \leq \delta_{lim}$$



# Flexão oblíqua

Exemplo 3: Dada uma terça em uma treliça de inclinação  $10^\circ$ , submetida a um carregamento uniforme de projeto horizontal de  $2\text{kN/m}$  e vertical de  $5\text{kN/m}$ , verifique a peça para as tensões limites.

Considere que a peça é de madeira dicotiledônea, classe C40, com  $f_{c0,k} = 40\text{MPa}$  e  $f_{vk} = 6\text{MPa}$ . Assuma que  $k_{mod} = 0,56$  e que não há flambagem lateral. A peça possui dimensões  $10\text{cm} \times 20\text{cm}$  e comprimento de  $6\text{m}$ , e suas fibras são paralelas ao eixo da viga.

# Flexão oblíqua

- Tensões resistentes:
  - $f_{c0,d} = 0,56 \cdot \frac{40}{1,4} = 16,0MPa$
  - $f_{t0,d} \cong f_{c0,d} = 16,0MPa$
  - $f_{vd} = 0,56 \cdot \frac{6}{1,8} = 1,87MPa$

# Flexão oblíqua

- Cálculo dos efeitos:

- $M_{vert} = 2 \cdot \frac{6^2}{8} = 9,0kN.m$

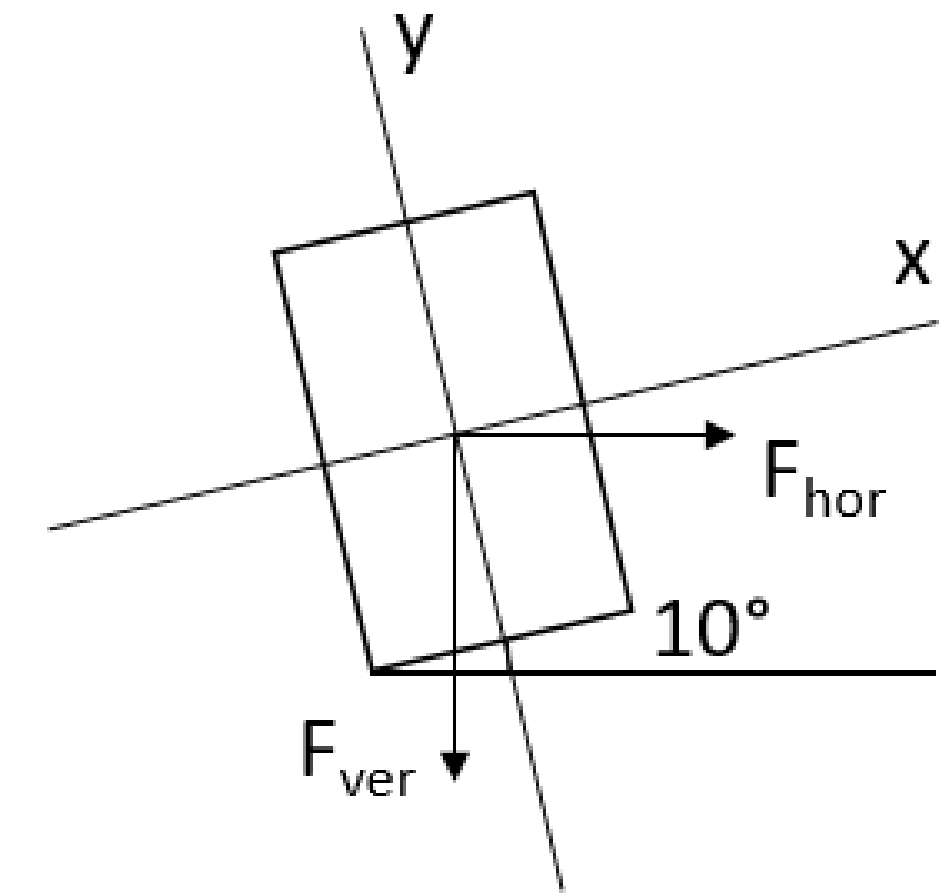
- $V_{hor} = 2 \cdot \frac{6}{2} = 6kN$

- $M_{hor} = 5 \cdot \frac{6^2}{8} = 22,5kN.m$

- $V_{vert} = 5 \cdot \frac{6}{2} = 15kN$

# Flexão oblíqua

- Cálculo dos efeitos projetados:
  - $M_x = M_{vert} \cdot \text{sen}10^\circ + M_{hor} \cdot \text{cos}10^\circ = 23,7kN.m = 2370kN.cm$
  - $M_y = M_{vert} \cdot \text{cos}10^\circ - M_{hor} \cdot \text{sen}10^\circ = 5,0kN.m = 500kN.cm$
  - $V_x = V_{hor} \cdot \text{cos}10^\circ - V_{vert} \cdot \text{sen}10^\circ = 3,3kN$
  - $V_y = V_{hor} \cdot \text{sen}10^\circ + V_{vert} \cdot \text{cos}10^\circ = 15,8kN$



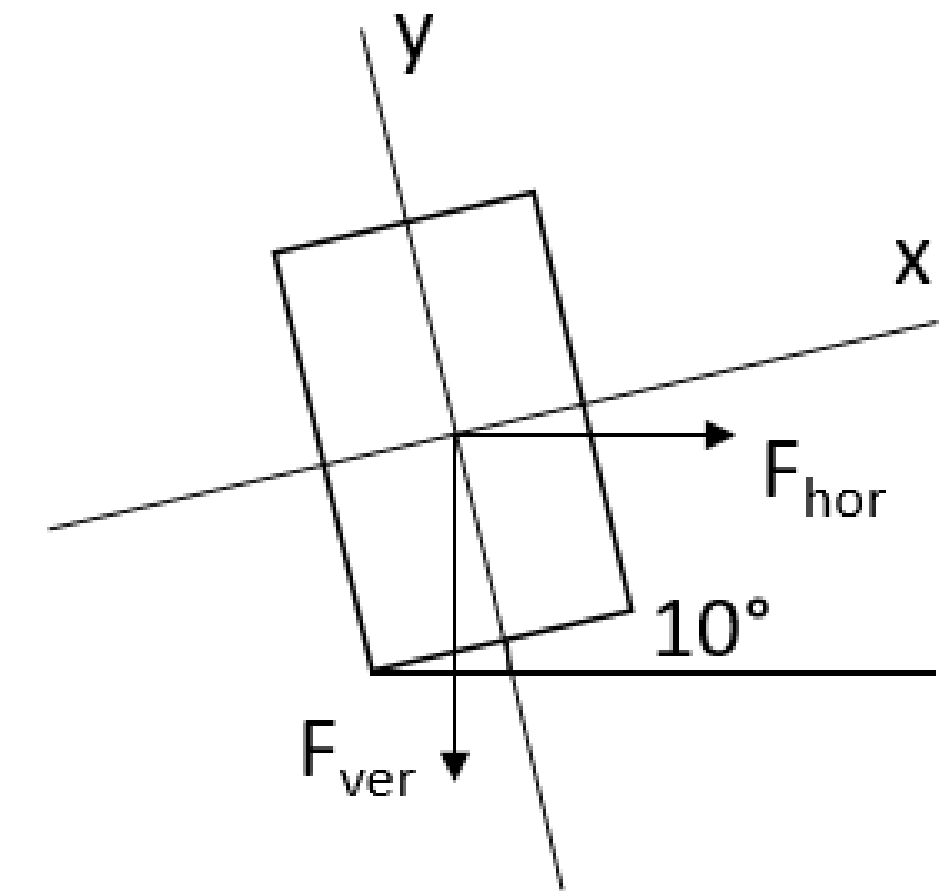
# Flexão oblíqua

- Cálculo dos efeitos projetados:

- $M_x = M_{vert} \cdot \text{sen}10^\circ + M_{hor} \cdot \text{cos}10^\circ = 23,7kN.m = 2370kN.cm$
- $M_y = M_{vert} \cdot \text{cos}10^\circ - M_{hor} \cdot \text{sen}10^\circ = 5,0kN.m = 500kN.cm$
- $V_x = V_{hor} \cdot \text{cos}10^\circ - V_{vert} \cdot \text{sen}10^\circ = 3,3kN$
- $V_y = V_{hor} \cdot \text{sen}10^\circ + V_{vert} \cdot \text{cos}10^\circ = 15,8kN$

- Tensões solicitantes:

- $\sigma_{xd} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{2370,0}{\frac{10 \cdot 20^2}{6}} = 3,56kN/cm^2$
- $\sigma_{yd} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{500}{\frac{20 \cdot 10^2}{6}} = 1,49kN/cm^2$
- $\tau_{xd} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_x}{A} = 0,025kN/cm^2$
- $\tau_{yd} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_y}{A} = 0,119kN/cm^2$





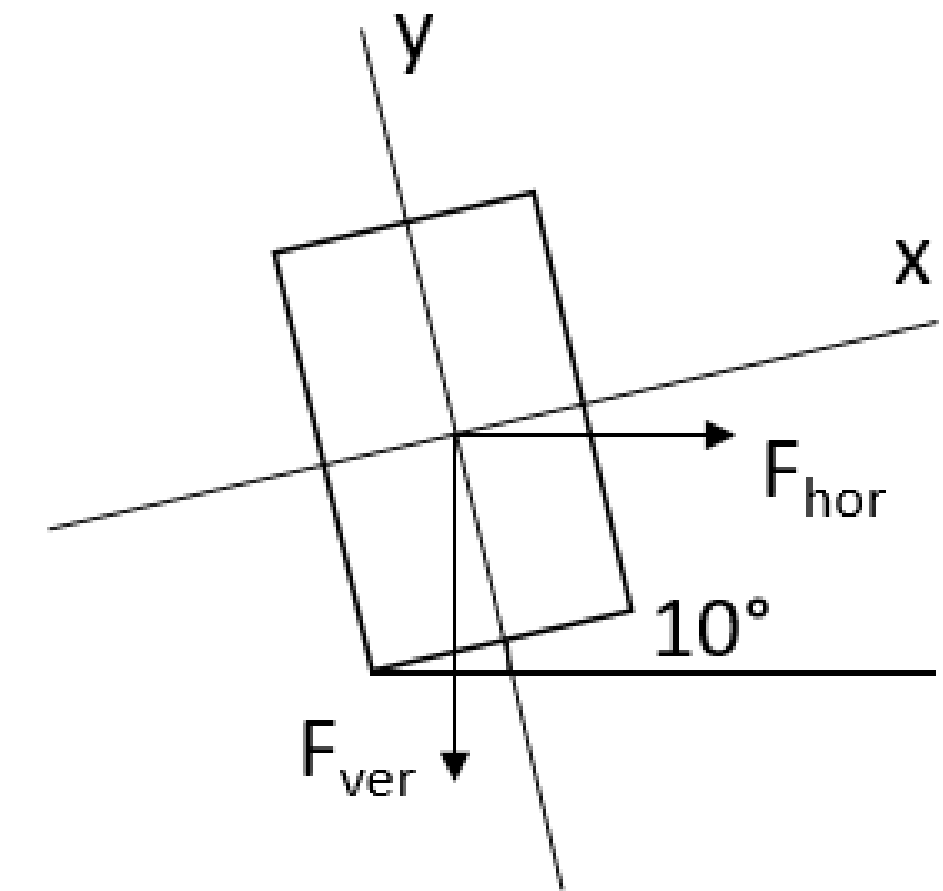
# Flexão oblíqua

- Verificações das tensões:

- $\frac{\sigma_{x0,d}}{f_{w0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{y0,d}}{f_{w0,d}} = \frac{3,56}{1,6} + 0,5 \cdot \frac{1,49}{1,6} = 2,69 > 1,0 \rightarrow \text{não passa!}$

- $k_M \cdot \frac{\sigma_{x0,d}}{f_{w0,d}} + \frac{\sigma_{y0,d}}{f_{w0,d}} = 0,5 \cdot \frac{3,56}{1,6} + \frac{1,49}{1,6} = 2,04 > 1,0 \rightarrow \text{não passa!}$

- $\tau_d = \sqrt{\tau_{xd}^2 + \tau_{yd}^2} = 0,12 < 0,19 \rightarrow \text{passa!}$



# Atividade

Dada uma terça em uma treliça de inclinação  $15^\circ$ , submetida a um carregamento uniforme de projeto vertical de  $4\text{kN/m}$ , dimensione sua seção transversal.

Considere que a peça é de madeira conífera, classe C30, com  $f_{c0,k} = 30\text{MPa}$ .

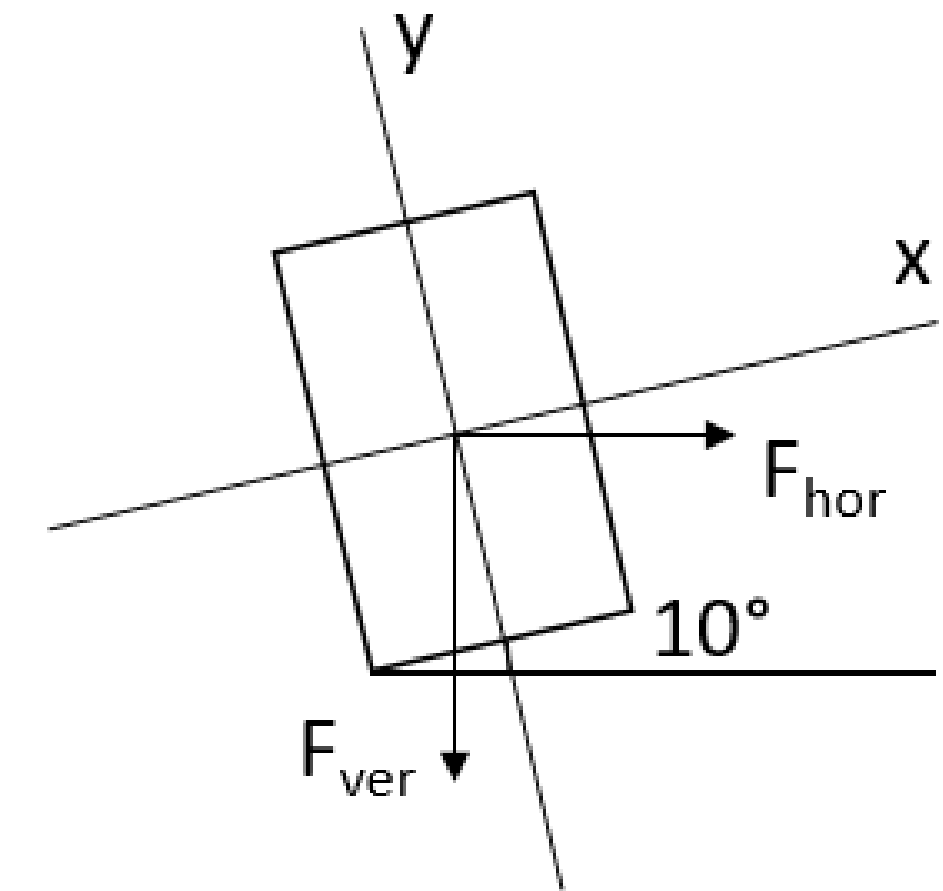
Assuma que  $k_{mod} = 0,60$  e que não há flambagem lateral. A peça possui comprimento de  $4,5\text{m}$ , e suas fibras são paralelas ao eixo da viga. Despreze os efeitos de cisalhamento.

# Atividade

- Tensões resistentes:
  - $f_{c0,d} = 0,60 \times \frac{30}{1,4} = 12,86MPa$
  - $f_{t0,d} \cong f_{c0,d} = 12,86MPa$
  - $f_{vd} = 0,60 \cdot \frac{6}{1,8} = 2,0MPa$

# Atividade

- Cálculo dos efeitos:
  - $M_{hor} = 4 \times \frac{4,5^2}{8} = 10,2kN.m$
  - $V_{vert} = 4 \times \frac{4,5}{2} = 9kN$
- Cálculo dos efeitos projetados:
  - $M_x = M_{hor} . \cos 15^\circ = 9,85kN.m = 985kN.cm$
  - $M_y = M_{hor} . \sin 15^\circ = 2,64kN.m = 264kN.cm$
  - $V_x = V_{vert} . \sin 15^\circ = 2,4kN$
  - $V_y = V_{vert} . \cos 15^\circ = 8,7kN$



# Atividade

- Tensões solicitantes:

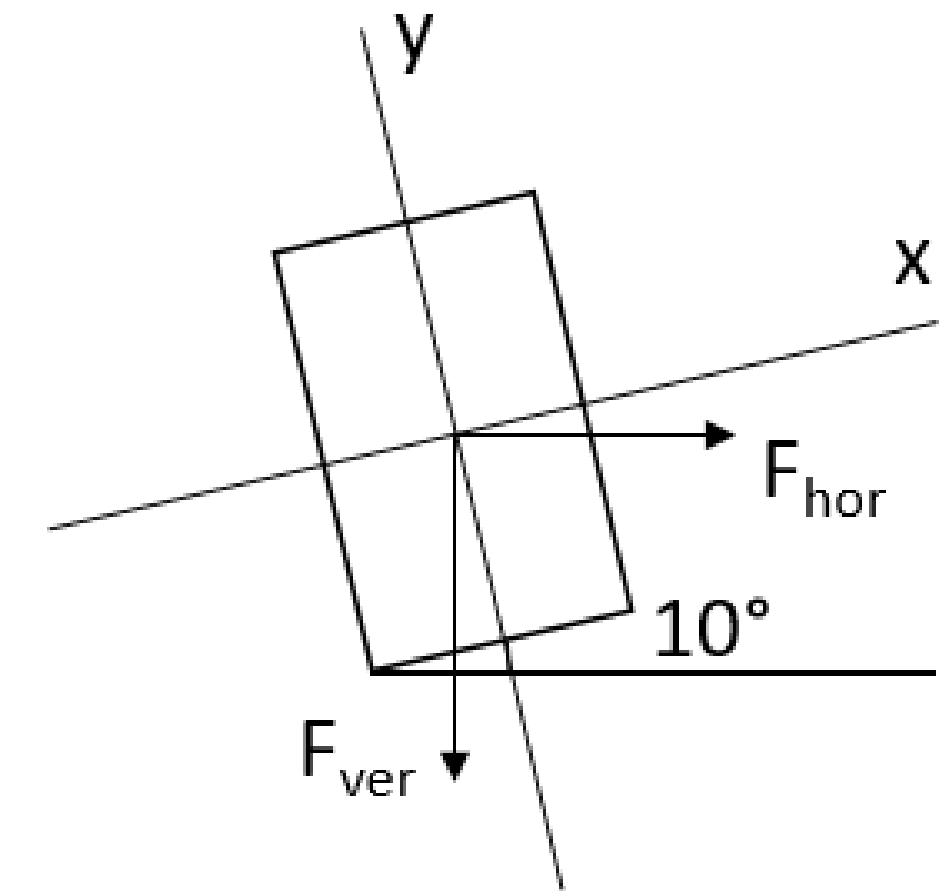
- $\sigma_{xd} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{985}{W_x}$
- $\sigma_{yd} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{264}{W_y}$

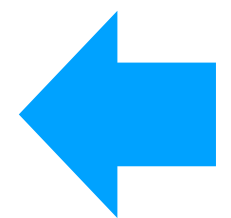
- Verificações das tensões:

- $\frac{\sigma_{x0,d}}{f_{w0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{y0,d}}{f_{w0,d}} = \frac{985}{1,286 \times W_x} + 0,5 \cdot \frac{264}{1,286 \times W_y} \leq 1,0$
- $k_M \cdot \frac{\sigma_{x0,d}}{f_{w0,d}} + \frac{\sigma_{y0,d}}{f_{w0,d}} = 0,5 \cdot \frac{985}{1,286 \times W_x} + \frac{264}{1,286 \times W_y} \leq 1,0$

- Seção 12,5cm x 25cm  $\rightarrow W_x = 1302,0cm^3$ ;  $W_y = 651,0cm^3$ :

- $\frac{985}{1,286 \times 1302} + 0,5 \times \frac{264}{1,286 \times 651} = 0,75 < 1$
- $0,5 \times \frac{985}{1,286 \times 1302} + \frac{264}{1,286 \times 651} = 0,61 < 1$





# Estruturas de Madeira

## Flexão Composta



# Flexotração

## Flexotração reta

$$\sigma_{Td} + \sigma_{t0,d} = \frac{T_d}{A_n} + \frac{M_d}{W} \leq f_{t0,d}$$

$$\sigma_{c0,d} - \sigma_{Td} = \frac{M_d}{W} - \frac{T_d}{A_n} \leq f_{c0,d}$$

## Flexotração composta

$$\frac{\sigma_{Td}}{f_{t0,d}} + \frac{\sigma_{x0,d}}{f_{t0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{y0,d}}{f_{t0,d}} \leq 1,0$$

$$\frac{\sigma_{Td}}{f_{t0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{x0,d}}{f_{t0,d}} + \frac{\sigma_{y0,d}}{f_{t0,d}} \leq 1,0$$

Caso as fibras possuam inclinação superior a 6 graus em relação ao eixo da barra, determinar as resistências através da expressão de Hankinson

# Flexocompressão

Para peças submetidas a esforços de compressão, são necessárias duas verificações:

- Verificação das tensões no estado limite último
- Verificação da estabilidade à flambagem para cada direção da peça

Para cada direção é necessário calcular o índice de esbeltez da peça, e realizar a verificação adequada para aquele nível de esbeltez

Para peças submetidas à compressão simples, porém com  $\lambda > 40$  em qualquer direção, deve-se fazer a verificação da estabilidade como se a peça estivesse submetida à flexocompressão

Caso as fibras possuam inclinação superior a 6 graus em relação ao eixo da barra, determinar as resistências através da expressão de Hankinson

# Flexocompressão – ELU

Verificação das tensões no estado limite último, para flexocompressão oblíqua:

$$\left(\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{x0,d}}{f_{c0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{y0,d}}{f_{c0,d}} < 1$$

$$\left(\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}}\right)^2 + k_M \cdot \frac{\sigma_{x0,d}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{y0,d}}{f_{c0,d}} < 1$$

Para flexocompressão reta, tem-se:

$$\left(\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c0,d}} < 1$$

# Flexocompressão – Estabilidade

Mesmo em situações de compressão simples, a peça sujeita à verificação de estabilidade deve ser verificada a flexocompressão, pois devemos adicionar uma excentricidade accidental  $e_a$  devido a imperfeições geométricas que podem provocar efeitos de segunda ordem característicos da flambagem da peça

$$e_a = \frac{l_{fl}}{300}$$

# Flexocompressão – Estabilidade

Para peças medianamente esbeltas, o momento máximo de projeto gerado em decorrência do esforço normal  $N_d$  atuando com a excentricidade acidental é calculado através da expressão

$$M_d = N_d \cdot (e_a + e_i) \cdot \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N_d}$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E_{c,ef} I}{l_{fl}^2}$$

$e_i$  é a excentricidade inicial equivalente da peça, caso ela esteja submetida a efeitos de flexão na direção analisada:

$$e_i = \frac{M_{id}}{N_d}$$

$e_i$  deve ser superior a  $h/20$ , com  $h$  sendo a altura da seção transversal

Para peças submetidas à compressão simples,  $e_i = 0$

# Flexocompressão – Estabilidade

A partir daí, calculam-se as tensões solicitantes de projeto e verifica-se a peça para a condição de estabilidade a partir da expressão abaixo

$$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c0,d}} \leq 1$$

Essa expressão deve ser aplicada a cada plano de flambagem de forma independente



# Flexocompressão – Estabilidade

Para peças esbeltas, com índice de esbeltez ( $l_{fl}/i$ ) superior a 80 e inferior ao limite imposto por norma, de 140, o processo é o mesmo de peças medianamente esbeltas, com a adição do efeito de fluência da madeira, causando um aumento no momento fletor máximo de projeto ao incluirmos uma excentricidade  $e_c$ . O valor do momento máximo fica, então

$$M_d = \frac{N_d(e_a + e_i + e_c)N_{cr}}{N_{cr} - N_d}$$

# Flexocompressão – Estabilidade

Na expressão, a excentricidade devida a fluência é dada por

$$e_c = (e_{ig} + e_a) \left[ \exp \left( \frac{\varphi N_g^*}{N_{cr} - N_g^*} \right) - 1 \right]$$

- $\varphi$  é o coeficiente de fluência
- $e_{ig} = M_{igd}/N_d$  é a excentricidade inicial decorrente do momento devido às ações permanentes (g)
- $N_g^* = N_g + (\psi_1 + \psi_2)N_q$ , sendo  $N_g$  e  $N_q$  os esforços normais devidos às ações permanentes (g) e variáveis (q), respectivamente, e  $\psi_1$  e  $\psi_2$  são os fatores de utilização, limitados a  $\psi_1 + \psi_2 \leq 1,0$

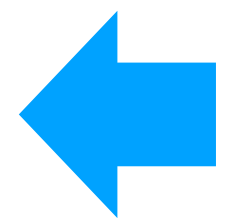
# Flexocompressão – Estabilidade

Classe de carregamento	Classes de umidade			
	1	2	3	4
Permanente	0,8	0,8	2,0	2,0
Longa duração	0,8	0,8	2,0	2,0
Média duração	0,3	0,3	1,0	1,0
Curta duração	0,1	0,1	0,5	0,5

**Coeficientes de fluência**

**Fatores de utilização**

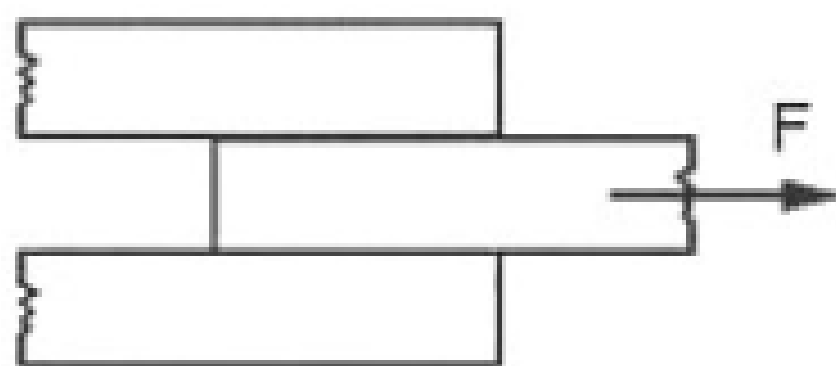
Descrição das ações		$\psi_1$	$\psi_2$
Ações ambientais em estruturas correntes	- Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,5	0,3
	- Pressão dinâmica do vento	0,2	0,0
Cargas acidentais em edifícios	- Locais onde não há predominância de pesos de equipamentos fixos, nem de elevadas concentrações de pessoas	0,3	0,2
	- Locais onde há predominância de pesos de equipamentos fixos ou de elevadas concentrações de pessoas	0,6	0,4
	- Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,7	0,6



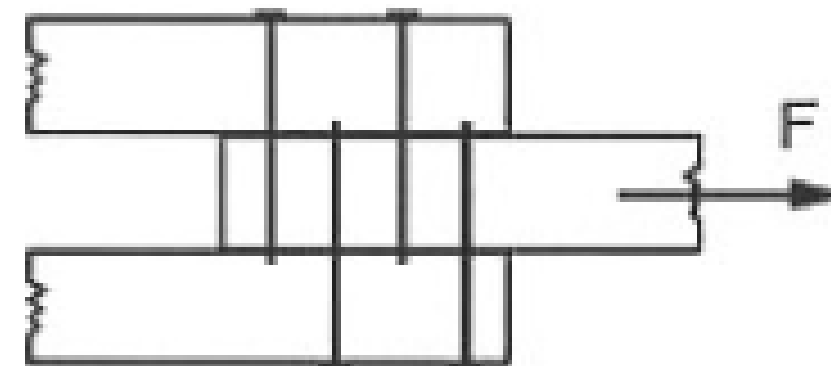
# Estruturas de Madeira

## Ligações

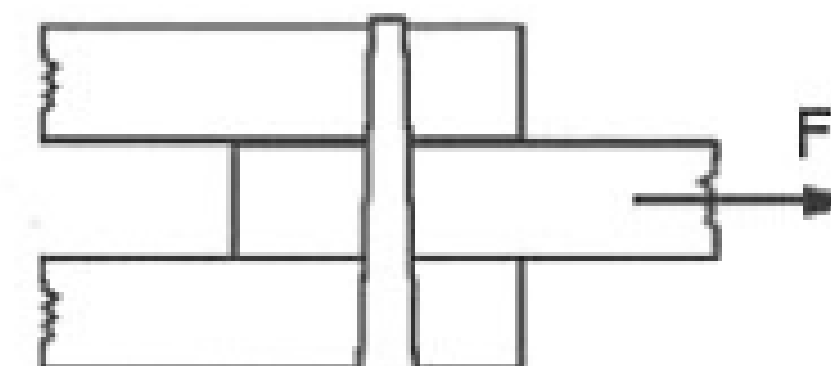
# Tipos de Ligações



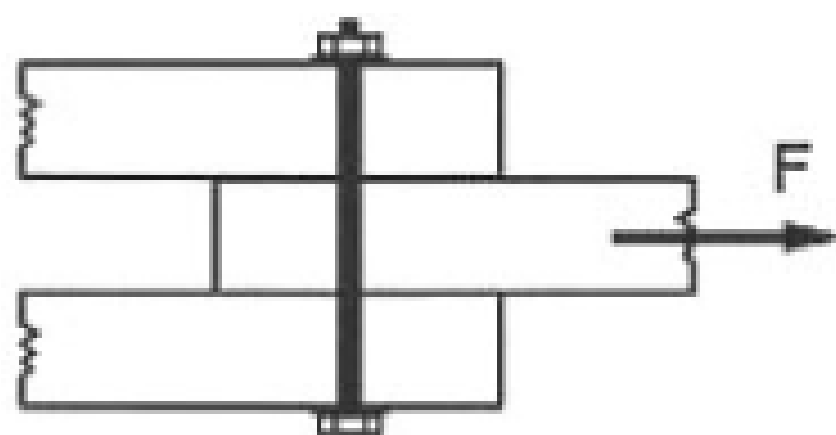
(a) Cola



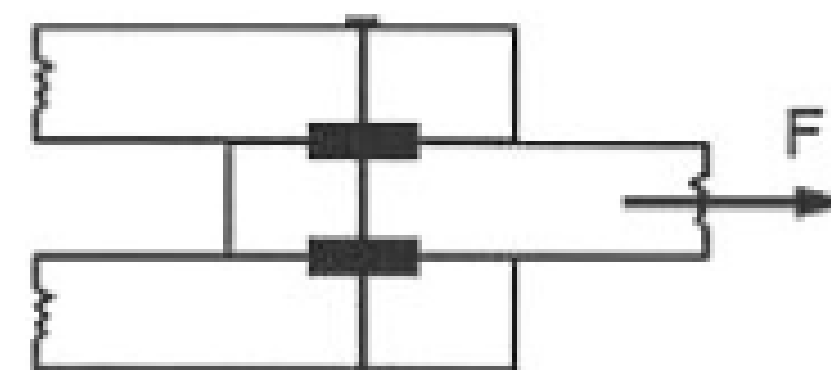
(b) Pregos



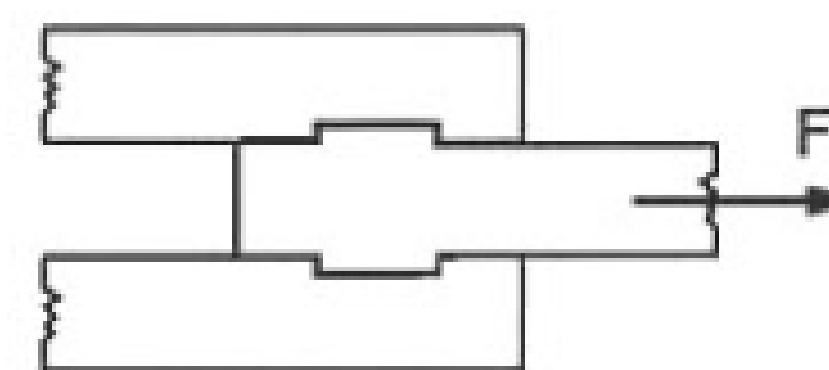
(c) Pino de madeira ou cavilha



(d) Parafuso



(e) Conector de anel

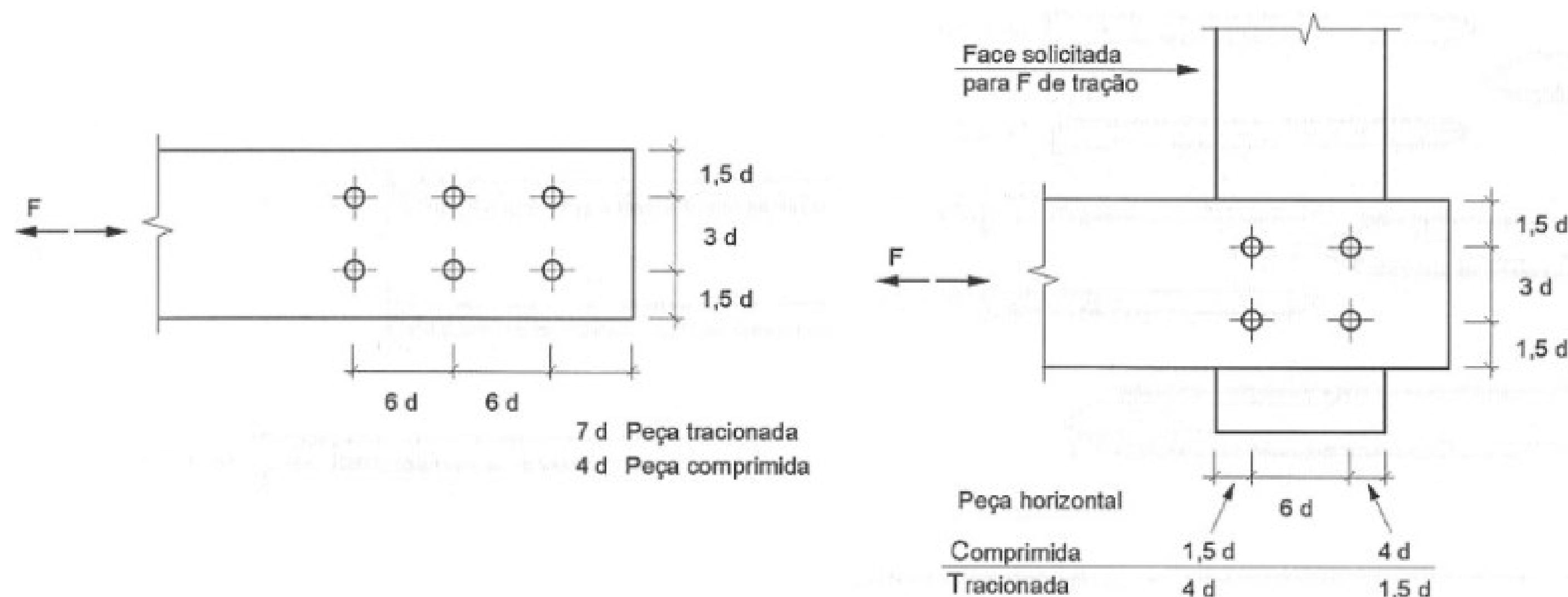


(f) Entalhe

# Pregos

Para reduzir o fendilamento da madeira (efeito de afastamento das fibras da madeira devido à penetração dos pregos), a NBR 7190 adota duas principais medidas:

- Pré-furação da madeira em ligações definitivas, com furo de diâmetro  $d_0$  igual a  $0,85d_{ef}$  para coníferas e  $0,98d_{ef}$  para dicotiledôneas
- Distâncias mínimas entre pregos





# Pregos

Utiliza-se como diâmetro do prego uma dimensão entre  $1/8$  e  $1/10$  da espessura da chapa mais fina da ligação, e no máximo um diâmetro igual a  $1/5$  da chapa mais fina

Penetração mínima  $p$  da ponta na madeira igual a  $12d$  ou à espessura do elemento mais fino

Os pregos normalmente não possuem resistência ao arranchamento, não devendo ser utilizados dessa forma em ligações estruturais submetidas a cargas de longa duração

Usualmente utilizam-se parafusos com  $f_{yk} = 600MPa$

# Pregos

Resistência da madeira ao corte de pregos

$$R_d = 0,4 \cdot f_{ed} \cdot d \cdot t, se \frac{t}{d} \leq 1,25 \sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{ed}}}$$

$$R_d = 0,5 \cdot d^2 \cdot \sqrt{f_{ed} \cdot f_{yd}}, se \frac{t}{d} > 1,25 \sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{ed}}}$$

- $f_{ed}$  é a resistência de projeto ao embutimento,  $f_{ed} = f_{cd}$  no caso da resistência paralela às fibras,  $f_{end} = 0,25 \cdot f_{ed} \cdot \alpha_e$  para a resistência normal às fibras;
- $f_{yd}$  é a tensão de escoamento de projeto do aço usado no prego, igual a  $f_{yk}/1,1$ ;
- $d$  é o diâmetro do prego;
- $t$  é a espessura da chapa mais fina utilizada na ligação.

d (cm)	≤ 0,62	0,95	1,25	1,6	1,9	2,2	2,5	3,1	3,8	4,4	5,0	≥ 7,5
$\alpha_e$	2,5	1,95	1,68	1,52	1,41	1,33	1,27	1,19	1,14	1,10	1,07	1,00

# Parafusos de Porca e Arruela

São usados os mesmos parafusos adotados em projetos de estruturas metálicas, usualmente de aço ASTM A307, com  $f_{yk} = 310MPa$

Conforme a NBR 7190/97, a folga aplicada nos furos de ligações parafusadas pode determinar a rigidez da ligação. Caso seja adotado um diâmetro de furo menor ou igual ao diâmetro do parafuso mais 0,5mm, e sejam utilizados pelo menos quatro parafusos na ligação, esta deve ser considerada rígida. Para folgas superiores, como 1,0mm ou 1,5mm, deve-se considerar a ligação como flexível

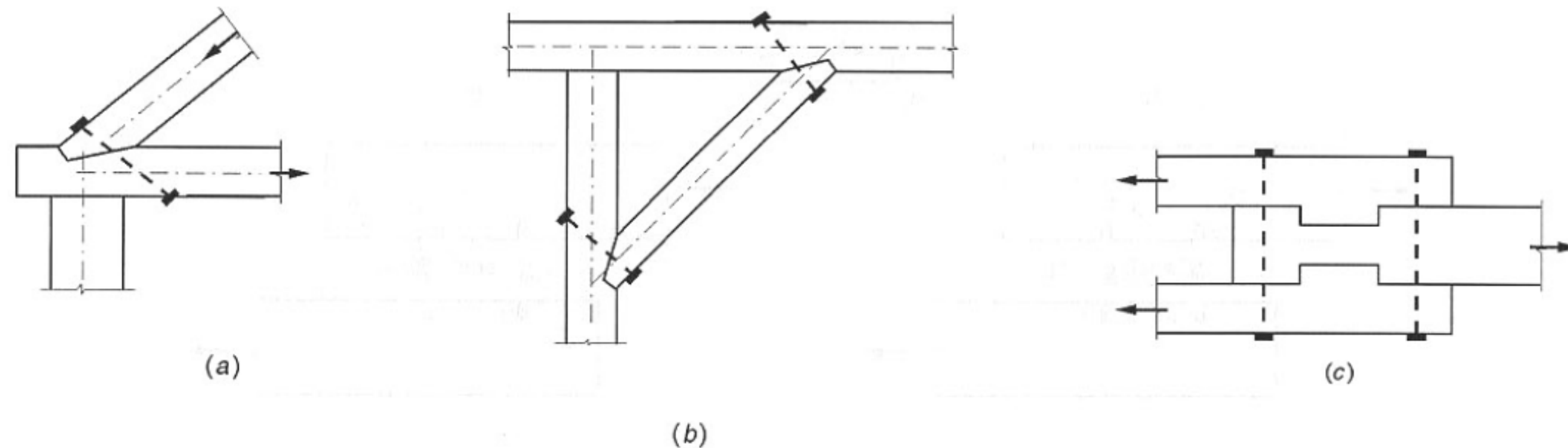
O diâmetro mínimo para os parafusos é dado como 10mm, enquanto que o diâmetro máximo é definido como  $t_1/2$ , onde  $t_1$  é a espessura da chapa mais fina da ligação. Por fim, a NBR 7190 também especifica espaçamentos mínimos entre parafusos

O cálculo da resistência da madeira ao corte do parafuso é dado pela mesma expressão das ligações pregadas

# Ligações por Entalhes

Nas ligações por entalhe (ou por encaixe), há uma solicitação combinada da madeira a compressão e a corte, em que a madeira é a própria responsável por transmitir os esforços de uma peça para a outra. Pode-se utilizar grampos ou parafusos como elementos acessórios de ligação, para prevenir a separação das peças, que não são considerados no cálculo da ligação

Os entalhes precisam ser executados com elevada precisão, para que as faces das duas peças já estejam em contato antes da aplicação das cargas na estrutura. Caso contrário a estrutura sofrerá uma deformação até que essas faces se encontrem





# Ligações por Entalhes

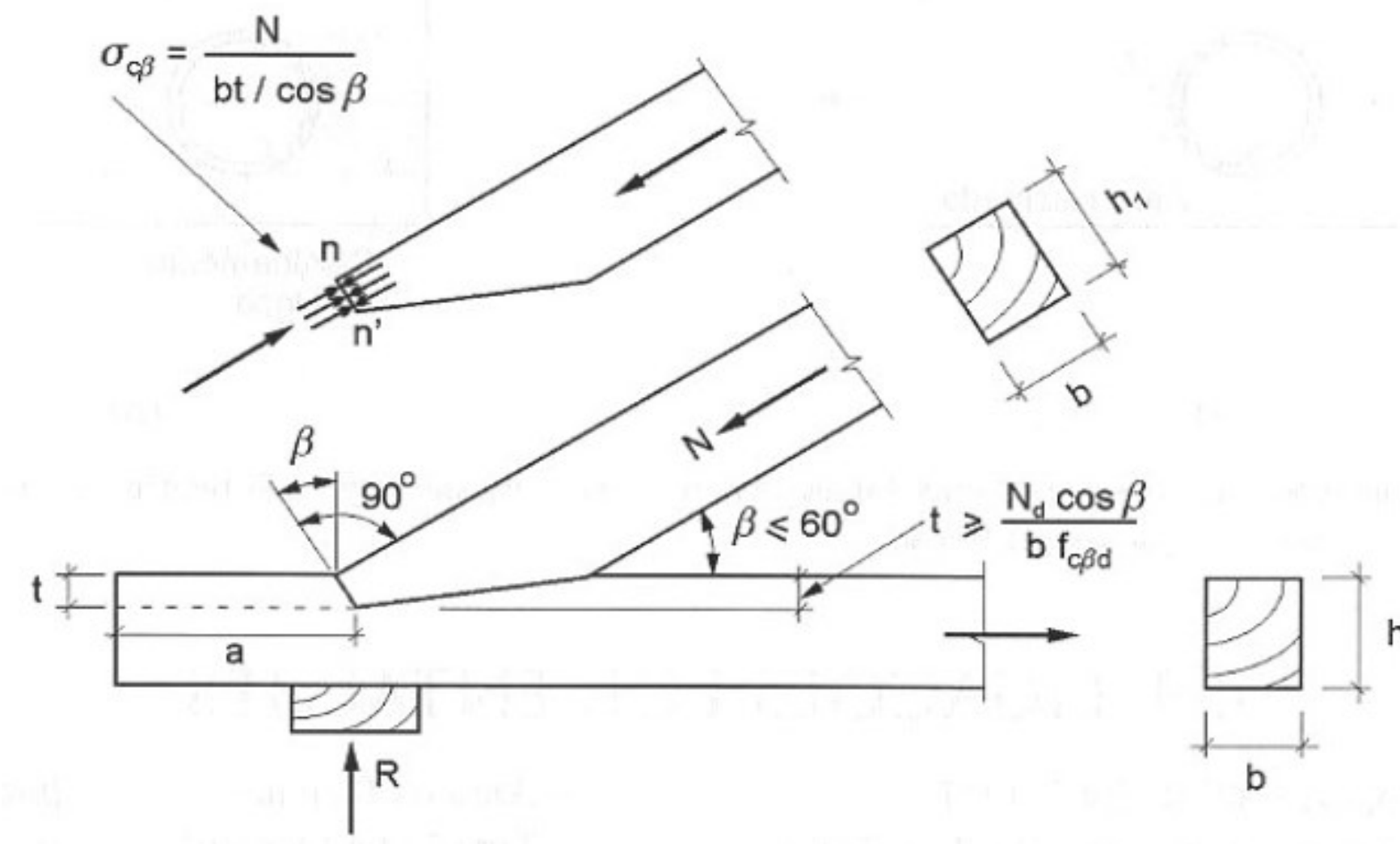
O cálculo das ligações por entalhe se resume à determinação geométrica das seções de contato entre as duas peças. A partir das seções de contato, calculam-se as tensões de cisalhamento e de compressão

Por exemplo, considere um entalhe por dente simples, em que a face de apoio é perpendicular ao eixo da diagonal. Dessa forma, deve-se considerar que a face  $nn'$  receberá o esforço de compressão, enquanto que a face de dimensões  $a \times b$  receberá o esforço de cisalhamento.

Podemos calcular, então, que a área na face  $nn'$  e a tensão de compressão são determinados a seguir:

$$A_{nn'} = \frac{bt}{\cos \beta}$$

$$\sigma_{c\beta} = \frac{N \cos \beta}{bt}$$



# Ligações por Entalhes

A tensão resistente na face nn' é dada pela fórmula de Hankinson:

$$f_{c\beta d} = \frac{f_{cd} \cdot f_{cnd}}{f_{cd} \cdot \text{sen}^2 \beta + f_{cnd} \cdot \cos^2 \beta}$$

A profundidade necessária para o dente depende do esforço de compressão  $N_d$  aplicado na ligação, e é dada pela expressão abaixo. Recomenda-se que essa profundidade seja superior a 20mm para permitir uma boa execução da ligação, mas seja inferior a  $h/4$  para reduzir o impacto pela perda de material do elemento que está sendo entalhado.

$$t \geq \frac{N_d \cdot \cos \beta}{b \cdot f_{c\beta d}}$$

Por fim, o comprimento  $a$  necessário para resistir ao cisalhamento pode ser determinado por ( $f_{vd}$  é a tensão resistente de projeto a cisalhamento):

$$a > \frac{N_d \cdot \cos \beta}{b \cdot f_{vd}}$$



OBRIGADO!



[www.ibmec.br](http://www.ibmec.br)

 /ibmec

 ibmec

 @ibmec\_oficial

 ibmec

