Практика-1

Monday, September 7, 2020 1:11 PM

Технические навыки взятия частных производных (тонкости пока опускаем)

Пусть $f(x,y)$ — „очень хорошая ф-я".

$\boxed{\text{не } \frac{df}{dx}}$

$f(x,y) = \cos(x^2y+2x)\cdot\ln(x^2+y^2)$.

$f'_x = \frac{\partial f}{\partial x}$ — думаем про $f(x,y)$ как про ф-ю от перем x с параметром y, дифф-ем по обычным правилам

частная произв. f по x.

$$f'_x(x,y) = -\sin(x^2y+2x)\cdot(2x\cdot y+2)\cdot\ln(x^2+y^2) + \cos(x^2y+2x)\cdot\frac{2x}{x^2+y^2}$$

$$f'_y(x,y) = -\sin(x^2y+2x)\cdot(x^2)\cdot\ln(x^2+y^2) + \cos(x^2y+2x)\cdot\frac{2y}{x^2+y^2}$$

$$\begin{array}{c}
f(x,y) \\
\swarrow \frac{\partial}{\partial x} \qquad \frac{\partial}{\partial y} \searrow \\
f'_x(x,y) \qquad\qquad f'_y(x,y) \\
\frac{\partial}{\partial x}\swarrow\ \searrow\frac{\partial}{\partial y} \qquad \frac{\partial}{\partial x}\swarrow\ \searrow\frac{\partial}{\partial y} \\
\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \\
\shortparallel \qquad \shortparallel \qquad \shortparallel \qquad \shortparallel \\
f''_{xx} \quad f''_{xy} \quad f''_{yx} \quad f''_{yy}
\end{array}$$

$f(x,y) = x^y$

$\underline{f'_x = y\cdot x^{y-1}}$; $f'_y = x^y\cdot\ln x$

$f''_{xx} = y\cdot(y-1)\cdot x^{y-2}$

$f''_{xy} = x^{y-1} + y\cdot x^{y-1}\cdot\ln x$

$f''_{yx} = y\cdot x^{y-1}\cdot\ln x + x^y\cdot\frac{1}{x}$.

$f''_{yy} = x^y\cdot(\ln x)^2$

совп.

не всегда так — будут примеры

$f(x,y,z) = x^{y^z}$

$f'_x = y^z\cdot x^{y^z-1}$

$f'_y = \ln x\cdot x^{y^z}\cdot z\cdot y^{z-1}$

$(x^{y^z})'_y = x^{y^z}\cdot\ln x\cdot(y^z)'_y$

$f'_z = (x^{y^z}) = x^{y^z}\cdot\ln x\cdot y^z\cdot\ln y$

$(3^{y^5})' = 3^{y^5}\cdot\ln 3\cdot(y^5)'$,

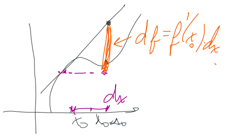
$(5^{6^z}) = (5^{6^z})\cdot\ln 5\cdot(6^z)'$

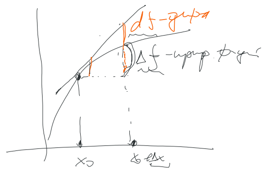
$x^{(y^z)} \leftrightarrow (x^y)^z$

Дифференциал (техническая сторона, смысл - потом).

$f(x;y)$ — $\underline{\text{хорошая}}$ (x,y — независимые перем.)

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}\cdot\underbrace{dx}_{\text{приращен. арг. по } x} + \frac{\partial f}{\partial y}\cdot\underbrace{dy}_{\text{приращение арг-та.}}$$





$$d^2f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)dx^2 + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)dx\cdot dy + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}dy^2.$$

$\frac{\partial^3 f}{\partial x\partial y^2}$ $\quad$ xyy, yxy, yyx

$\frac{\partial^4 f}{\partial x\partial y^3}$ — 4 шт

символич. ф-ла

$$d^n f = \left(\frac{\partial}{\partial x}dx + \frac{\partial}{\partial y}dy\right)^n f = \sum_{k=0}^{n} C_n^k\cdot\frac{\partial^n f}{\partial x^k\partial y^{n-k}}dx^k\cdot dy^{n-k}$$