Simulation numériques hautes performances pour le calcul

B. DI PIERRO

Année 2020-2021

- Le travail se déroule seul. Chaque élève sera noté independament tout au long des séances de TP sur sa participation.
- La clarté, la lisibilité ainsi que les commentaires du code source auront une part importante dans la notation. Argumentez vos choix lors de l'écriture des codes sources.

Rappel:

- Pensez a commentez (intelligemment) vos codes.
- Commencez par écrire l'algorithme AVANT d'écrire le code.
- L'ordinateur est bête et méchant : il ne fera que ce que vous lui demanderez de faire, ni plus, ni moins.

Objectif:

L'objectif ce ce TP est de se familiariser avec les commandes de bases de linux et de développer des programmes simples pour appliquer les notions vues en cours.

1 Premiers pas avec linux

- Créez un répertoire de travail dans votre répertoire personnel et placez vous y.
- Copiez cet énoncé dans ce répertoire de travail
- Créez un fichier vierge et renommez le en "TP1.c" (ou TP1.f)
- Modifiez les droits de ce fichier pour qu'il soit accessible en lecture et écriture pour vous et lecture uniquement pour les membres du groupe et les autres
- Vérifiez ces droits
- A l'aide de la commande "gedit", modifiez le contenu de ce fichier pour écrire un programme simple (ex : hello world)
- Compilez ce fichier avec le compilateur gcc (ou gfortran) : gcc TP1.c -o exo1
- exécutez ce fichier et vérifier le bon fonctionnement

2 Calcul de pi

On souhaite calculer une valeur approchée de π par l'intégrale suivante :

$$\pi \approx I = \int_0^1 f(x)dx, \quad f(x) = \frac{4}{1+x^2}$$

par la méthode des trapèzes (tel qu'illustré sur la figure 1):

$$I \approx \sum_{i=0}^{N-1} \delta x \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2}$$
 (1)

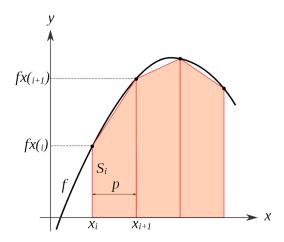


Figure 1: Illustration de la méthode des trapèzes

- Créez un fichier C (ou Fortran)
- Ecrivez une fonction "fint", qui pour un point x_i donné calcule $f(x_i)$.
- Ecrivez une fonction "trapz", qui pour un vecteur (tableau) x calcule l'intégrale par la formule 1
- Ecrivez finalement une fonction "main" qui déclarera un tableau dynamique x contenant N+1 points de discrétisation entre 0 et 1.
- Vérifiez finalement la valeur calculée de pi.

3 Equation d'advection diffusion

On souhaite maintenant résoudre une équation d'advection-diffusion :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = F(f(x,t)) = -V \frac{\partial f}{\partial x} + D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$
 (2)

avec des conditions aux limites périodiques sur $x \in [-1, 1]$ et une condition initiale :

$$f(x,t=0) = 2 + \cos(\pi x) \tag{3}$$

Cette résolution se fera pas les schémas algébriques suivants :

• Dérivées spatiales : différences finies

$$f'(x,t) \approx \frac{f(x_i,t) - f(x_{i-1},t)}{\delta x}$$

$$f''(x,t) \approx \frac{f(x_{i+1},t) - 2.f(x_i,t) + f(x_{i-1},t)}{\delta x^2}$$
(5)

$$f''(x,t) \approx \frac{f(x_{i+1},t) - 2.f(x_i,t) + f(x_{i-1},t)}{\delta x^2}$$
 (5)

• Intégration temporelle : Euler explicite

$$f(x, t_{i+1}) = f(x, t_i) + \delta t \cdot F(f(x, t_i))$$
(6)

Organisation du code:

- Créez un nouveau fichier source
- \bullet Ecrivez une fonction "init" qui pour un vecteur x donné remplit un tableau f0 selon la condition initiale
- \bullet Ecrivez une fonction "smb" qui pour un vecteur f donné calcule le second membre F(f(x,t)) selon l'équation 2 selon le schéma 5
- Ecrivez une fonction "integre" qui pour un vecteur smb donné, intègre l'équation 2 selon le schéma 6.
- \bullet Ecrivez une fonction "main" qui déclarera 2 tableaux en allocation dynamique xi et fi qui calculera Ntévolution de l'équation d'advection-diffusion avec un pas de temps δt (pour lequel on assurera une stabilité numérique).