

CRITÉRIOS DE INFORMAÇÃO DE AKAIKE VERSUS BAYESIANO: ANÁLISE COMPARATIVA

Paulo César Emiliano¹, Elayne Penha Veiga², Mário Javier Ferrua Vivanco³, Fortunato Silva de Menezes⁴

Introdução

Um modelo é a representação simplificada de algum problema ou situação da vida real destinado a ilustrar certos aspectos do problema sem se ater a todos os detalhes. Não raro, mais de um modelo pode descrever um mesmo fenômeno, haja vista que cada pesquisador tem a liberdade de modelar o fenômeno seguindo a metodologia que julgar mais adequada. Aqui a seleção do “melhor” modelo torna-se então evidente.

Burnham e Anderson (2004), enfatizam a importância de selecionar modelos baseando-se em princípios científicos. Dentre as diversas metodologias utilizadas para este fim, neste trabalho realizamos uma análise comparativa dos critérios de informação de Akaike (AIC), Akaike Corrigido (AICc) e Bayesiano (BIC), quanto a sua performance na seleção de modelos. Tais critérios são comparados via simulação em modelos normais e em modelos de séries temporais.

Crítérios de seleção de modelos

Ao selecionarmos modelos é preciso ter em mente que não existem modelos verdadeiros. Há apenas modelos aproximados da realidade que, causam perda de informações. Deste modo, é necessário fazer a seleção do “melhor” modelo, dentre aqueles que foram ajustados, para explicar o fenômeno sob estudo.

Akaike (1974) utilizou a Informação de Kullback-Leibler para testar se um dado modelo é adequado. Porém seu uso é limitado, pois depende da distribuição g (modelo verdadeiro), que é desconhecida.

Crítérios de informação

Se uma boa estimativa para a log verossimilhança esperada puder ser obtida através dos dados observados, esta estimativa poderá ser utilizada como um critério para comparar modelos. Assim um modo de comparar n modelos, $g_1(x|\theta_1)$, $g_2(x|\theta_2)$, ..., $g_n(x|\theta_n)$, é simplesmente com-

¹pequenokaiser2002@yahoo.com.br

²elayne_veiga@yahoo.com.br

³ferrua@dex.ufla.br

⁴fmenezes@ufla.br

parar as magnitudes da função suporte maximizada $L(\hat{\theta}_i)$. Mas tal método não fornece uma verdadeira comparação, haja vista que, em não conhecendo o verdadeiro modelo $g(x)$, primeiramente o método da máxima verossimilhança estima os parâmetros θ_i de cada modelo $g_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, n$, e posteriormente são utilizados os mesmos dados para estimar $E_G [\log f(x|\hat{\theta})]$, isto introduz um viés em $L(\hat{\theta}_i)$, sendo que, a magnitude deste viés varia de acordo com a dimensão do vetor de parâmetros.

Deste modo, os critérios de informação são construídos para avaliar e corrigir o viés ($b(G)$) da função suporte. Segundo Konishi e Kitagawa (2008), um critério de informação tem a forma que se segue:

$$CI(\mathbf{X}_n, \hat{G}) = -2 \sum_{i=1}^n \log f(X_i | \hat{\theta}(X_n)) + 2(b(G)). \quad (1)$$

Critério de informação de Akaike - AIC

Akaike (1974), mostrou que o viés é dado assintoticamente por p , em que p é o número de parâmetros a serem estimados no modelo, e definiu seu critério de informação como:

$$AIC = -2 \log L(\hat{\theta}) + 2(p) \quad (2)$$

Critério de informação de Akaike corrigido - AICc

Bozdogan (1987), propôs a seguinte correção para o AIC:

$$AIC = -2 \log L(\hat{\theta}) + 2(p) + 2 \frac{p(p+1)}{n-p-1} \quad (3)$$

Critério de informação bayesiano - BIC

O Critério de Informação Bayesiano(BIC) , proposto por Schwarz (1978) é dado por:

$$BIC = -2 \log f(x_n | \theta) + p \log n, \quad (4)$$

em que $f(x_n | \theta)$ é o modelo escolhido, p é o número de parâmetros a serem estimados e n é o número de observações da amostra.

Simulação para Igualdade de médias e/ou variâncias de distribuições normais.

Sejam dois conjuntos de dados $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ e $\{y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}\}$, provenientes das distribuições $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ e (μ_2, σ_2^2) , respectivamente. O intuito é verificar se:

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu \quad \text{e} \quad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2 \quad \text{ou} \quad (5)$$

$$\mu_1 \neq \mu_2 \quad \text{e} \quad \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \quad \text{ou} \quad (6)$$

$$\mu_1 \neq \mu_2 \quad \text{e} \quad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2 \quad \text{ou} \quad (7)$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu \quad \text{e} \quad \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2. \quad (8)$$

Foram avaliados através de 1000 simulações Monte Carlo os desempenhos dos critérios AIC, AIC Corrigido e BIC para distribuições normais nas condições descritas em (5), (6), (7) e (8), para os tamanhos de amostra $n = 100, 150, 200, \dots, 950, 1000, 1100, 1200, \dots, 19990$, e 20000. O desempenho aqui, deve ser entendido como a porcentagem de vezes que o critério em questão selecionou corretamente o modelo. Nas simulações foram considerados:

para a situação descrita em (5) $\mu_1 = \mu_2 = 1$ e $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1$;

para (6) considerou-se $\mu_1 = 1, \mu_2 = 0.9, \sigma_1^2 = 1$ e $\sigma_2^2 = 0.9$;

para (7) considerou-se $\mu_1 = 1, \mu_2 = 0.9$ e $\sigma_1^2 = 1 = \sigma_2^2$;

em (8) considerou-se $\mu_1 = \mu_2 = 1, \sigma_1^2 = 0.9$ e $\sigma_2^2 = 1$.

Os resultados estão sumariados nas figuras (1) e (2):

Simulação para dados oriundos de séries temporais.

Foram avaliados através de simulação de Monte Carlo, os desempenhos dos critérios de seleção de modelos (AIC, AICc e BIC), levando em consideração diferentes tamanhos de amostras, a saber: $n = 100, 150, \dots, 1000, 1100, \dots, 9900, 10000, 10500, \dots, 49500, 50000$. Todos os resultados são baseados em 1000 réplicas de Monte Carlo. Foram feitas simulações para modelos AR(1), AR(2), MA(1), MA(2), ARMA(1,1), ARMA(1,2), ARMA(2,1) e ARMA(2,2). O desempenho aqui, também deve ser entendido como a porcentagem de vezes que o critério em questão selecionou corretamente o modelo.

Os resultados estão sumariados nas figuras (3) e (4):

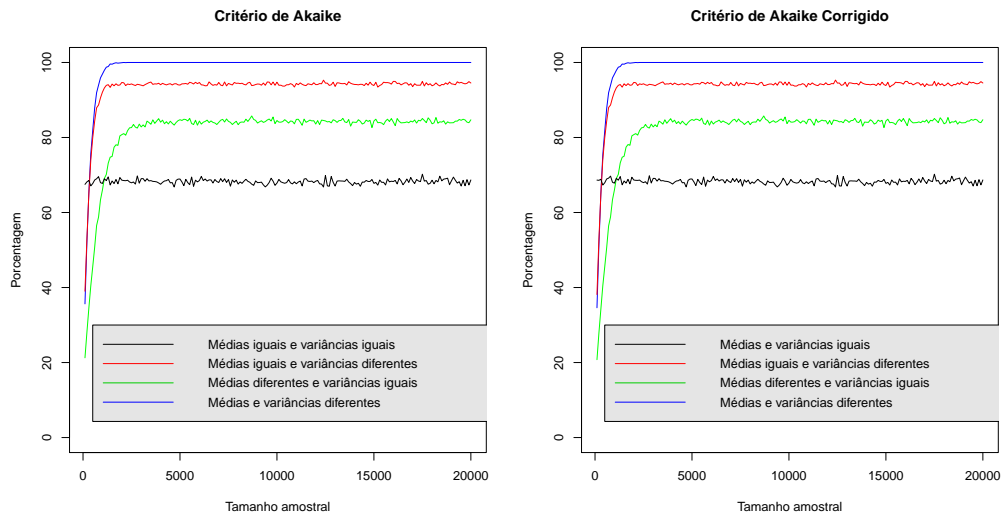


FIGURA 1: Porcentagem de acertos dos critérios AIC e AICc

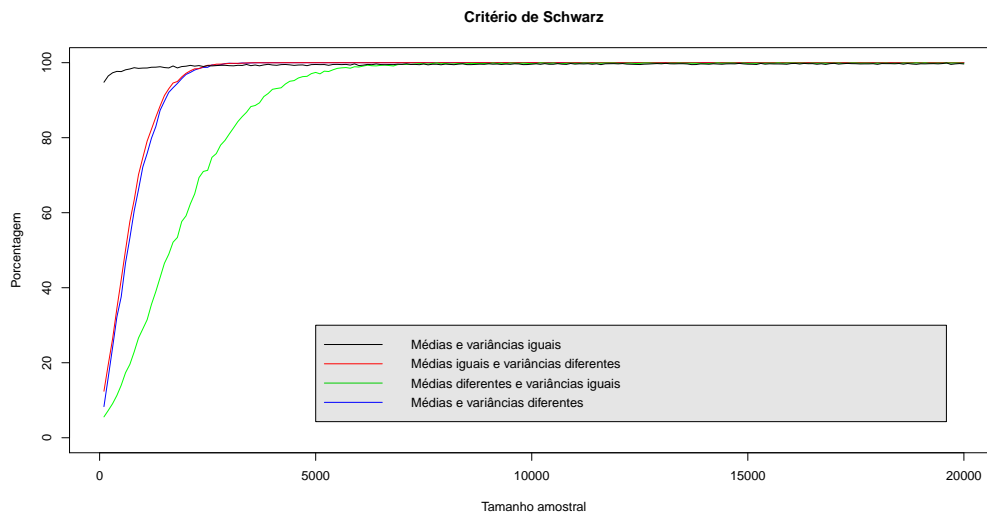


FIGURA 2: Porcentagem de acertos do critérios BIC

Discussão

No estudo de simulação para seleção de modelos normais o AIC, o AICc tiveram desempenho similar, com curvas de desempenho sobrepostas em quase toda sua totalidade. O BIC teve desempenho diferente dos outros dois critérios, sendo que para amostras de tamanho pequeno, o BIC só foi inferior no caso (7). Entretanto, assintoticamente, o AIC e AICc estabilizaram-se em torno de 65% para o caso (5), enquanto que o BIC obteve um desempenho próximo de 100%.

No caso de modelos dos séries temporais vemos, através das figuras (3) e (4), que o desempenho do AIC e AIC Corrigido foi inferior ao desempenho do BIC em todos os modelos simulados, sendo

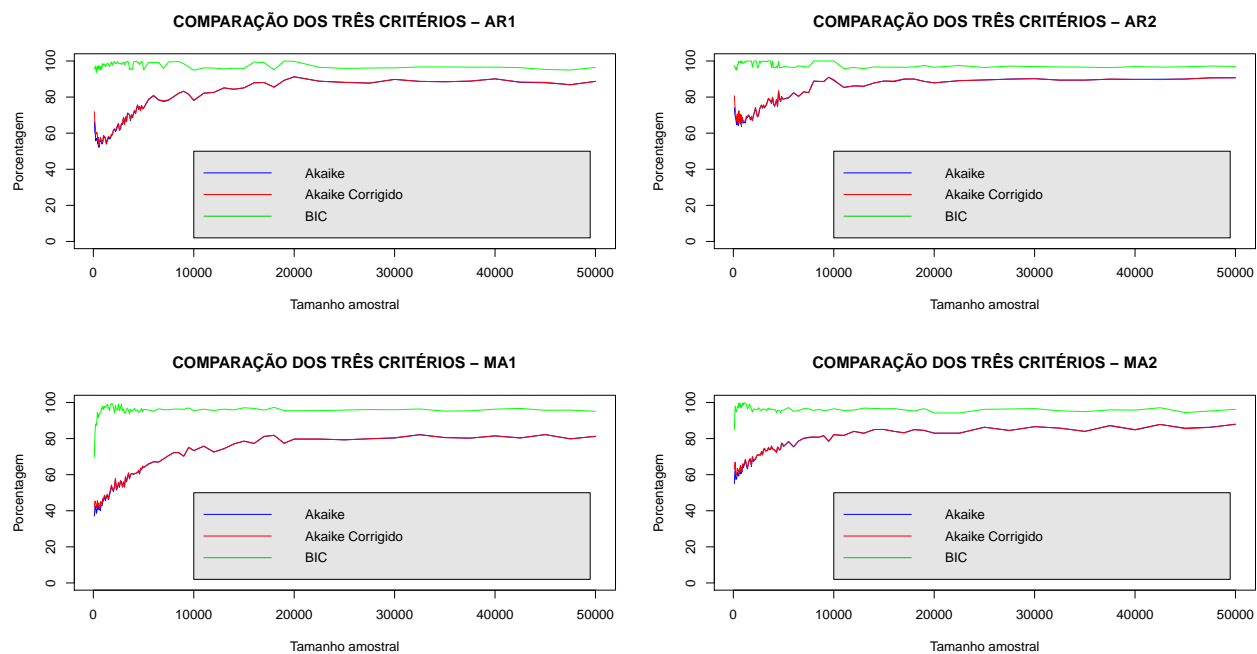


FIGURA 3: Porcentagem de acertos dos critérios para os modelos AR(1), AR(2), MA(1) e MA(2)

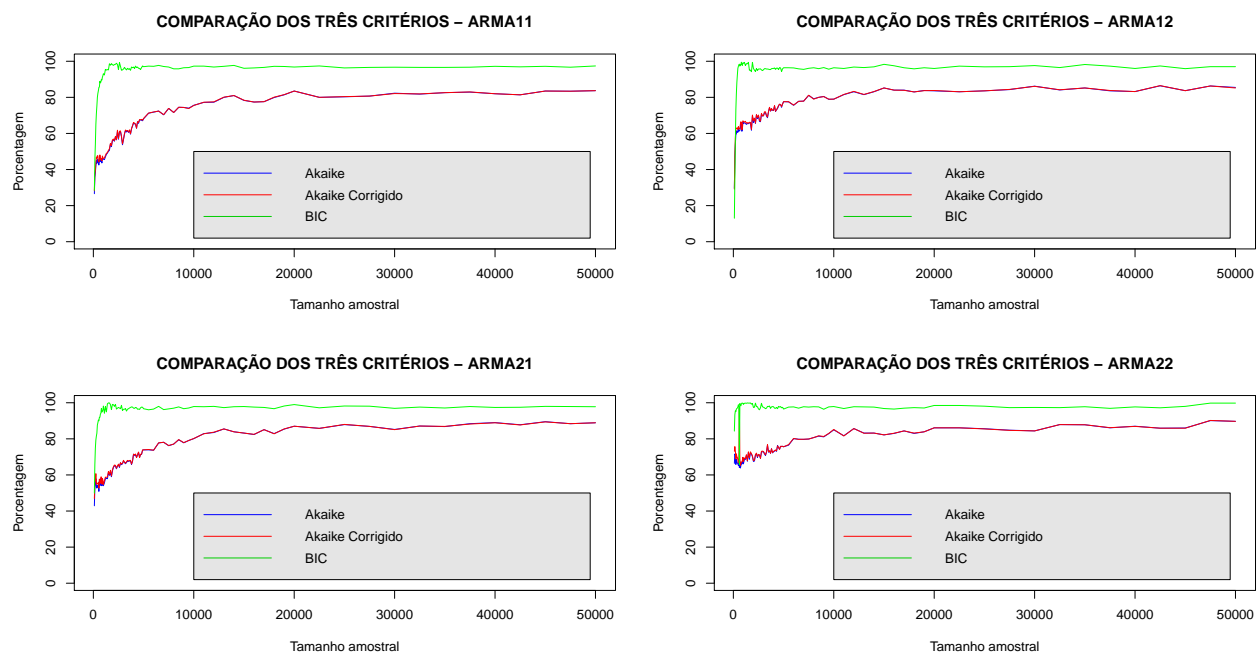


FIGURA 4: Porcentagem de acertos dos critérios para os modelos ARMA(1,1), ARMA(1,2), ARMA(2,1) e ARMA(2,2)

que a porcentagem de acertos do AIC e AIC Corrigido foram muito similares e estabilizaram-se em torno de 85% para todos os modelos, enquanto que o BIC teve uma porcentagem de acertos estabilizada em torno de 96% ou mais.

Conclusões

No caso de modelos normais, o uso do BIC mostrou-se superior para amostras grandes, porém para amostras pequenas o BIC teve desempenho similar ao AIC e AICc

No caso de modelos de séries temporais, mesmo para amostras de tamanho pequeno (< 500), o desempenho dos critérios AIC e AIC Corrigido foram similares e inferiores ao BIC, para todos os modelos simulados. Assim para os casos em que foram simulados o uso do BIC para séries seria o mais indicado.

Agradecimentos

Agradecemos à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais - FAPEMIG pelo aporte financeiro dado para elaboração deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKAIKE, H. *A new look at the statistical model identification*. IEEE Transactions on Automatic Control., Boston, v.19, n.6, p.716-723, Dec. 1974.
- BOZDOGAN, H. *Model selection and Akaike's information criterion (AIC): The general theory and its analytical extensions*. Psychometrika. n.52, p.345-370, 1987.
- BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. *Multimodel inference: understanding aic and bic in model selection*. Sociological Methods and Research. Beverly Hills, v.33, n.2, p.261-304, May 2004.
- KONISHI, S.; KITAGAWA, G. *Information criteria and statistical modeling*. New York: Springer, 2008. 321p.
- SCHWARZ, G. *Estimating the dimensional of a model*. Annals of Statistics, Hayward, v.6, n.2, p.461-464, Mar. 1978.