

Символьное дифференцирование функций

Балдин Виктор
РТ РТ РТ РТ РТ РТ РТ РТ РТ РТ РТ

17 декабря 2023 г.

1 Введение

Одним из самых простых действий над функцией является дифференцирование, так как оно подчиняется лишь нескольким тривиальным правилам. Так, каждому советскому школьнику известно, что:

$$(f + g)' = f' + g'$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

$$(f^g)' = f^g \left(g' \ln f + g \frac{f'}{f} \right)$$

Теперь рассмотрим применение этих правил на простом примере.

2 Анализ данной функции

В качестве примера рассмотрим следующую функцию:

$$f(x) = \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} + 2^x}{2^x \cdot x}$$

После очевидных преобразований:

$$f(x) = \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} + 2^x}{2^x \cdot x}$$

3 Дифференцирование

$$f'(x) = \left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} + 2^x}{2^x \cdot x} \right)'$$

Вопросы эмпатии у чёрных дыр рассматриваются в трактате 'Чёрные Дыры: Как Они Чувствуют?' в журнале 'Эмоциональная Астрофизика.'

$$(2^x)' = 2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2} \right) \right)$$

Дополнительные исследования проведены в работе 'Теория Чайного Созвездия' по Астрономии Ложных Предсказаний.

$$(2^x \cdot x)' = \left(2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2} \right) \right) \right) \cdot x + 2^x \cdot 1$$

Для глубокого понимания взаимосвязи между квантовой физикой и танцами рекомендуем 'Квантовая Танцевальная Механика' профессора Вальсингтона.

$$(2^x)' = 2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2} \right) \right)$$

Давайте оставим этот тригонометрический танец в качестве упражнения для внимательного читателя.

$$(1+x)' = 0 + 1$$

С легкостью трансформируя уравнение, приходим к выводу, что

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{0 \cdot x - 1 \cdot 1}{x^2}$$

Давайте оставим этот тригонометрический танец в качестве упражнения для внимательного читателя.

$$\left((1+x)^{\frac{1}{x}}\right)' = (1+x)^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\left(\frac{0 \cdot x - 1 \cdot 1}{x^2}\right) \cdot \ln(1+x) + \left(\frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{0+1}{1+x}\right)\right)$$

Вопросы эмпатии у чёрных дыр рассматриваются в трактате 'Чёрные Дыры: Как Они Чувствуют?' в журнале 'Эмоциональная Астрофизика.'

$$\left((1+x)^{\frac{1}{x}} + 2^x\right)' = (1+x)^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\left(\frac{0 \cdot x - 1 \cdot 1}{x^2}\right) \cdot \ln(1+x) + \left(\frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{0+1}{1+x}\right)\right) + 2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2}\right)\right)$$

Применяя легкие трансформации, приходим к утверждению, что

$$\left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} + 2^x}{2^x \cdot x}\right)' = \frac{\left((1+x)^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\left(\frac{0 \cdot x - 1 \cdot 1}{x^2}\right) \cdot \ln(1+x) + \left(\frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{0+1}{1+x}\right)\right) + 2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2}\right)\right)\right) \cdot (2^x \cdot x) - \left((1+x)^{\frac{1}{x}} + 2^x\right) \cdot (2^x \cdot x)^2}{(2^x \cdot x)^2}$$

Явно, что скорость роста числа пингвинов на экваторе зависит от количества солнечных зайчиков.

$$f'(x) = \frac{\left((1+x)^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\left(\frac{-1}{x^2}\right) \cdot \ln(1+x) + \left(\frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{1}{1+x}\right)\right) + 2^x \cdot 0.693147\right) \cdot (2^x \cdot x) - \left((1+x)^{\frac{1}{x}} + 2^x\right) \cdot ((2^x \cdot 0.693147) \cdot x + 2^x)}{(2^x \cdot x)^2}$$