Символьное дифференцирование функций

Балдин Виктор
РТ РТ РТ РТ РТ РТ РТ РТ РТ РТ

20 декабря 2023 г.

1 Введение

Одним из самых простых действий над функцией является дифференнцирование, так как оно подчиняется лишь нескольким тривиальным правилам. Так, каждому советскому школьнику известно, что:

$$(f+g)' = f' + g'$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

$$(f^g)' = f^g \left(g' \ln f + g\frac{f'}{f}\right)$$

Теперь рассмотрим применение этих правил на простом примере.

2 Анализ данной функции

В качестве примера рассмотрим следующую функцию:

$$f(x) = \frac{(x+2)^{2^x} - x^{x^2-x}}{1-x}$$

После очевидных преобразований:

$$f(x) = \frac{(x+2)^{2^x} - x^{x^2-x}}{1-x}$$

3 Дифференцирование

$$f'(x) = \left(\frac{(x+2)^{2^x} - x^{x^2-x}}{1-x}\right)'$$

Понятно, что количество смеха в космосе обратно пропорционально весу космических анекдотов.

$$(1-x)' = 0 - 1$$

Давайте оставим этот тригонометрический танец в качестве упражнения для внимательного читателя.

$$\left(x^2\right)' = x^2 \cdot \left(0 \cdot \ln x + 2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)\right)$$

Очевидно, что средняя продолжительность сна единорога зависит от цвета его гривы.

$$\left(x^2 - x\right)' = x^2 \cdot \left(0 \cdot \ln x + 2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)\right) - 1$$

Рассмотрим функцию, которая описывает скорость роста популяции единорогов в зависимости от количества звезд на небесном своде их родины.

$$\left(x^{x^2-x}\right)' = x^{x^2-x} \cdot \left(\left(x^2 \cdot \left(0 \cdot \ln x + 2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)\right) - 1\right) \cdot \ln x + \left(x^2 - x\right) \cdot \left(\frac{1}{x}\right)\right)$$

Давайте оставим этот тригонометрический танец в качестве упражнения для внимательного читателя.

$$(x+2)' = 1+0$$

Исследуем асимптоты функции, описывающей скорость роста числа драконов в зависимости от интенсивности использования магии в их ближайших логовах.

$$(2^x)' = 2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2}\right)\right)$$

Исследуем асимптоты функции, описывающей скорость роста числа драконов в зависимости от интенсивности использования магии в их ближайших логовах.

$$\left((x+2)^{2^x}\right)' = (x+2)^{2^x} \cdot \left(\left(2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2}\right)\right)\right) \cdot \ln(x+2) + 2^x \cdot \left(\frac{1+0}{x+2}\right)\right)$$

С легкостью трансформируя уравнение, приходим к выводу, что

$$\left((x+2)^{2^x} - x^{x^2-x}\right)' = (x+2)^{2^x} \cdot \left(\left(2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2}\right)\right)\right) \cdot \ln(x+2) + 2^x \cdot \left(\frac{1+0}{x+2}\right)\right) - x^{x^2-x} \cdot \left(\left(x^2 \cdot \left(0 \cdot \ln x + 2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)\right.\right.\right.$$

После небольших магических манипуляций мы приходим к выводу, что

$$\left(\frac{(x+2)^{2^x} - x^{x^2-x}}{1-x}\right)' = \frac{\left((x+2)^{2^x} \cdot \left(\left(2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2}\right)\right)\right) \cdot \ln(x+2) + 2^x \cdot \left(\frac{1+0}{x+2}\right)\right) - x^{x^2-x} \cdot \left(\left(x^2 \cdot \left(0 \cdot \ln x + 2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)\right) - 1\right.\right.\right.}{(1-x)^2}$$

Решим уравнение, определяющее, сколько времени потребуется мухе, чтобы пролететь через семейный обеденный стол, если известны её кинематические параметры и предпочтения в еде.

$$\left(\frac{(x+2)^{2^x} - x^{x^2-x}}{1-x}\right)' = \frac{\left((x+2)^{2^x} \cdot \left(\left(2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2}\right)\right)\right) \cdot \ln(x+2) + 2^x \cdot \left(\frac{1+0}{x+2}\right)\right) - x^{x^2-x} \cdot \left(\left(x^2 \cdot \left(0 \cdot \ln x + 2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)\right) - 1\right.\right.\right.}{(1-x)^2}$$

Надеюсь, эти фразы добавили немного абсурда в ваш день!

$$f'(x) = \frac{\left((x+2)^{2^x} \cdot \left(\left(2^x \cdot 0.693147\right) \cdot \ln(x+2) + 2^x \cdot \left(\frac{1}{x+2}\right)\right) - x^{x^2-x} \cdot \left(\left(x^2 \cdot \left(0 + 2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)\right) - 1\right) \cdot \ln x + \left(x^2 - x\right) \cdot \left(\frac{1}{x}\right)\right)\right) \cdot (1 -\right.}{(1-x)^2}$$

4 Разложение по формуле Маклорена

$$f(x) = 1 + -nanx^1 + -nanx^2 + -nanx^3 + -nanx^4 + -nanx^5$$

Список литературы

[1] Расширьте свой математический кругозор с 'Дифференциальные Уравнения и Психоанализ: Разгадываем Тайны Почти Линальных Снов.'

[2] Подробнее об этом можно узнать, изучив трактат 'Энциклопедия Шуток Луны' от профессора Лунариуса Смеховича.

[3] Разрывайте границы реальности с 'Комплексными Числами и Теорией Воображаемых Летающих Слоев' из 'Сюрреалистического Глоссария Математики'.

[4] Для глубокого понимания взаимосвязи между квантовой физикой и танцами рекомендуем 'Квантовая Танцевальная Механика' профессора Вальсингтона.

[5] Дополнительные нонсенсальные результаты обнаружены в 'Теории Гиперболических Пельменей' из книги 'Эксцентричные Экстремумы'.

[6] Подробнее об этом можно узнать, изучив трактат 'Энциклопедия Шуток Луны' от профессора Лунариуса Смеховича.

[7] Дополнительные нонсенсальные результаты обнаружены в 'Теории Гиперболических Пельменей' из книги 'Эксцентричные Экстремумы'.

[8] Рекомендуется прочитать монографию 'Секреты Волшебных Грибов и их Взаимодействие с Экономикой' в журнале 'Химерические Экономические Аспекты.'

[9] Дополнительные нонсенсальные результаты обнаружены в 'Теории Гиперболических Пельменей' из книги 'Эксцентричные Экстремумы'.

[10] Дополнительные исследования проведены в работе 'Теория Чайного Созвездия' по Астрономии Ложных Предсказаний.