Символьное дифференцирование функций

Балдин Виктор РТ РТ РТ РТ РТ РТ РТ РТ РТ

17 декабря 2023 г.

1 Введение

Одним из самых простых действий над функцией является дифференнцирование, так как оно подчиняется лишь нескольким тривиальным правилам. Так, каждому советскому школьнику известно, что:

$$(f+g)' = f' + g'$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

$$(f^g)' = f^g \left(g' \ln f + g\frac{f'}{f}\right)$$

Теперь рассмотрим применение этих правил на простом примере.

2 Анализ данной функции

В качестве примера рассмотрим следующую функцию:

$$f(x) = \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - 2^x}{2^x \cdot x}$$

3 Дифференцирование

$$f'(x) = \left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - 2^x}{2^x \cdot x}\right)'$$

Вопросы эмпатии у чёрных дыр рассматриваются в трактате 'Чёрные Дыры: Как Они Чувствуют?' в журнале 'Эмоциональная Астрофизика.'

$$(2^x)' = 2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2}\right)\right)$$

Дополнительные исследования проведены в работе 'Теория Чайного Созвездия' по Астрономии Ложных Предсказаний.

$$(2^{x} \cdot x)' = \left(2^{x} \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2}\right)\right)\right) \cdot x + 2^{x} \cdot 1$$

Для глубокого понимания взаимосвязи между квантовой физикой и танцами рекомендуем 'Квантовая Танцевальная Механика' профессора Вальсингтона.

$$(2^x)' = 2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2}\right)\right)$$

Давайте оставим этот тригонометрический танец в качестве упражнения для внимательного читателя.

$$(1+x)' = 0+1$$

С легкостью трансформируя уравнение, приходим к выводу, что

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{0 \cdot x - 1 \cdot 1}{x^2}$$

Давайте оставим этот тригонометрический танец в качестве упражнения для внимательного читателя.

$$\left(\left(1+x\right)^{\frac{1}{x}}\right)' = \left(1+x\right)^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\left(\frac{0 \cdot x - 1 \cdot 1}{x^2}\right) \cdot \ln\left(1+x\right) + \left(\frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{0+1}{1+x}\right)\right)$$

Вопросы эмпатии у чёрных дыр рассматриваются в трактате 'Чёрные Дыры: Как Они Чувствуют?' в журнале 'Эмоциональная Астрофизика.'

$$\left((1+x)^{\frac{1}{x}} - 2^x \right)' = (1+x)^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\left(\frac{0 \cdot x - 1 \cdot 1}{x^2} \right) \cdot \ln\left(1 + x\right) + \left(\frac{1}{x} \right) \cdot \left(\frac{0+1}{1+x} \right) \right) - 2^x \cdot \left(1 \cdot \ln 2 + x \cdot \left(\frac{0}{2} \right) \right)$$

Применяя легкие трансформации, приходим к утверждению, что

$$\left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}-2^{x}}{2^{x}\cdot x}\right)' = \frac{\left((1+x)^{\frac{1}{x}}\cdot\left(\left(\frac{0\cdot x-1\cdot 1}{x^{2}}\right)\cdot\ln\left(1+x\right)+\left(\frac{1}{x}\right)\cdot\left(\frac{0+1}{1+x}\right)\right)-2^{x}\cdot\left(1\cdot\ln 2+x\cdot\left(\frac{0}{2}\right)\right)\right)\cdot\left(2^{x}\cdot x\right)-\left((1+x)^{\frac{1}{x}}-2^{x}\right)\cdot\left(1+x^{2}\right)}{\left(2^{x}\cdot x\right)^{2}}$$

Явно, что скорость роста числа пингвинов на экваторе зависит от количества солнечных зайчиков.

$$f'(x) = \frac{\left((1+x)^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\left(\frac{0 \cdot x - 1}{x^2} \right) \cdot \ln\left(1 + x\right) + \left(\frac{1}{x} \right) \cdot \left(\frac{1}{1+x} \right) \right) - 2^x \cdot (0.693147 + x \cdot 0) \right) \cdot (2^x \cdot x) - \left((1+x)^{\frac{1}{x}} - 2^x \right) \cdot \left((2^x \cdot (0.693147 + x \cdot 0)) + (2^x \cdot x)^2 \right)}{\left((2^x \cdot x)^2 + (2^x \cdot x)^2 + (2^x \cdot x)^2 + (2^x \cdot x)^2 \right)}$$