

# Закон всемирного тяготения. Точки Лагранжа

Балдин Виктор Б01-303

Вопрос по выбору  
Устный экзамен по общей физике



Физтех-школа радиотехники и компьютерных  
технологий

Московский физико-технический институт  
Долгопрудный, 2024

### **Аннотация**

Данный вопрос по выбору включает в себя теоретические расчеты положения точек Лагранжа и обсуждение некоторых их интересных свойств. В работе используются материалы из различных открытых источников об истории исследований на эту тему и современном их состоянии.

Точки Лагранжа являются крайне важным объектом для изучения космического пространства в современной астрофизике. В частности, прямым образом их свойства используются для размещения космических аппаратов, предназначенных для наблюдений дальнего космоса.

Автор выражает надежду, что данный вопрос по выбору содержит актуальные сведения и благодарит экзаменационную комиссию за его рассмотрение.

# 1 Введение

*Точки Лагранжа*, в некоторых источниках также *точки либрации* или *L-точки* – точки в системе двух тел, в которых третье тело может оставаться неподвижным относительно первых двух.

Нахождение точек Лагранжа является частным случаем решения задачи трех тел для случая круговых орбит и малой массы одного из них. То есть, другими словами, два массивных тела равномерно вращаются вокруг общего центра масс. В этой ситуации существует 5 точек, в которых третье невесомое (обладающее пренебрежимо малой массой) тело может оставаться неподвижным в системе отсчета, связанной с массивными телами.

Точки Лагранжа названы в честь математика Жозефа Луи Лагранжа, который первым в 1772 году показал их существование.

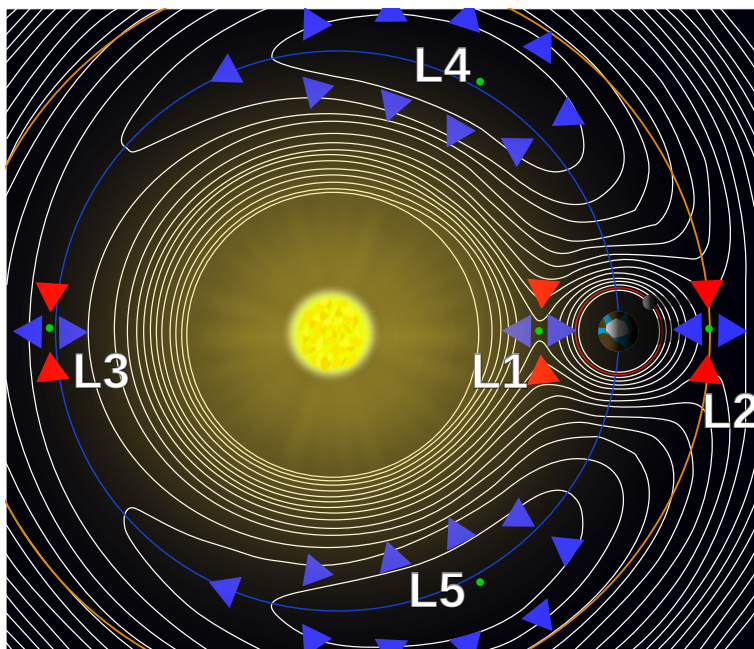


Рис. 1: 5 точек Лагранжа и гравитационные эквипотенциальные поверхности системы двух тел

Источник: [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/ee/Lagrange\\_points2.svg/1920px-Lagrange\\_points2.svg.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/ee/Lagrange_points2.svg/1920px-Lagrange_points2.svg.png)

## 2 Вычисление точек Лагранжа

Все точки Лагранжа находятся в плоскости орбит массивных тел. Их можно разбить на 2 подвида:

1. *Коллинеарные* ( $L_1, L_2, L_3$ ) – расположены на прямой, соединяющей 2 массивных тела.
2. *Треугольные* или *тройные* ( $L_4, L_5$ ).

### 2.1 Коллинеарные точки Лагранжа

$L_1$  Точка, находящаяся между двумя массивными телами.