

# ЭФФЕКТ ЗЕЕМАНА

Балдин Виктор Б01-303

Рачинский Максим Б01-303

Вопрос по выбору

Устный экзамен по общей физике



Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

Московский физико-технический институт

Долгопрудный, 2025

# Содержание

1	Введение	1
2	Теория Лорентца	2
3	Расщепление спектра в магнитном поле	4
4	Мультиплеты	5

## 1 Введение

В 1896 г. Зееман (1865-1943) обнаружил, что спектральные линии определенным образом расщепляются, если источник света поместить в магнитное поле. В опыте Зеемана исследовалась очень узкая зелено-голубая линия кадмия и применялись магнитные поля с напряженностью 10000 – 15000 Гс. Г.А. Лорентц, развивавший в то время электронную теорию, сразу же объяснил явление Зеемана и тем самым придал дальнейшим исследованиям планомерный и целенаправленный характер.

Применяемая схема для наблюдения и исследования явления приведена на рис. 1. Источник света с линейчатым спектром (например, газоразрядная трубка или вакуумная дуга) помещается между полюсами электромагнита, создающего достаточно однородное магнитное поле. Исследуемый свет попадает на щель

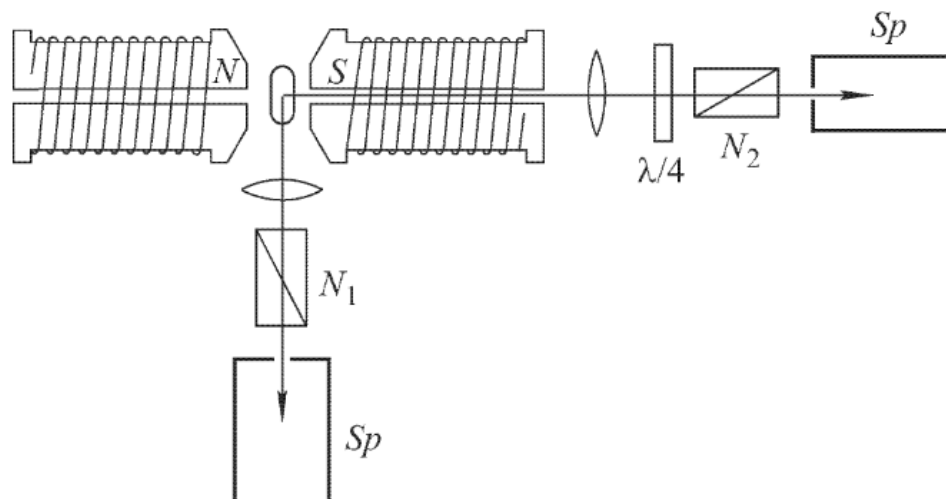


Рис. 1: Схема для наблюдения

спектроскопа или спектрографа  $Sp$  с разрешающей силой около 100000 или выше (дифракционную решетку или интерференционный спектральный аппарат). Николи  $N_1$ ,  $N_2$  и пластинка  $\lambda/4$  служат для исследования поляризации излучаемого света. При фотографировании наблюдаемой картины применяются иногда многочасовые экспозиции. В течение всего этого времени должно быть обеспечено с достаточной точностью постоянство магнитного поля и температуры источника, чтобы картина оставалась неизменной во времени и можно было использовать спектральный аппарат высокой разрешающей силы.

В первых опытах Зееман обнаружил, что при наблюдении поперек поля спектральная линия расщепляется на три линейно поляризованные компоненты. Средняя компонента не смещена, крайние смещены в противоположные стороны на одинаковые расстояния (в шкале частот). Смещение пропорционально напряженности внешнего магнитного поля  $B$ . В средней компоненте электрический вектор направлен параллельно магнитному полю (такие компоненты называются  $\pi$ -компонентами), в крайних - перпендикулярно к нему (такие компоненты называются  $\sigma$ -компонентами). Интенсивность  $\pi$ -компоненты вдвое, а каждой из  $\sigma$ -компонент в четыре раза меньше интенсивности исходной линии.

При наблюдении вдоль магнитного поля получается такое же смещение (при одинаковой напряженности магнитного поля), что и в предыдущем случае, но несмещенная компонента отсутствует. Интенсивность каждой компоненты вдвое меньше интенсивности исходной спектральной линии. Обе компоненты поляризованы по кругу в противоположных направлениях (их принято называть также  $\sigma$ -компонентами). Если свет распространяется в направлении магнитного поля, то  $\sigma$ -компонента с меньшей частотой поляризована по правому, а с большей - по левому кругу. При изменении направления магнитного поля на противоположное меняется на противоположную и круговая поляризация обеих компонент.

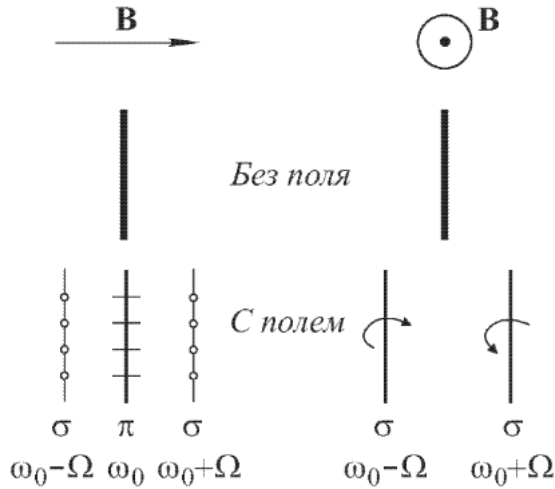


Рис. 2: Схема расщепления линий

Картина, наблюдаемая поперек и вдоль магнитного поля, представлена схематически на рис. 2. Предполагается, что в случае продольного эффекта свет распространяется вдоль магнитного поля, направленного к читателю. Относительные интенсивности линий показаны их толщиной, поляризация  $\pi$ -компоненты - штрихами, параллельными магнитному полю, а  $\sigma$ -компонент - кружочками.

## 2 Теория Лорентца

Описанная картина расщепления спектральных линий объясняется классической теорией Лорентца. Как и классическая теория дисперсии, это есть модельная теория, в простейшей форме которой излучающими центрами являются гармонические осцилляторы в виде квазиупруго связанных электронов.

В отсутствие внешнего магнитного поля уравнение движения такого электрона имеет вид  $\ddot{\mathbf{r}} + \omega_0^2 \mathbf{r} = 0$ , где  $\omega_0$  - собственная частота электрона. При наличии постоянного магнитного поля на электрон действует еще сила Лорентца  $-\frac{e}{c}[\dot{\mathbf{r}}\mathbf{B}]$  (заряд электрона обозначен через  $-e$ ). Уравнение движения электрона принимает вид

$$\ddot{\mathbf{r}} + \omega_0^2 \mathbf{r} = -\frac{e}{mc}[\dot{\mathbf{r}}\mathbf{B}],$$

где  $m$  - масса электрона. Введя ларморовскую частоту

$$\Omega = \frac{e}{2mc}\mathbf{B}, \quad (1)$$

приведем его к виду

$$\ddot{\mathbf{r}} + 2[\dot{\mathbf{r}}\boldsymbol{\Omega}] + \omega_0^2\mathbf{r} = 0 \quad (2)$$

(см. [1, §86]). Классическая теория сводится к решению этого уравнения. Для решения уравнения (2) перейдем к координатной форме. Направим ось  $Z$  прямоугольной системы координат вдоль магнитного поля  $\mathbf{B}$ . Тогда предыдущее уравнение сведётся к системе трёх скалярных уравнений

$$\begin{cases} \ddot{x} + 2\Omega\dot{y} + \omega_0^2x = 0 \\ \ddot{y} - 2\Omega\dot{x} + \omega_0^2y = 0 \\ \ddot{z} + \omega_0^2z = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Из последнего уравнения видно, что магнитное поле не влияет на движение электрона вдоль магнитного поля. Это и понятно, так как при таком движении не возникает силы, действующей со стороны магнитного поля. Интегрирование первых двух уравнений (3) удобно провести в комплексной форме. Объединим  $x$  и  $y$  в комплексную координату  $\zeta = x + iy$ . Она определяет положение электрона в координатной плоскости  $(X, Y)$  совершенно так же, как это делается с помощью двумерного вектора с составляющими  $x$  и  $y$ . Заметив, что  $-i\dot{\zeta} = \dot{y} - i\dot{x}$ , умножим второе уравнение (3) на  $i$  и сложим с первым. Тогда

$$\ddot{\zeta} - i \cdot 2\Omega\dot{\zeta} + \omega_0^2\zeta = 0.$$

Ищем решение этого уравнения в виде  $\zeta = e^{i\omega t}$ . Постоянная  $\omega$  найдётся из квадратного уравнения

$$-\omega^2 + 2\Omega\omega + \omega_0^2 = 0,$$

которое даёт

$$\omega = \Omega \pm \sqrt{\omega_0^2 + \Omega^2}.$$

Даже в очень сильных магнитных полях квадратом ларморовской частоты можно пренебречь по сравнению с  $\omega_0^2$ . Например, если  $B = 10^4$  Гс, то формула (1) даёт  $\Omega \approx 10^{11}$  с<sup>-1</sup>, тогда как для видимого света ( $\lambda = 500$  нм)  $\omega \sim 4 \cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup>, а потому  $(\Omega/\omega)^2 \sim 10^{-9}$ . Максимальное магнитное поле, в котором измерялось зеемановское расщепление спектральной линии, получено в 1938 г. П.П. Капицей (1894-1984). Оно было  $3.2 \cdot 10^5$  Гс. Даже в этом случае  $(\Omega/\omega)^2 \sim 1.4 \cdot 10^{-3}$ ,  $(\Omega/\omega)^2 \sim 2 \cdot 10^{-6}$ . Таким образом, с большой точностью  $\omega = \pm\omega_0 \pm \Omega$ . Чтобы не пользоваться отрицательными частотами, введём переобозначение, положив  $\omega_1 = \omega_0 + \Omega$ ,  $\omega_2 = \omega_0 - \Omega$ . Тогда полученные ранее решения запишутся в виде

$$\zeta_1 = e^{i\omega_1 t}, \quad \zeta_2 = e^{-i\omega_2 t}.$$

Первое решение представляет круговое движение, в котором электрон вращается против часовой стрелки с угловой частотой  $\omega_1$ , второе — также круговое движение, но по часовой стрелке и с частотой  $\omega_2$  (рис. 3). Общее решение соответствует наложению таких двух вращений и представляется в виде  $\zeta = C_1\zeta_1 + C_2\zeta_2$ , где  $C_1$  и  $C_2$  — произвольные постоянные.

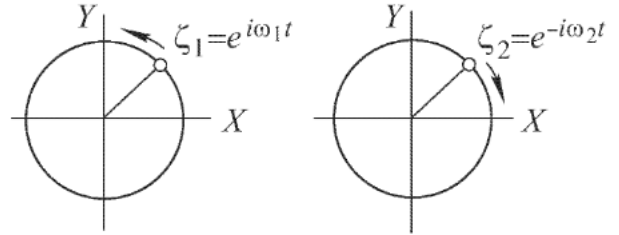


Рис. 3: Круговое движение электрона

Чтобы нагляднее увидеть полученные результаты, разложим первоначальное движение электрона (т.е. движение в отсутствие магнитного поля) на прямолинейное колебание в направлении оси  $Z$  и на движение в плоскости  $XY$ . Второе движение в отсутствие поля разложим на два круговых вращения с одной и той же угловой частотой  $\omega_0$ , но совершающихся в противоположных направлениях. При включении магнитного поля колебание вдоль оси  $Z$  остаётся неизменным. Частоты же обоих вращений изменяются на одну и ту же величину  $\Omega$ : если вращение совершается против часовой стрелки, то частота увеличивается, а если по часовой стрелке, то уменьшается.

Для изменения частоты при вращении по кругу можно привести простое объяснение. Центробежная сила, действующая на вращающийся электрон в отсутствие магнитного поля, равна  $m\omega_0^2 r$ . В магнитном поле к ней добавляется сила  $\pm \frac{e}{c} v B = \pm \frac{e}{c} \omega r B$ , так что новая центробежная сила становится равной

$$m\omega^2 r \pm \frac{e}{c} \omega B = m(\omega_0^2 \pm 2\Omega\omega).$$

Выбор знака зависит от направления вращения. Приравняв это выражение  $m\omega^2 r$ , приходим к уравнению  $\omega^2 = \omega_0^2 \pm 2\Omega\omega$ , из которого для положительных корней находим  $\omega = \omega_0 \pm \Omega$ . Это совпадает с результатами, полученными выше.

При включении магнитного поля кинетическая энергия вращения электрона изменяется. Возникает вопрос, как это может происходить, если сила, действующая со стороны магнитного поля, перпендикулярна к скорости и, следовательно, работы не совершает? Ответ состоит в том, что последнее утверждение относится к *установившимся магнитным полям*, которые только и учитываются уравнением (2). Но при включении магнитного поля оно изменяется во времени от нуля до максимального значения, а в дальнейшем либо вообще не включается, либо остаётся постоянным. Во время же нарастания магнитного поля, согласно закону индукции Фарадея, возбуждается *индукционное электрическое поле*, которое совершает работу над электроном, меняя его кинетическую энергию. Когда магнитное поле становится постоянным, кинетическая энергия уже полна и дальнейшее изменение кинетической энергии вращения электрона прекращается, пока не будет вновь включено магнитное поле. В этом установившемся варианте и относятся движения, изображённые выше. Подробное рассмотрение механизма изменения кинетической энергии вращения электрона было приведено в [1, §88].

### 3 Расщепление спектра в магнитном поле

Перейдём теперь к объяснению расщепления спектральных линий в магнитном поле. Возбуждённый электрон излучает электромагнитные волны. Излучение максимально в направлении, перпендикулярном к движению электрона, а в направлении ускорения отсутствует. Согласно классической теории, частота излучения света совпадает с частотой колебаний электрона. Но последняя меняется при включении магнитного поля. Поэтому должна измениться и частота излучаемого света. При наблюдении вдоль магнитного поля колебание в том же направлении излучения не имеет. Излучение создаётся *только круговыми вращениями электрона*. В результате наблюдаются две  $\sigma$ -компоненты с круговой поляризацией и частотами  $\omega_0 + \Omega$  и  $\omega_0 - \Omega$ . Если свет идёт в направлении вектора  $\mathbf{B}$ , то поляризация первой линии будет *левой*, а второй — *правой*. При изменении направления магнитного поля на противоположное меняется направление поляризации круговых колебаний каждой линии. При наблюдении поперёк

магнитного поля  $\mathbf{B}$  колебания электрона, дающие излучение, дают максимум излучения. Им соответствует *несмещённая  $\pi$ -компонента*, в которой электрический вектор параллелен  $\mathbf{B}$ . Оба круговых движения совершаются в плоскости, перпендикулярной к  $\mathbf{B}$ . Разложим каждое из них на гармоническое колебание вдоль линии наблюдения и перпендикулярное к нему. Только колебания, перпендикулярные к линии наблюдения, сопровождаются излучением и дают две  $\sigma$ -компоненты с частотами  $\omega_0 + \Omega$  и  $\omega_0 - \Omega$ , в которых электрическое поле *перпендикулярно к  $\mathbf{B}$* .

Таково объяснение расщепления спектральных линий, наблюдавшегося в первых опытах Зеемана. Если учесть, что в отсутствии магнитного поля все направления движения электрона равновероятны, то нетрудно объяснить и относительные интенсивности спектральных линий в этих опытах.

Как видно из численного примера, приведённого выше ( $B = 10^4$  Гс),  $(\Omega/\omega)^2 \sim 2 \cdot 10^{-5}$ . Для практического наблюдения этого расщепления требуется спектральный прибор с разрешающей силой  $\omega_0/\Omega$  не менее  $5 \cdot 10^4$ , т.е. дифракционные решётки или интерференционные спектроскопы. В опытах П.Л. Капицы ( $B = 3.2 \cdot 10^5$  Гс) были уже достаточно призменные спектроскопы.

Исследуя характер круговой поляризации линий в продольном эффекте Зеемана, можно определить *знак заряда*, вызывающего этот эффект. Он оказался *отрицательным*. Измеряя же величину расщепления, можно определить удельный заряд  $e/m$ . Он оказался таким же, как и при измерениях по отклонениям катодных лучей в электрических и магнитных полях ( $e/m = 1,759 \cdot 10^7$  СГСМ). Это не оставляет сомнений в том, что заряженные частицы, определяющие оптическое поведение атомов, действительно являются *электронами*.

## 4 Мультиплеты

Дальнейшие опыты показали, что явление Зеемана в том виде, в каком оно наблюдалось сначала и нашло объяснение в теории Лоренца — *продольный эффект*, состоящий из одной  $\pi$ -компоненты и двух  $\sigma$ -компонент, а также дублет из двух  $\sigma$ -компонент, поляризованных по кругу, — наблюдается крайне редко. Такое расщепление называется *нормальным* или *простым эффектом Зеемана*. Подобный эффект наблюдается только у одиночных, практически монохроматических спектральных линий. Подавляющее большинство спектральных линий являются *мультиплетами* (дублетами, триплетами, квартетами и т.д.), т.е. состоят из нескольких тесно расположенных спектральных линий.

Простейшим примером мультиплета (дублета) может служить двойная  $D$ -линия натрия. Она состоит из двух близко расположенных линий с длинами волн  $\lambda_1 = 589,5930$  нм и  $\lambda_2 = 588,9963$  нм, причём интенсивность линии  $D_2$  вдвое больше интенсивности линии  $D_1$ .

Мультиплеты в магнитных полях дают значительно более сложную картину расщепления, чем расщепление в простом эффекте Зеемана. Так, линия  $D_1$  натрия расщепляется на *четыре линии*: средние из них являются  $\pi$ -, а крайние —  $\sigma$ -компонентами. Линия же  $D_2$  расщепляется на *шесть компонентов*: две средние —  $\pi$ -, а четыре крайние —  $\sigma$ -компоненты. Таким образом, весь дублет расщепляется на 10 линий. Наблюдаются и более сложные случаи расщеплений мультиплетов. Такие расщепления называются *аномальным или сложным эффектом Зеемана*. Однако этот термин "сложный эффект" является неправильным, так как такой эффект является *правилом, а не исключением*.

Объяснение сложного эффекта Зеемана дала квантовая теория, и только после того, как был открыт *спин* (т.е. собственный момент количества движения) и связанный с ним *маг-*

*нитный момент электрона.* В случае симметричных спектральных линий квантовая теория приводит к тем же результатам, что и простая теория Лоренца.

## Список литературы

- [1] *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. — Физматлит, 2005. — Т. 3.