

1. Sigui $T \in \mathcal{D}'$. Demostreu que $xT = 0$ si i només si $T = C\delta$ per una certa constant C . Resoleu l'equació diferencial distribucional $(xT)' = \chi_{(0,\infty)}$.
2. Proveu que tota distribució té una primitiva. És a dir, donada $T \in \mathcal{D}'$, existeix $S \in \mathcal{D}'$ tal que $S' = T$.
3. Sigui $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R} \setminus \{a_n\})$, sent a_n discontinuïtats de salt s_n de f tals que $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \infty$. Proveu que

$$T'_f = T_{f'} + \sum_{n=1}^{\infty} s_n \delta_{a_n}.$$

4. Sigui $f(x) = e^x$. Demostreu que T_f no defineix un funcional continu de $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ a \mathbb{C} i que per tant no tota funció localment integrable defineix una distribució temperada.
5. (a) Demostreu que la pinta de Dirac $T = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta_n$ és una distribució temperada.
(b) Sigui $(\alpha_n) \subset \mathbb{R}$ una successió tal que $|\alpha_n| = O(|n|^m)$ per alguna $m \in \mathbb{N}$. Demostreu que $\sum_{n \in \mathbb{Z}} \alpha_n \delta_{na}$ és una distribució temperada i calculeu la seva transformada de Fourier.