

## Llista de problemes 4

Víctor Ballester Ribó  
NIU: 1570866

Anàlisi Harmònica  
Grau en Matemàtiques  
Universitat Autònoma de Barcelona  
Abril de 2023

**Exercici 1.** Són distribucions  $T_1$ ,  $T_2$  i  $T_3$  definides com  $T_1 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\delta_{1/k}}{k^2}$ ,  $T_2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\delta_{1/k}}{k}$  i  $T_3$  tal que  $\langle T_3, \varphi \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^n \varphi'(x) dx$  per  $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$ ?

*Resolució.*

**Exercici 2.** Considereu la distribució  $T = \log|x|$ . Demostreu que  $T' = \text{p.v.} \frac{1}{x}$ . Calculeu  $T''$ .

*Resolució.*

**Exercici 3.** Sigui  $T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$  tal que  $T' = 0$ . Demostreu que existeix una constant  $C$  tal que  $\langle T, \varphi \rangle = C \int \varphi(t) dt$   $\forall \varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$ .

*Resolució.*

**Exercici 4.**

- Calculeu la derivada distribucional de la funció  $f(x) = [x]$ .
- Calculeu la derivada distribucional de la funció

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

*Resolució.*