Signaux et Systèmes Linéaires
TP No. 2 : Corrélations entre signaux

3 ETI – CPE Lyon

2021-2022

Objectifs du TP

- Utilisation de la fonction d'inter-corrélation pour estimer le temps de propagation d'une onde réfléchie
- Influence du bruit sur l'estimation du retard
- Influence de l'effet Doppler sur l'estimation du retard

Consignes :

- Le répertoire de travail sera exclusivement sur le compte d'un des membres du binôme (changer le répertoire courant de Matlab®). Mais pour certains traitements, on fera appel à des fonctions pré-programmées. Les fonctions utiles sont accessibles sur CPe-campus dans le cours `Signaux et Systèmes Linéaires`, rubrique `Travaux Pratiques`. Récupérer les fichiers `.m`.
- Utiliser la trame de `compte-rendu` (.doc) fournie en répondant directement aux questions dans les espaces ménagés à cet effet. Insérer dans ce même fichier les courbes obtenues et codes développés. **Veiller à associer systématiquement une légende explicite à chaque Figure ou Tableau**.
- Exporter le fichier final **au format .pdf**, unique fichier à déposer sur le dépôt Moodle de CPe-campus.
- **Préparation obligatoire** (une seule par binôme) à rédiger directement sur le `compte-rendu` et à fournir en début de séance

Préparation

Il faut avoir préparé en travail personnel, le TD Corrélation entre signaux de SSL, avant d'arriver en séance.

Manipulation

Un radar émet une impulsion sinusoïdale $x(t)$ de fréquence f_0, de durée T et d'amplitude constante. Cette onde atteint une cible qui renvoie un écho vers l'émetteur.
Nous nous intéressons à l'estimation du temps de propagation de l'onde grâce à la fonction d'inter-corrélation entre le signal émis et l'écho reçu.

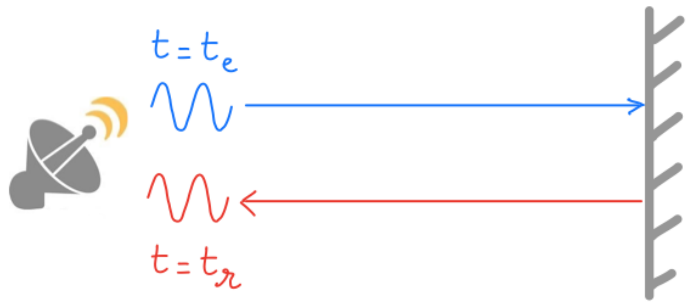

Figure 1 – Schéma de principe du radar : émission d'une impulsion monochromatique à l'instant t_e, réflexion sur une cible et réception de l'écho à l'instant $t_r \geq t_e$. Temps de propagation $\tau_0 = t_r - t_e$.

1 Propagation sans altérations

On considère dans un premier temps, le cas où la transmission / réflexion n'introduit aucune déformation sur les signaux : l'écho est donc considéré comme une réplique retardée en temps de l'impulsion émise.

1.1 Synthèse des signaux

En vous inspirant du TP No.1 de SSL, générer le signal sinusoïdal suivant :

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t)\ \sqcap_T\left(t - \frac{T}{2}\right), \quad t \in [0, D[$$

où **la durée D est supérieure à la durée** T de l'impulsion. On choisira les caractéristiques suivantes :

— amplitude $A = 1$

— fréquence d'échantillonnage $F_s = 1000$ Hz

— fréquence de l'impulsion $f_0 = 7$ Hz

— durée de l'impulsion $T = 5T_0$ où $T_0 = 1/f_0$

— durée de l'observation $D = 3T$

En gardant les mêmes paramètres, synthétiser l'écho reçu par le radar $y(t) = x(t - \tau_0)$. On choisira $\tau_0 = 1.5T$.

Tracer, en les superposant sur le même `plot`, les signaux $x(t)$ et $y(t)$ en fonction du temps $0 \leq t < D$.

1.2 Fonction d'inter-corrélation

1. La fonction `xcorr.m` de Matlab© effectue le calcul suivant :

$$
\begin{aligned}
R_{y,x}[k] &= \sum_{n=k+1}^{N} y[n]x^*[n-k], \quad \text{pour } k = 0, 1, \ldots, N-1 \\
&= \sum_{n=1}^{N-|k|} y[n]x^*[n-k], \quad \text{pour } k = 0, -1, \ldots, -(N-1),
\end{aligned}
$$

   où N est la taille des vecteurs x et y. Quelle normalisation faut-il appliquer à $R_{y,x}[k]$ pour obtenir la fonction d'inter-corrélation $\gamma_{y,x}[k]$ entre le signal reçu $y(t)$ et le signal émis $x(t)$? Justifier.
2. Que représente la variable k et comment celle-ci est-elle reliée au retard τ exprimé en secondes ?
3. Tracer alors la fonction $\gamma_{y,x}(\tau)$ en fonction de τ (exprimé en secondes).

   — Comparer à l'expression théorique calculée en TD. Mesurer la fréquence des oscillations, le support de la fonction, la décroissance des amplitudes...

   — Que vaut (mesure) la valeur maximale de $\gamma_{y,x}(\tau)$?

   — A quelle grandeur théorique correspond-elle ?
4. A partir de $\gamma_{y,x}(\tau)$, estimer le temps de propagation τ_0 que l'on notera $\widehat{\tau}_0$. Chiffrer en pourcentage, l'erreur d'estimation.

2 Propagation à travers un média bruité

On suppose à présent que le signal est émis dans un média *bruité*, que l'on modélise par l'addition d'un bruit $b(t)$ sur le signal reçu : $z(t) = y(t) + b(t)$. Sous Matlab©, on utilisera la commande suivante :

```
>> z = y + sigma*randn(size(y)) ;
```

1. En utilisant les mêmes paramètres qu'à la Section 1.1, synthétiser le signal $z(t)$ avec la valeur `sigma=10`. Afficher, superposés sur un même `plot`, les signaux $x(t)$ et $z(t)$ ainsi obtenus.
2. Calculer et afficher la fonction d'inter-corrélation $\gamma_{z,x}(\tau)$ entre $z(t)$ et $x(t)$. Comparer à la fonction d'inter-corrélation $\gamma_{y,x}(\tau)$ obtenue à la question précédente.
3. Estimer à partir de $\gamma_{z,x}(\tau)$ le temps de propagation τ_0. Chiffrer en pourcentage, l'erreur d'estimation. Répéter plusieurs fois l'estimation de $\widehat{\tau}_0$ en **re-générant à chaque fois** un nouveau signal $z(t)$. Que peut-on en conclure ?
4. Ré-itérer la même expérience, en augmentant progressivement la durée T de l'impulsion sinusoïdale (en choisissant à chaque fois un nombre entier de périodes T_0). A partir de combien de périodes T_0, l'estimation de τ_0 devient-elle fiable ? Proposer une explication.

3 Réflexion sur une cible en mouvement

Nous considérons dans cette partie que le canal de transmission **n'est plus *bruité***, mais que la cible est en mouvement. Si la cible se déplace à la vitesse v_0 **en direction du radar**, cela crée un effet Doppler qui se modélise (en première approximation, dite à *bande étroite*) par une augmentation de $\Delta f = v_0/c$ de la fréquence de l'écho reçu , où c est la vitesse de propagation de l'onde dans le média.
On suppose alors que le radar reçoit l'écho suivant :

$$w(t) = \cos(2\pi(f_0 + \Delta f)(t - \tau_0)) \sqcap_T \left((t - \tau_0) - \frac{T}{2}\right)$$

1. En utilisant les mêmes paramètres qu'à la Section 1.1, synthétiser le signal $w(t)$ avec la valeur $\Delta f = 0.13\, f_0$. Afficher, superposés sur un même `plot`, les signaux $x(t)$ et $w(t)$ ainsi obtenus.

2. Calculer et afficher la fonction d'inter-corrélation $\gamma_{w,x}(\tau)$ entre $w(t)$ et $x(t)$. Comparer à la fonction d'inter-corrélation $\gamma_{y,x}(\tau)$ obtenue à la question 1.2.
3. Estimer à partir de $\gamma_{w,x}(\tau)$ le temps de propagation τ_0. Chiffrer en pourcentage, l'erreur d'estimation. L'estimation $\widehat{\tau}_0$ est elle correcte ?
4. Ré-itérer la même expérience, en diminuant progressivement la durée T de l'impulsion sinusoïdale (en choisissant à chaque fois un nombre entier de périodes T_0). A partir de combien de périodes T_0, l'estimation de τ_0 devient-elle acceptable ? Proposer une explication en affichant notamment la densité interspectrale d'énergie $\Gamma_{w,x}(f)$.