Se considera resolver un sistema $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ con $a_{ii} \neq 0$, para $i = 1, \ldots, n$. Sea $\boldsymbol{x}^{(0)} = \left(x_1^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}\right)^{\mathrm{t}}$ arbitrario y escribamos la matriz $\boldsymbol{A}$ en la forma

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{D} - \boldsymbol{E} - \boldsymbol{F},$$

donde $\boldsymbol{D} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{A})$, $-\boldsymbol{E}$ es la matriz triangular inferior de $\boldsymbol{A}$ y $-\boldsymbol{F}$ es la matriz triangular superior de $\boldsymbol{A}$:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \ddots & & -\boldsymbol{F} \\ & \boldsymbol{D} & \\ -\boldsymbol{E} & & \ddots \end{pmatrix}$$

El **método de Jacobi** corresponde al esquema iterativo general con

$$\boldsymbol{N} := \boldsymbol{D} \qquad \text{y} \qquad \boldsymbol{P} := \boldsymbol{E} + \boldsymbol{F}.$$

Algoritmo de Jacobi:

Dado el vector inicial $\boldsymbol{x}^{(0)}$,
para $k = 1, 2, \ldots$ resolver:
$$\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}^{(k)} = (\boldsymbol{E} + \boldsymbol{F})\boldsymbol{x}^{(k-1)} + \boldsymbol{b},$$
hasta que se satisfaga un criterio de detención.

El **método de Gauss-Seidel** corresponde al esquema iterativo general con

$$\boldsymbol{N} := \boldsymbol{D} - \boldsymbol{E} \qquad \text{y} \qquad \boldsymbol{P} := \boldsymbol{F}.$$

La matriz de iteración es entonces $\boldsymbol{M} = (\boldsymbol{D} - \boldsymbol{E})^{-1}\boldsymbol{F}$.

Algoritmo de Gauss-Seidel:

Dado el vector inicial $\boldsymbol{x}^{(0)}$,
para $k = 1, 2, \ldots,$ resolver:
$$(\boldsymbol{D} - \boldsymbol{E})\boldsymbol{x}^{(k)} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}^{(k-1)} + \boldsymbol{b},$$
hasta que se satisfaga un criterio de detención.

Criterio de detencion

$$m_k := \frac{\left\|\boldsymbol{x}^{(k+1)} - \boldsymbol{x}^{(k)}\right\|}{\left\|\boldsymbol{x}^{(k)} - \boldsymbol{x}^{(k-1)}\right\|} \qquad \frac{m_k}{1 - m_k}\left\|\boldsymbol{x}^{(k+1)} - \boldsymbol{x}^{(k)}\right\| \leq \texttt{tol}.$$