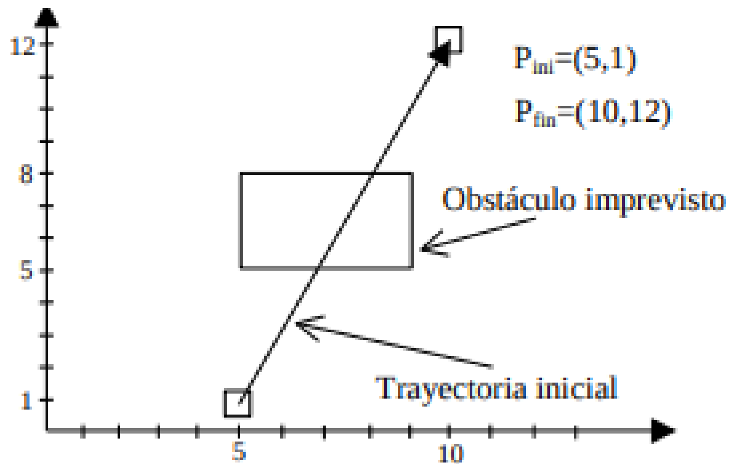
Universidad Complutense de Madrid.

Facultad de Ingeniería Informática

Robótica.



Práctica Matlab.

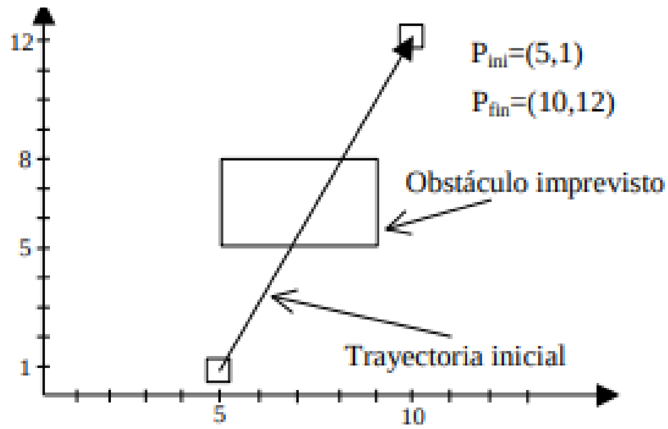
Interpolación de trayectorias.

Pablo Saro Buendía

Víctor Manuel Cavero Gracia

Realización del ejercicio 5 de la hoja de problemas.

Utilice una curva de interpolación mediante tres segmentos 3-5-3, de forma que el robot esquive el obstáculo y su trayectoria, velocidad y aceleración sean continuas. La velocidad máxima que puede alcanzar es de 3 m/s y la aceleración máxima permitida es de 1 m/s2 . Dibuje la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. Señale el tiempo necesario para realizar el recorrido.



Resolución:

Hemos realizado un programa en matlab que recibe el punto inicial, el de despegue, el de asentamiento, el final y además del tiempo de cada tramo.

En base a esto obtenemos la posición, velocidad y aceleración de la función que pasa por los puntos señalados.

Esta trayectoria esta dividida en tres segmentos con polinomios de grados 3, 5 y 3. Quedando así :

$$h_1(t)=a_{30}t^3+a_{20}t^2+a_{10}t+a_{00}$$

$$h_2(t)=a_{51}t^5+a_{41}t^4+a_{31}t^3+a_{21}t^2+a_{11}t+a_{01}$$

$$h_3(t)=a_{32}t^{32}+a_{22}t^2+a_{12}t+a_{02}$$

Podemos darnos cuenta de esta manera que el número total de incógnitas es 14. Gracias a los polinomios de las curvas y a los valores de entrada, podemos establecer la ecuaciones que nos permitirán extraer los valores de las incógnitas.

Punto inicial :

$$Posición: p0_x=a_{30}t_0^3+a_{20}t_0^2+a_{10}t_0+a_{00}$$

$$Velocidad: v0_x=3*a_{30}t_0^2+2*a_{20}t_0+a_{10}$$

$$Aceleración: a0_x=6*a_{30}t_0+2*a_{20}$$

Punto final :

$Posición: pF_x = a_{32} t_F^3 + a_{22} t_F^2 + a_{12} t_F + a_{02}$

$Velocidad: vF_x = 3 * a_{32} t_F^2 + 2 * a_{22} t_F + a_{12}$

$Aceleración: aF_x = 6 * a_{32} t_F + 2 * a_{22}$

Punto despegue:

$Posición: pD_x = a_{51} t^5 + a_{41} t^4 + a_{31} t^3 + a_{21} t^2 + a_{11} t + a_{01}$

$Continuidad\ posición: a_{51} t_d^5 + a_{41} t_d^4 + a_{31} t_d^3 + a_{21} t_d^2 + a_{11} t_d + a_{01} = a_{30} t_d^3 + a_{20} t_d^2 + a_{10} t_d + a_{00}$

$Continuidad\ velocidad: 5 * a_{51} t_d^4 + 4 * a_{41} t_d^3 + 3 * a_{31} t_d^2 + 2 * a_{21} t_d + a_{11} = 3 * a_{30} t_d^2 + 2 * a_{20} t_d + a_{10}$

$Continuidad\ aceleración: 20 * a_{51} t_d^3 + 12 * a_{41} t_d^2 + 6 * a_{31} t_d + 2 * a_{21} = 6 * a_{30} t_d + 2 * a_{20}$

Punto asentamiento:

$Posición: pA_x = a_{32} t^3 + a_{22} t^2 + a_{12} t + a_{02}$

$Continuidad\ posición: a_{32} t_a^3 + a_{22} t_a^2 + a_{12} t_a + a_{02} = a_{51} t_a^5 + a_{41} t_a^4 + a_{31} t_a^3 + a_{21} t_a^2 + a_{11} t_a + a_{01}$

$Continuidad\ velocidad: 3 * a_{32} t_a^2 + 2 * a_{22} t_a + a_{12} = 5 * a_{51} t_a^4 + 4 * a_{41} t_a^3 + 3 * a_{31} t_a^2 + 2 * a_{21} t_a + a_{11}$

$Continuidad\ aceleración: 6 * a_{32} t_a + 2 * a_{22} = 20 * a_{51} t_a^3 + 12 * a_{41} t_a^2 + 6 * a_{31} t_a + 2 * a_{21}$

Con este procedimiento obtendríamos la matriz para poder hallar todas las incógnitas:

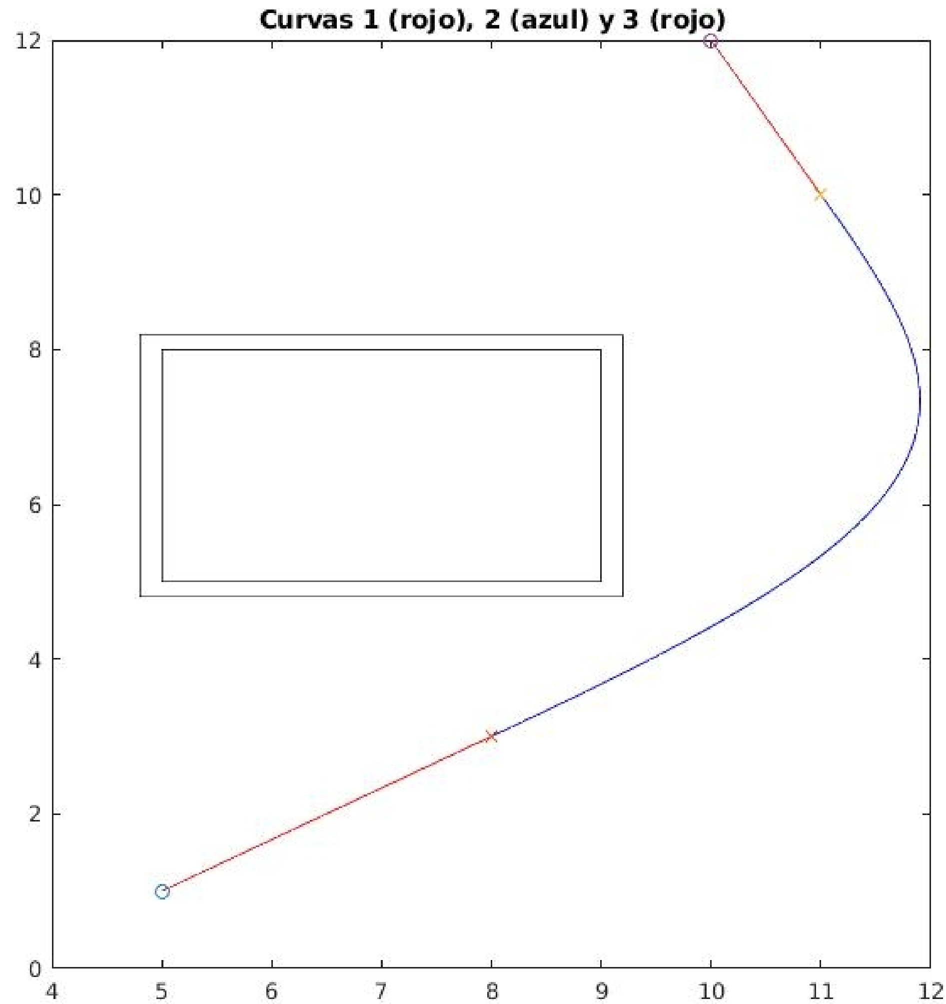
```
M=[     t0^3,     t0^2,       t0,        1,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0
      3*t0^2,     2*t0,        1,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0
        6*t0,        2,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0
           0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,     tF^3,     tF^2,       tF,        1
           0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,   3*tF^2,     2*tF,        1,        0
           0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,     6*tF,        2,        0,        0
        tP^3,     tP^2,       tP,        1,    -tP^5,    -tP^4,    -tP^3,    -tP^2,      -tP,       -1,        0,        0,        0,        0
      3*tP^2,     2*tP,        1,        0, -5*tP^4, -4*tP^3, -3*tP^2,    -2*tP,       -1,        0,        0,        0,        0,        0
        6*tP,        2,        0,        0,-20*tP^3,-12*tP^2,    -6*tP,       -2,        0,        0,        0,        0,        0,        0
           0,        0,        0,        0,     tI^5,     tI^4,     tI^3,     tI^2,       tI,        1,    -tI^3,    -tI^2,      -tI,       -1
           0,        0,        0,        0,  5*tI^4,   4*tI^3,   3*tI^2,     2*tI,        1,        0, -3*tI^2,    -2*tI,       -1,        0
           0,        0,        0,        0, 20*tI^3, 12*tI^2,     6*tI,        2,        0,        0,    -6*tI,       -2,        0,        0
           0,        0,        0,        0,     tP^5,     tP^4,     tP^3,     tP^2,       tP,        1,        0,        0,        0,        0
           0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,        0,     tI^3,     tI^2,       tI,        1];
```

Y con lo valores de las ecuaciones:

```
Bx=[p0(1), 0, 0, pF(1), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, pP(1), pI(1)]';
By=[p0(2), 0, 0, pF(2), 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, pP(2), pI(2)]';
```

Podríamos despejar $M * P_x = B_x$ y obtener así los resultados de las incógnitas para la trayectoria en su "x". Para la "y" simplemente habría que realizar un procedimiento simétrico.

Gracias a esto obtendríamos las 3 curvas (Hemos engrosado el objeto para considerar las dimensiones del robot, ya que en los ejes cartesianos actuales lo consideramos puntual) :



Para obtener los puntos óptimos para el despegue y asentamiento tuvimos que realizar varias pruebas ya que para valores muy alejados del inicial y el final salían trayectorias ineficientes.

Hemos añadido también a parte de su representación, las derivadas de la velocidad y la aceleración.