

Programare Funcțională

Lucrarea 2

LISTE

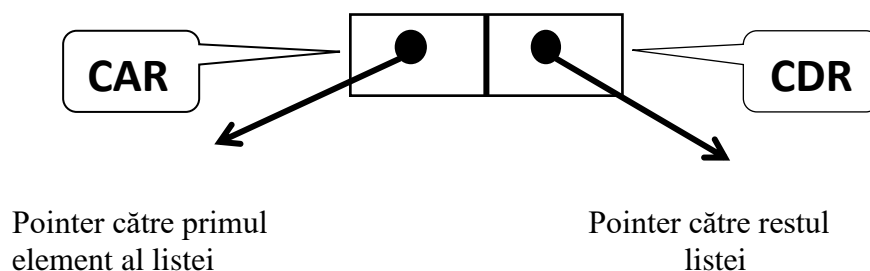
Prezentarea listelor

În LISP o listă se notează ca o celulă numită celulă **CONS**, ce conține două jumătăți, prima conține un pointer către primul element al listei, iar a doua, un pointer către restul elementelor listei. Deci o listă este formată dintr-un prim element și o listă cu restul elementelor. Această definiție se poate aplica pentru liste nevide, adică liste care conțin cel puțin un element.

Referirea la primul element al unei liste se face cu primitiva **CAR**, iar la restul elementelor listei cu primitiva **CDR**. Restul elementelor unei liste obținută cu **CDR** este o nouă listă, deci o nouă celulă **CONS**.

Deci pentru o listă generalizată putem să ne referim la orice element al listei cu ajutorul mai multor primitive **CAR** și **CDR**.

Notăția grafică a listei ca celulă CONS:



Evaluarea listelor

Pentru a obține primul element sau restul elementelor unei liste, cele două primitive trebuie să se aplice unei liste.

Evaluarea listei este marcată prin aplicarea în fața listei a funcției **QUOTE** : caracterul **'**. Toate elementele listei ce se evaluează cu **QUOTE** sunt tratate ca și simboluri.

```
>(car '(n1 n2 ... nk))      n1
```

CAR returnează întotdeauna primul element al unei liste ca și atom

```
>(cdr '(n1 n2 ... nk))      (n2 n3 ... nk)
```

CDR returnează restul elementelor unei liste, în afară de primul element, într-o listă.

```
>(car (cdr '(n1 n2 ... nk)))  n2 (al doilea element al listei)
```

Prima primitivă care se aplică este cea mai interioară, deci **CDR**, iar **CAR** evaluează rezultatul returnat de **CDR**, returnând atomul n_2

```
>(cdr (cdr '(n1 n2 ... nk)))  (n3 ... nk)
```

Prima primitivă **CDR** returnează lista $(n_2 n_3 \dots n_k)$, iar **CDR** aplicată rezultatului returnează lista $(n_3 \dots n_k)$

```
>(car '(car n1 ... nk))      car
```

În acest caz, lista evaluată este lista (car $n_1 \dots n_k$), unde primul element este simbolul CAR nu primitiva CAR.

>(cdr '(car $n_1 \dots n_k$)) ($n_1 n_2 \dots n_k$)

Dacă lista are un singur element, atunci:

>(car '(n)) n

>(cdr '(n)) NIL (lista vidă)

>(car '(a b c d e f))

A

> (cdr '(a b c d e f))

(B C D E F)

> (car '((a b) c d e))

(A B)

> (cdr '(a (b c d)))

((B C D))

> (car (cdr '(a b c d)))

B

> (cdr (cdr '(a b c d)))

(C D)

> (car (cdr (cdr '(a b c d))))

C

Obs. Pot fi folosite primitive compuse de forma maxim CXXXXR, unde X este A sau D în funcție de primitiva corespunzătoare.

Pentru exemplul anterior avem:

>(caddr '(a b c d)) ; se evaluează din interior spre exterior, adică: cdr (a b c d) = (b c d), după care cdr (b c d)=(c d) și la urma car(c d)=c; sau altfel car(cdr(cdr '(a b c d)))=c

C

> (car 'a)

error: bad argument type - A

> (cdr 'a)

error: bad argument type – A

În acest caz CAR și CDR se aplică unui ATOM, situație imposibilă, deci vom obține mesajul de eroare de mai sus.

Evalueați următoarele forme:

>(car '((a) (b c) d)) ?

>(cdr '((a) (b c) d)) ?

>(car '((a b c) d)) ?

>(cdr '((a b c) d)) ?

>(car (cdr (car '((a b c) d)))) ?

>(caddr '(a (b c) d)) ?

>(cdar (last '(a b (c d)))) ?

Evalueați și argumentați rezultatul:

>(car (cdr (cdr (car '((a b c d) e (f g))))))

>(cdr (car (cdr '(a b) (c d) (e f))))

>(caddr '((a b) (c d) (e f)))

>(caaddr '((a b) (c d) (e f)))

>(car (cdr (cdr '(car a) (b c) (cdr e))))

```
>(car (car '((cdr a) b c d)))
>(car ' (car (cdr (cdr ((a b) (c d) (e f))))))
>(car (car '(cdr (cdr ((a b) (c d) (e f))))))
>'(car (cddr (a b c d)))
```

Funcții referitoare la elementele unei liste

Prin combinații car-cdr poate fi accesat orice element de pe orice nivel al unei liste.

1. **Funcția LAST** permite accesul la ultimul element al unei liste. Rezultatul este o listă ce conține ultimul element.

```
> (last '(a b c d))
(D)
> (last '(a))
(A)
> (last '())
NIL
```

2. **Funcția NTH** selectează un element de pe o poziție precizată a unei liste. Primul argument trebuie să fie un întreg pozitiv și desemnează numărul de ordine, iar al doilea – o listă, din ea urmând a se face selecția. Elementele listei au poziții începând cu 0.

```
>(nth '1 '(a b c d))
B
>(nth '0 '(a b c))
A
>(nth '3 '(a b c))
NIL
```

3. **Funcția NTHCDR** efectuează de un număr întreg și pozitiv de ori **CDR** asupra unei liste.

```
>(nthcdr '0 '(a b c))
(A B C)
> (nthcdr '2 '(a b c))
(C)
```

Alte funcții predefinite ce se aplică listelor.

4. **Funcția LENGTH** – returnează lungimea unei liste

```
>(length '(a b c))
3
>(length '((a b) (c d)))
2
```

5. **Funcția REVERSE** – inversează o listă element cu element, și returnează lista inversă

```
>(reverse '(a b c))
(C B A)
>(reverse '((a b) (c d)))
((C D) (A B))
```

6. **Funcția SUBST** - înlocuiește o expresie cu alta într-o listă (SUBST <expr-nouă> <expr-veche> <listă>)

```
>(subst '(a a a) 'a '(a b c))
((A A A) B C)
```

Operații asupra listelor

Perechi și liste cu punct

Celula **cons** în care atât *car*-ul cât și *cdr*-ul indică atomi poartă numele de pereche cu punct, pentru că în notația liniară cele două elemente sunt reprezentate între paranteze, separate prin punct.

Dacă o listă conține perechi cu punct o vom numi **listă cu punct**. Să mai observăm că orice listă simplă poate fi notată și ca o listă cu punct. Astfel, lista (a b c) poate fi notată (a . (b . (c . nil))). Însă nu orice listă cu punct poate fi notată ca o listă simplă.

Construcția listelor

Funcția CONS construiește o celulă din doi atomi, rezultată din evaluarea celor două argumente, punându-l pe primul în jumătatea **car** și pe cel de al doilea în jumătatea **cdr**:

```
(cons 'e1 'e2) -> (e1.e2)
```

Funcția **cons** nu poate avea decât două argumente. Dacă primul argument este un atom, iar al doilea argument este o listă, atunci are ca efect inserarea atomului în listă, ca prim element al listei.

Exemple:

```
>(cons '5 '(a b c))
```

```
(5 A B C)
```

```
>(cons '(a b) '(c d e))
```

```
((A B) C D E)
```

```
>(cons 'a nil)
```

```
(A)
```

Inserează simbolul a în lista vidă

```
>(cons '32 (cons '25 (cons '48 nil)))
```

```
(32 25 48)
```

Evaluarea expresiei se face de la dreapta la stânga: se inserează atomul 48 în lista vidă -> (48), apoi atomul 25, obținând lista (25 48), și în final, obținem lista (32 25 48)

```
>(cons 'a (cons 'b (cons 'c 'd)))
```

```
(A B C . D)
```

La prima construcție obținem celula (C . D), apoi în această listă sunt inserate pe rând simbolurile B, respectiv A.

Evaluati următoarele expresii:

```
(cons 'the (cons 'cat (cons 'sat 'nil)))
```

```
(cons 'a (cons 'b (cons '3 'd)))
```

```
(cons (cons 'a (cons 'b 'nil)) (cons 'c (cons 'd 'nil)))
```

```
(cons 'nil 'nil)
```

Rescrieți cele de mai sus utilizând LIST.

Funcția LIST crează o listă din argumentele sale.

Exemple:

```
>(list 'a 'b 'c)
```

```
(A B C)
```

```
>(list 'a '(b c))
```

```
(A (B C))
```

```
>(list 'a nil)
```

```
(A NIL)
```

```
> (list 'a '())
(A NIL)
> (list '(a b c) '(d e))
((A B C) (D E))
```

Funcția APPEND crează o listă prin unirea argumentelor sale. Argumentele trebuie să fie de tip listă, **excepție fiind doar ultimul argument care poate fi și un atom**, în acest caz rezultatul va fi o listă cu punct.

Exemple:

```
> (append '(a b) '(c d) '(e f))
(A B C D E F)
> (append '() '(a b))
(A B)
> (append nil '(a b))
(A B)
> (append '(a b) 'c)
(A B . C)
> (append 'a '(b c))
Error: bad argument type - A
Happened in: #<Subr-APPEND: #1923e30>
```

Asignarea unei valori unui simbol

Într-un limbaj imperativ notația $x:=y$, unde x și y sunt variabile, are în general următoarea interpretare: se atribuie variabilei x , valoarea pe care o are variabila y , adică variabila x „se leagă” la variabila y , înțelegând prin aceasta că ori de câte ori y se modifică, și x se modifică în același mod, deci variabilei x i se atribuie însuși simbolul y . LISP-ul face posibile toate aceste interpretări. Forma cea mai apropiată corespunzătoare celei din limbajul imperativ, adică „atribuirea” sau „asignarea” unei valori în LISP este **SETQ**.

Primul element al listei este recunoscut drept forma Lisp **SETQ**. Forma SETQ asignează argumentelor din apel, de pe pozițiile impare, valorile rezultate din evaluarea argumentelor din apel de pe pozițiile pare.

```
> (setq a '123)
123
> a
123
```

Astfel simbolului a i se asignează rezultatul evaluării lui '123 adică 123. Valoarea ultimului element al listei este și valoarea întoarsă de funcție.

Forma SETQ constituie un exemplu de funcție cu efect lateral, efect ce se manifestă prin lăsarea în context a unor valori (număr, simbol sau listă) asignate unor simboluri nenumerate.

Exemple:

```
> (setq x '(a b c) y (cdr x))
(B C)
> x
(A B C)
> y
(B C)
> (setq L '(a b))
(A B)
> L
(A B)
> 'L
```

L

Simbolului L i s-a atribuit lista (a b). În continuare simbolul L reprezintă lista (a b). Quote in fața simbolului L va evalua simbolul, nu lista asignată simbolului.

```
> (cons 'A L)
(A A B)
> (cons (cdr L) L)
((B) A B)
> (cons 'L L)
(L A B)
> (append L L)
(A B A B)
> (append L 'L)
(A B . L)
> (list 'L L)
(L (A B))
> (list L L L)
((A B) (A B) (A B))
```

Funcții pentru controlul evaluării

Am văzut deja că prefixarea unei expresii cu un apostrof este echivalentă apelului unei funcții QUOTE. Așadar, QUOTE împiedică evaluarea:

```
(quote e) -> e
> 'e
E
```

Funcția EVAL – forțează încă un nivel de evaluare. Astfel, daca: 'e1 ->e2 și 'e2 ->e3 , atunci: (eval 'e1) ->e3

```
> (setq a 'x)
X
> (setq x 'b)
B
> (eval a)
B
```

Sau

```
> (setq a 'x x 'b)
B
> (eval a)
B
> (eval '(+ 3 2))
5
> (eval (cons '+ '(2 3)))
5
```

PREDICATE

Predicate cu argumente atomi simbolici sau numerici și listă

Predicatele sunt funcții care întorc valori de adevăr. Multe dintre ele verifică tipuri și relații.

Un predicat este o procedură care returnează o valoare ce semnalează adevărat sau fals. Fals este întotdeauna semnalat prin NIL. Adevărat este deseori semnalat de un simbol special t, dar practic orice diferit de nil semnalează adevărat.

Observație: t și nil sunt simboluri speciale, valorile lor fiind legate tot la t și nil. Astfel valoarea lui t este t și valoarea lui nil e nil.

ATOM – predicat ce testează dacă argumentul său este un atom, returnează t în caz de adevăr și nil în caz contrar.

LISTP – predicat ce testează dacă argumentul său este o listă, cu aceleași valori returnate ca predicatul ATOM.

Exemple:

> (setq color '(rosu galben albastru verde maro mov))	
(ROSU GALBEN ALBASTRU VERDE MARO MOV)	
> (atom 'color)	> (atom 'rosu)
T	T
> (atom color)	> (listp 'color)
NIL	NIL
> (listp color)	> (listp 'galben)
T	NIL

SYMBOLP – returnează t dacă argumentul este un atom simbolic, altfel nil.

NUMBERP – returnează t dacă argumentul este un număr, altfel nil.

INTEGERP – returnează t dacă argumentul este un număr întreg, altfel nil.

FLOATP - returnează t dacă argumentul este un număr real, altfel nil.

EVENP - returnează t dacă argumentul este un număr întreg par, altfel nil.

ODDP - returnează t dacă argumentul este un număr întreg impar, altfel nil.

PLUSP - returnează t dacă argumentul este un număr întreg ≥ 0 , altfel nil.

MINUSP - returnează t dacă argumentul este un număr întreg ≤ 0 , altfel nil.

ZEROP - returnează t dacă argumentul este un număr întreg $= 0$, altfel nil.

=, <, >, <=, >= - returnează t dacă toate argumentele atomi sau expresii numerice (chiar și mai mult de două argumente) intrunesc relația respectivă, altfel nil.

EQUAL – returnează t dacă argumentele sunt izomorfe structural (deși pot fi obiecte Lisp distincte), altfel nil.

NULL – dacă argumentul este o listă vidă returnează t, altfel nil.

Exemple:

> (setq a 'alpha)	> (symbolp a)
ALPHA	T
> (symbolp 'alpha)	> (symbolp '9)
T	NIL
> (numberp a)	> (numberp '222)
NIL	T
> (integerp '89)	> (integerp 8.23)
T	NIL
> (floatp '999)	> (floatp '9.88)
NIL	T
> (evenp '64)	> (evenp '13)
T	NIL
> (oddp '15)	> (oddp '22)

T	NIL	
> (plusp 56)		> (plusp -4)
T	NIL	
> (minusp 8)		> (minusp -67)
NIL		T
> (zerop (rem 6 2))		> (zerop (rem 9 2))
T	NIL	
> (= 5 (+ 3 2) (- 10 5) (/ 10 2))		> (= 5 (+ 3 2) (- 11 4) (/ 10 2))
T	NIL	
> (< 4 5 6 7)		> (< 3 5 1 6)
T	NIL	

Example:

```

> (equal 'alpha 'alpha)
T
> (equal 'a 'alpha)
NIL
> (equal a 'alpha)
T
(pentru că anterior am atribuit simbolului a valoarea alpha)
> (equal '(a b c d) (cons 'a '(b c d)))
T
> (equal '(a b c d) (append '(a b) '(c d)))
T
> (equal '(b c) (car '(a b c d)))
NIL
> (setq L '())
NIL
> (equal L nil)
T
> (null L)
T
> (null '(a b c d))
NIL
> (null 'a)
NIL

```

MEMBER – predicat ce verifică dacă un atom aparține sau nu unei liste. Verifică apartenența doar pe primul nivel al listei, nu și în eventualele liste imbricate. Returnează fragmentul din listă începând cu atomul găsit, adică ceva diferit de nil, ceva ce va putea fi util pe mai departe. Dacă atomul nu este găsit atunci returnează nil.

```

> (member 'b '(a b c d e))
(B C D E)
> (member 'f '(a b c d e))
NIL
> (length (cdr (member 'rosu color)))
5
> (cdr (member 'galben color))
(ALBASTRU VERDE MARO MOV)

```

Predicate logice

Operatorii logici în Lisp sunt **and**, **or** și **not**. Dintre aceștia and și or, pentru că își evaluează argumentele în mod condiționat, sunt considerați și structuri de control. Funcția **not** are același comportament ca și nil.

And primește un număr oarecare $n \geq 1$ de argumente pe care le evaluează de la stânga la dreapta până când unul din ele întoarce nil, caz în care evaluarea se oprește și valoarea întoarsă este nil. Dacă, nici unul dintre primele $n-1$ argumente nu se evaluează la nil, atunci and întoarce valoarea ultimului argument.

Example:

```
> (and t t t t)      > (and nil t t t)
T                    NIL
> (and 'a '1 '3 a) > (and (> 5 3) (= 4 4) (equal 'alpha a))
ALPHA                T
> (and (< 4 2) (>= 5 3) (zerop 0))
NIL
```

Or primește un număr oarecare $n \geq 1$ de argumente pe care le evaluează de la stânga la dreapta până când unul din ele întoarce o valoare diferită de nil, caz în care evaluarea se oprește și valoarea acelui argument este și cea întoarsă de or. Dacă, toate primele $n-1$ argumente se evaluează la nil, atunci or întoarce valoarea ultimului argument.

Example:

```
> (or t t t nil)      > (or nil nil nil)
T                    NIL
> (or 'a a 'b nil)    > (or (= 3 3) (> 5 7) (< 9 5))
A                    T
> (or nil '4 '(= 6 6)) > (or nil nil a)
4                    ALPHA
```

Not are același comportament ca și nil.

Example:

```
> (not t)
NIL
> (not nil)
T
> (not 'a)
NIL
> (setq l '())
NIL
> (not l)
T
> (not (< 6 3))
T
> (not (= (rem 6 2) 0))
NIL
```

Predicate cu mai multe argumente:

Toți operatorii relaționali : >, <, >=, <=, =, /= (diferit) sunt tratați ca și funcții care returnează t sau Nil. Ei pot evalua 2 sau mai multe argumente de tip numeric , în ordine, de la stânga spre dreapta.

```
> (> 4 5 6)      > (< 4 5 6)      > (> 7 4 5)
```

NIL	T	NIL
> (/= 3 4 5 6)	> (/= 3 3 4)	> (/= 3 3 3)
T	NIL	NIL
> (= 3 4 5)	> (= 3 3 3)	
NIL	T	

PROBLEME

1. Scoateți simbolul D din următoarele expresii folosind CAR și CDR.

```
(A B C D)
(A (B C) (D E))
(A (B C (D E)))
((A) (B) (C) (D) (E))
( A (B) ((C)) (((D))) (((E)))))
(((A) B) C) D)
```

2. Evaluați următoarea expresie Lisp, apoi returnați lungimea listei rezultat:

```
(subst 'azi 'maine (reverse '(frumoasa zi o este maine)))
```

3. Evaluați în ordine și argumentați rezultatul, următoarele expresii :

```
(setq lista '(a b c (d e)))
(setq M 'max)
(cons M lista)
(cons lista M)
(append (list M) (last (cdr lista)))
(list 'M (cadr lista))
(append 'lista (list M (last lista)))
(list (car lista) (cadr lista) (caddr lista) M)
```

4. Se considera lista:

```
((A) (B) (C) (D) (E))
```

Folosind toate funcțiile de construcție a listelor și cele de acces la elementele unei liste, contruiți următoarea listă:

```
((((A) (B) (C)) . B) (E D C) D)
```

Se evaluează cu nota maximă acea rezolvare care include toate funcțiile predefinite prezentate.

5. Se considera lista:

```
l1 : (((A) (B)) C) (D) (EF G))
```

Corectati eroarea aparuta in urma evaluarii expresiei:

```
(append (cadr l1) (car (nth '1 l1)) (last l1))
```

Argumentati apoi rezultatul evaluarii expresiei:

```
(cons (nth '3 l1) (nthcdr '2 l1))
```

6. Evaluând expresiile următoare, obțineți rezultatele:

```
> (setq E '(x y ((z) u)) F (last E) G (caar F))
(Z)
> (setq X '12 Y '14 Z '22 E (- (+ x y) z))
4
> (setq M (MIN 1 -4 23 56 1) P (* M 10) X (EXPT P 2))
1600
```

Evaluați pentru fiecare expresie în parte simbolurile și argumentați rezultatul.

7. Se considera lista:

(A B C D)

Folosind funcția SUBST împreună cu alte funcții, obțineți din lista inițială lista:

(D B C A)

Folosind funcția REVERSE împreună cu alte funcții, obțineți din lista inițială, lista:

(D A B C)