### MonteCarloParte2

August 17, 2024

# 1 Modelo de Ising - Estimativa de Grandezas Termodinâmicas - Parte 2

Aluno: João Victor Campos

Os valores de energia por spin e magnetização por spin são obtidos ao dividir o valor médio calculado para energia e magnetização pelo número de spins da rede.

```
[2]: from Ising_Utils import * from typing import Tuple
```

$$c_v = \frac{\beta^2}{N} \left( \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2 \right) \tag{1}$$

$$\chi = \frac{\beta}{N} \left( \left\langle M^2 \right\rangle - \left\langle M \right\rangle^2 \right) \tag{2}$$

```
[3]: @jit(nopython=True)
def rms(Vec):
    N = len(Vec)

    Vec_mean = np.mean(Vec)
    Vec_square_mean = np.mean(Vec*Vec)

# M_mean = np.mean(Energy_Vec)
# M_square_mean = np.mean(Mag_vec* Mag_vec)

root_ms = (Vec_square_mean - Vec_mean**2)

return root_ms
```

```
[4]: # Parâmetero Globais

TEMPERATURAS = [2.0, 2.1 , 2.2, 2.3 , 2.4, 2.5 , 2.6 , 2.7 , 2.8, 2.9, 3.0]

# TEMPERATURAS = [2.0, 2.2, 2.4, 2.6 ,2.8, 3.0]

NUM_CAIXAS = 10

L_REDE = [20, 30, 40, 50]
```

```
# L_REDE = [18]

CV_CONTAINTER = []
CV_ERROS = []

CHI_CONTAINER = []
CHI_ERROS = []

ENERGY_CONTAINER = []
ENERGY_ERROS = []

MAG_CONTAINER = []
MAG_ERROS = []

MONTE_CARLO_STEPS = 110_000

for L in L_REDE:
```

```
[5]: for L in L_REDE:
         print("-" * 100)
         print(f"Tamahno da rede = {L}")
         for T in TEMPERATURAS:
             print(f"\tTemperatura = {T} ")
             Rede = SpinLattice( L=L, T=T, spins=random_config(L*L) )
             ex = create_exp_dict(Rede.beta)
             ener, mag = get_ener_mag(spins= Rede.spins, viz=Rede.get_viz())
             energias = np.empty(MONTE_CARLO_STEPS)
             mags = np.empty(MONTE_CARLO_STEPS)
             for i in range(MONTE_CARLO_STEPS):
                 s, ener, mag = monte_carlo_step(S=Rede.spins, viz=Rede.get_viz(),
                                                 ex=ex,ener=ener, mag=mag)
                 energias[i] = ener
                 mags[i] = mag
                                     # Slice dentro do mesmo tamanho L
             energias = energias[10_000:]
             mags = mags[10_000:]
             # Armazenar os valores de cada caixa
             cv_is = np.empty(NUM_CAIXAS)
             chi_is = np.empty(NUM_CAIXAS)
             mag_is = np.empty(NUM_CAIXAS)
             E_is = np.empty(NUM_CAIXAS)
             m = len(energias) / NUM_CAIXAS
```

```
# Metodo das Caixas
       for k in range(NUM_CAIXAS):
            E_i = energias[int(m * (k)) : int(m * (k+1))]
           mag_i = mags[int(m * (k)) : int(m * (k+1))]
            # adiciona aos array
            cv_is[k] = (Rede.beta**2 / m) * rms(E_i)
            chi_is[k] = (Rede.beta / m) * rms(mag_i)
            E_is[k] = np.sum(E_i) / m
           mag_is[k] = abs(sum(mags[int(m * (k)): int(m * (k+1))])) / m
        # A adicionar ao CONTAINER
       CV_medio, CV_erro = np.mean(cv_is), np.std(cv_is)
       CHI_medio, CHI_erro = np.mean(chi_is), np.std(chi_is)
       E_medio, E_erro = np.mean(E_is) , np.std(E_is)
       MAG_medio, MAG_erro = np.mean(mag_is) , np.std(mag_is)
       CV_CONTAINTER.append(CV_medio)
       CV_ERROS.append(CV_erro)
       CHI_CONTAINER.append(CHI_medio)
       CHI_ERROS.append(CHI_erro)
       ENERGY CONTAINER.append(E medio)
       ENERGY_ERROS.append(E_erro)
       MAG_CONTAINER.append(MAG_medio)
       MAG_ERROS.append(MAG_erro)
print("RODOU")
```

\_\_\_\_\_

```
Tamahno da rede = 20

Temperatura = 2.0

Temperatura = 2.1

Temperatura = 2.2

Temperatura = 2.3

Temperatura = 2.4

Temperatura = 2.5

Temperatura = 2.6

Temperatura = 2.7

Temperatura = 2.8
```

```
Temperatura = 2.9
        Temperatura = 3.0
Tamahno da rede = 30
        Temperatura = 2.0
        Temperatura = 2.1
        Temperatura = 2.2
        Temperatura = 2.3
        Temperatura = 2.4
        Temperatura = 2.5
        Temperatura = 2.6
        Temperatura = 2.7
        Temperatura = 2.8
        Temperatura = 2.9
        Temperatura = 3.0
Tamahno da rede = 40
        Temperatura = 2.0
        Temperatura = 2.1
        Temperatura = 2.2
        Temperatura = 2.3
        Temperatura = 2.4
        Temperatura = 2.5
        Temperatura = 2.6
        Temperatura = 2.7
        Temperatura = 2.8
        Temperatura = 2.9
        Temperatura = 3.0
Tamahno da rede = 50
        Temperatura = 2.0
        Temperatura = 2.1
        Temperatura = 2.2
        Temperatura = 2.3
        Temperatura = 2.4
        Temperatura = 2.5
        Temperatura = 2.6
        Temperatura = 2.7
        Temperatura = 2.8
        Temperatura = 2.9
        Temperatura = 3.0
RODOU
```

4

```
[6]: num_redes = len(L_REDE)
     # Calor Especifico
     Cv_rede = np.array_split(CV_CONTAINTER, num_redes)
     Cv_erro = np.array_split(CV_ERROS, num_redes)
     # Susceptibilidade
     Chi_rede = np.array_split(CHI_CONTAINER, num_redes)
     Chi_erro = np.array_split(CHI_ERROS, num_redes)
     # Magnetizacao
     Mag_rede = np.array_split(MAG_CONTAINER, num_redes)
     Mag erro = np.array split(MAG ERROS, num redes)
     # Energia por spin
     Energia_rede = np.array_split(ENERGY_CONTAINER, num_redes)
     Energia_erro = np.array_split(ENERGY_ERROS, num_redes)
[7]: | fig, (ax_up, ax_down) = plt.subplots(2, 2, figsize=(16,10))
     fig.suptitle('Grandezas Termodinâmicas em função da temperatura:\n' + r"$C_v$ u

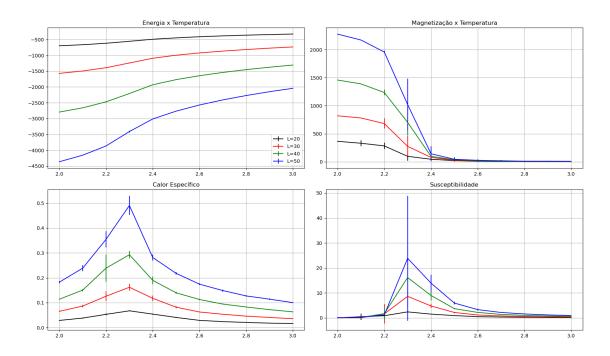
¬$\chi$ $M$ $E$", y=1.07, size=18);
     c = ["black", "red", "green", "blue"]
     ax up[0].set title("Energia x Temperatura") ; ax up[0].grid()
     ax_up[1].set_title("Magnetização x Temperatura"); ax_up[1].grid()
     ax_down[0].set_title("Calor Específico") ; ax_down[0].grid()
     ax_down[1].set_title("Susceptibilidade") ; ax_down[1].grid()
     # Plot energias
     for i in range(num_redes):
         ax_up[0].errorbar(TEMPERATURAS, Energia_rede[i], Energia_erro[i],_

color=c[i], label=f"L={L_REDE[i]}")

         ax up[0].legend()
     # Plot Mag
     for i in range(num_redes):
         ax_up[1].errorbar(TEMPERATURAS, Mag_rede[i], Mag_erro[i], color=c[i], u
      ⇔label=f"L={L_REDE[i]}")
     # Plot Calor Especifico
     for i in range(num_redes):
         ax_down[0].errorbar(TEMPERATURAS, Cv_rede[i], Cv_erro[i], color=c[i],
      ⇔label=f"L={L_REDE[i]}")
     # Plot Susceptibilidade
     for i in range(num_redes):
         ax down[1].errorbar(TEMPERATURAS, Chi_rede[i], Chi_erro[i], color=c[i], u
      ⇔label=f"L={L_REDE[i]}")
```

fig.tight\_layout()

Grandezas Termodinâmicas em função da temperatura:  $C_{V} \chi M E$ 



#### 1.1 Respostas às perguntas da atividade

## 1.1.1 1 - Quais critérios você utilizou para escolher os valores dos parâmetros descritos acima?

#### Resposta:

Já havia feito uma atividade semelhante, então sabia quais tamanhos de rede seriam interessantes trabalhar, bem como a faixa de temperatura.

1.1.2 2 - Descreva o comportamento observado para as principais grandezas termodinâmicas — Energia por spin, Magnetização por spin, calor específico e susceptibilidade magnética — em função da temperatura. Ou seja, ao variar a temperatura, o que acontece com o valor destas grandezas? Quais são os limites para baixas e altas temperaturas? Há algum pico ou vale? O comportamento está em acordo com o que você esperava?

#### Resposta:

A energia por spin média é maior (menos negativa) para tamanhos de redes maiores. A magnetização por spin vai a 0 para temperaturas muito altas, isso deve significar a perda do caráter

ferromagnético após o ponto de Curie. O calor específico para rede menores é também menor, aumenta até determinada temperatura, satura, e depois diminui. O comportamento da susceptibilidade é semelhante.

1.1.3 3 - Ao variar o tamanho do sistema, como as curvas destas grandezas em função da temperatura se modifica? Há algum intervalo de temperaturas no qual as grandezas são independentes do tamanho do sistema? Em regiões onde há variação com o tamanho do sistema, como a grandeza é modificada quando L aumenta?

**Resposta:** A partir do T > 2.6,  $C_v, \chi, \mathcal{M}$  são independentes do tamanho do sistema e vão um valor constante (ou nulo).

1.1.4 4 - Como é o comportamento dos erros estatísticos à medida que a temperatura varia? Tem algum valor de temperatura em torno do qual os erros são maiores? Você enxerga algum motivo para isso? Os erros estatísticos dependem do tamanho do sistema? Como?

#### Resposta:

O erro estatístico é tanto maior quanto maior o sistema, bem como quanto mais próximo da temperatura de transição de fase que ocorre por volta de T=2.3.

1.1.5 5 - Com base no comportamento encontrado, identifique possíveis fases do sistema, descrevendo as principais características das fases encontradas.

**Resposta**: Muito provavelmente uma fase ferromagnética com um valor de magnetização não nulo e um fase paramagnética após a transição de fase.

1.1.6 6 - Estime, utilizando os dados das suas simulações, a temperatura de transição de fase do sistema no limite termodinâmico, i.e., para o limite em que o tamanho do sistema é infinito.

#### Resposta:

Com o tamanho do sistema indo para infinito, a curva estreitaria em valores próximos a T=2.3 onde haveria uma descontinuidade das grandezas termodinâmicas.