

Cache miss na multiplicação de matrizes

Introdução à computação paralela e medidas de performance

Bruno Dalcantoni Cozac

Gabriel de Oliveira Bispo

Deyvisson Nascimento Garcês

Victor Matheus da Cunha Santos

ICMC-USP

Disciplina: SME5873/SME0252

Professor: Prof. Fabrício Simeoni de Sousa &
Luan da Fonseca Santos

11 de setembro de 2025

Performance em MATLAB

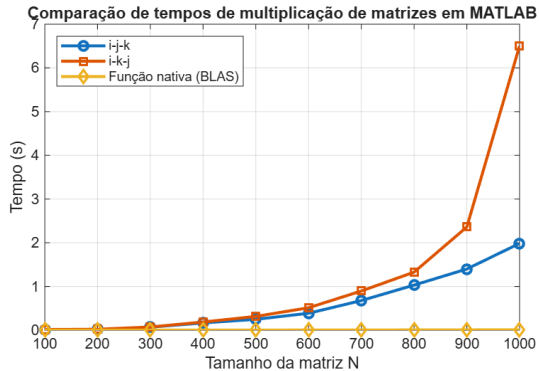


Figura: MATLAB

- Compilador interno *Just-In-Time (JIT)*

Performance em C

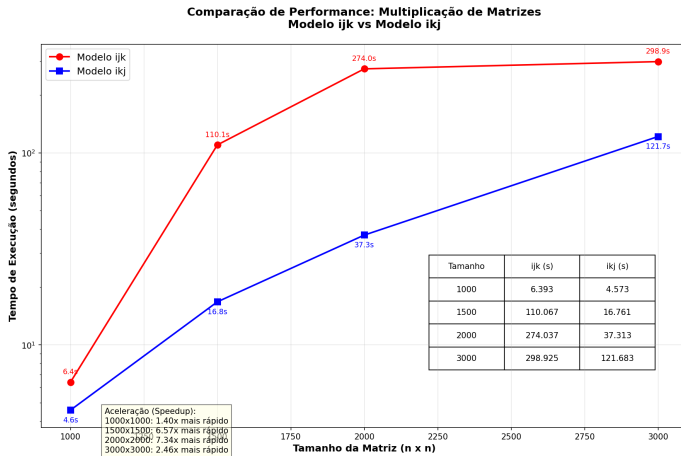


Figura: C

- Usamos um intervalo de -10000 a 10000 para os valores nas matrizes

```
row[j] = random.randint(-10000, 10000)
```

Ordem de Loop

```
# Ordem ijk (mais lenta)
for i in range(n):
    for j in range(n):
        for k in range(n): # Acesso não-sequencial à memória
            C[i][j] += A[i][k] * B[k][j]
```

```
# Ordem ikj (mais rápida)
for i in range(n):
    for k in range(n):
        for j in range(n): # Acesso sequencial à memória
            C[i][j] += A[i][k] * B[k][j]
```

Performance em Python

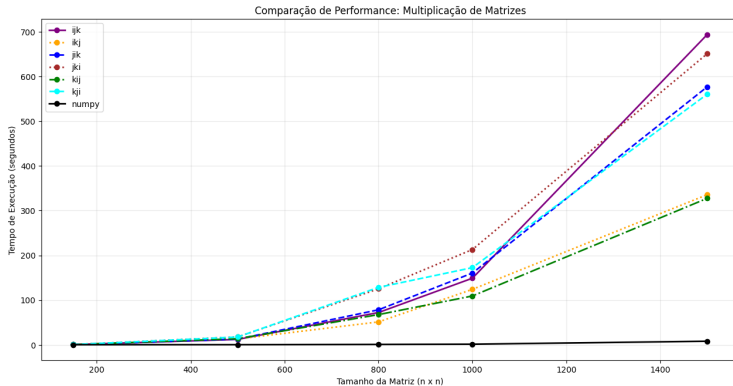
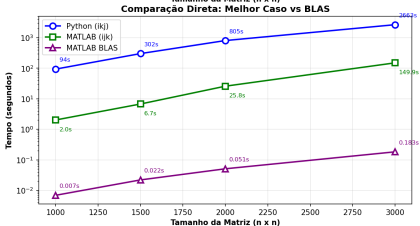
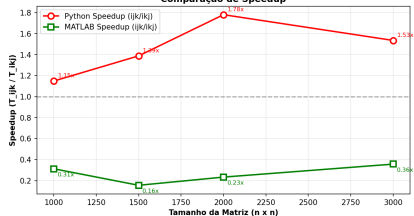
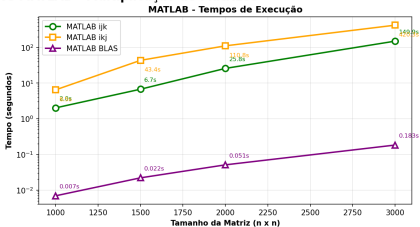
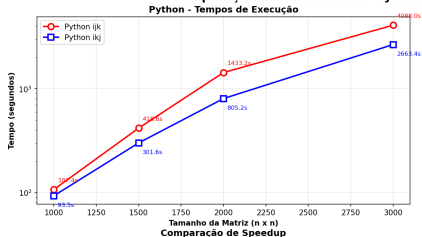


Figura: Python

Pyhton vs Matlab

Comparação de Performance: Python vs MATLAB - Multiplicação de Matrizes



| Tamanho | Python ijk | MATLAB ijk | MATLAB BLAS | Speedup Py | Speedup ML |
|-----------|------------|------------|-------------|------------|------------|
| 1000x1000 | 93.5s | 2.0s | 0.007s | 1.15x | 0.31x |
| 1500x1500 | 301.6s | 6.7s | 0.022s | 1.39x | 0.16x |
| 2000x2000 | 805.2s | 25.8s | 0.051s | 1.78x | 0.23x |
| 3000x3000 | 2663.4s | 149.9s | 0.183s | 1.53x | 0.36x |

Considere um problema escalar linear da forma

$$u'(t) = \lambda u(t), \quad u(0) = \eta, \quad \lambda \in \mathbb{C}$$

Note que a solução desse problema é

$$u(t) = \eta e^{\lambda t} = \eta e^{(\Re(\lambda) + i\Im(\lambda))t} \implies |u(t)| = \eta e^{\Re(\lambda)t}$$

de forma que

- Se $\Re(\lambda) > 0$ então $|u(t)|$ cresce exponencialmente com t (instável)
- Se $\Re(\lambda) = 0$ então $|u(t)| = \eta$ e a solução oscila
- Se $\Re(\lambda) < 0$ então $|u(t)|$ decai exponencialmente com t (estável)

Gostaríamos de analisar a estabilidade do método numérico para este último caso.

Definições de Estabilidade

Métodos Numéricos para EDOs

Definição 1: Estabilidade Absoluta

Um método geral de um passo é dito **absolutamente estável** se, quando aplicado ao problema linear

$$u'(t) = \lambda u(t), \quad u(0) = \eta, \quad \lambda \in \mathbb{C}, \quad \Re(\lambda) < 0$$

a solução é tal que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U^n = 0$$

qualquer que seja a escolha de h . Caso haja uma condição sobre h para que o limite seja zero, o método é dito **condicionalmente estável**.

Definição 2: Região de Estabilidade Absoluta


Definição 2: Região de Estabilidade Absoluta

A região de estabilidade absoluta associada a um método numérico utilizado para aproximar o PVI

$$u'(t) = \lambda u(t), \quad u(0) = \eta, \quad \lambda \in \mathbb{C}, \quad \Re(\lambda) < 0$$

é o conjunto $S \subset \mathbb{C}$ dado por

$$S = \left\{ z = \lambda h, h \in \mathbb{R}_+ : \lim_{n \rightarrow \infty} U^n = 0 \right\}$$

HCP for EDP -  Repositório